CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DOCENCIA ECONÓMICAS, A.C.

PREOCUPACIONES DE CARRERA BAJO HETEROGENEIDAD DE AMBOS LADOS

TESINA

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRO EN ECONOMÍA

PRESENTA

VÍCTOR HUGO DE LA VEGA CRUZADO

DIRECTOR DE LA TESINA: DR. KANISKA DAM

CIUDAD DE MÉXICO JUNIO, 2017

A la memoria de Mirna de la Vega,
María Luisa Cruzado y Constantino de la Vega;
por su entrega y dedicación en formar las
bases de mi desarrollo personal y profesional.

Agradecimientos

El presente trabajo es resultado del esfuerzo de un sinnúmero de personas que, voluntaria o involuntariamente, han aportado al mismo y a mi formación como economista. En particular, me complace expresar mis agradecimientos:

A mi asesor de tesina, Kaniska Dam, por su paciencia e invaluable guía en la elaboración de esta tesina; sin sus discusiones y comentarios, este trabajo no habría sido posible. A mi lectora, Luciana Moscoso, por su minuciosa revisión y sus sugerencias para mejorar este trabajo. A mi profesora de seminario, Sonia Di Giannatale, por sus constantes observaciones y cuestionamientos. Además, por la fortuna de haber contado con ustedes como profesores de temas microeconómicos a lo largo de la Maestría.

A mis profesores, por contribuir a mejorar mi entendimiento sobre la ciencia económica y sus herramientas. Especialmente a R. Vásquez, D. Strauss, F. Chávez-Juárez, A. Jiménez, A. Antón, E. Martínez y R. Cermeño.

A mi familia, por soportar mi ausencia y por su apoyo incondicional durante estos dos largos años. A Lulú, Augusto, Nayeli, Raymundo y Jesús, por mejorar siempre mi ánimo y hacerme sentir su apoyo a la distancia. A Andrea, por ser mi amor, mi amiga y mi mejor colega, por ser mi principal soporte. A Ofelia, por su invaluable apoyo.

A mis compañeros; por sus comentarios a este trabajo y por su apoyo a lo largo de la Maestría; por los momentos agradables y estresantes que compartimos; por ser muy buenos estudiantes, pero sobre todo por ser excelentes personas. A mis amigos cideitas, por hacer más amena esta experiencia.

Agradezco también a CONACYT por la beca de manutención que me permitiío cursar esta Maestría.

Contenido

Lista de figuras

Capítulo 1

Introducción

El presente trabajo estudia el problema contractual entre empresas heterogéneas en su productividad y trabajadores heterogéneos en su aversión al riesgo en presencia de preocupaciones de carrera. Se introduce el supuesto de heterogeneidad de ambos lados en un modelo de preocupaciones de carrera basado en Gibbons y Murphy (1992), con el objetivo de analizar los efectos que tiene la necesidad de los trabajadores por competir en un mercado laboral de equilibrio general sobre sus incentivos óptimos.

Se pretende responder cómo afecta la heterogeneidad de principales y agentes a la negociación de contratos laborales entre ellos, en presencia de incentivos implícitos y explícitos de los agentes. A su vez, esto permite analizar cómo se afectan estos incentivos y la desigualdad salarial entre los trabajadores por la presencia de heterogeneidad de ambos lados.

En contextos laborales con información asimétrica, los problemas de riesgo moral surgen de las dificultades de la empresa de monitorear el esfuerzo de sus trabajadores, de la consecuente imposibilidad de elaborar contratos contingentes al desempeño de estos últimos y de la incompatibilidad de incentivos entre ambas partes. La aplicación de contratos de incentivos explícitos como solución a los problemas de riesgo moral ha sido objeto de estudio de una extensa literatura, dentro de la cual destacan Holmström (1979) y Grossman y Hart (1983). El paradigma de preocupaciones de carrera se ubica dentro de los estudios de riesgo moral desde un enfoque dinámico. La introducción del supuesto de heterogeneidad permite entender cómo se afectan los incentivos estudiados desde la perspectiva de preocupaciones de carrera cuando existe competencia entre los trabajadores por ser contratados por una empresa cuyo tipo les sea óptimo.

Se considera que los trabajadores son heterogéneos en su aversión al riesgo, donde una menor aversión al riesgo representa un mejor tipo para ellos. Por otro lado, se asume que las empresas difieren en su productividad, donde una mayor productividad es un mejor tipo para ellas. En general, se encuentra que trabajadores y empresas se emparejan en un mercado laboral competitivo mediante una selección positiva, es decir, trabajadores de mejor tipo (menor aversión al riesgo) se unen con empresas de mejor tipo (mayor productividad). Este tipo de emparejamiento amplifica el efecto que tiene el cambio en la aversión al riesgo de un trabajador sobre sus incentivos debido a que mejorar o empeorar su tipo se corresponde con un cambio en el mismo sentido en el tipo de empresa al cual es asignado en equilibrio.

El modelo planteado permite contrastar fácilmente los resultados obtenidos bajo la presencia de heterogeneidad de ambos lados contra el escenario de empresas homogéneas. Con ello se realizan ejercicios de estática comparativa verificando los cambios en los incentivos y en la desigualdad salarial en ambos escenarios. A diferencia del escenario con empresas homogéneas en el cual los trabajadores tienen una opción segura sobre el tipo de empresa en la cual trabajar, la presencia de competencia entre trabajadores por una mejor empresa en el escenario de empresas heterogéneas provoca que la desigualdad de pagos entre ellos aumente cuando estos se encuentran en la parte buena de su distribución (cuando tienen poca aversión al riesgo). Además, el efecto de preocupaciones de carrera tiene un cambio marginal mayor con empresas heterogéneas debido que el trabajador debe atenuar por esta vía la pérdida en sus incentivos explícitos motivados por la competencia entre trabajadores.

El enfoque de preocupaciones de carrera fue introducido por Fama (1980). De acuerdo con este autor, los problemas de riesgo moral podrían ser solucionados por las fuerzas del mercado, pues darían a los agentes los incentivos implícitos necesarios motivados por la creencia de que un mayor esfuerzo del trabajador en el presente favorece mejores ofertas salariales en el futuro, tanto de su empleador actual como de empleadores potenciales, al incidir en la creencia que el mercado tiene sobre su habilidad. Por ello, no sería necesario dotar a los agentes con incentivos explícitos por medio de contratos.

Posteriormente, Holmström (1982) –republicado en Holmström (1999)– formalizó la idea de Fama (1980) y mostró que, bajo ciertas condiciones, la conclusión de éste es correcta; sin embargo, en general no ocurre. Por ello, los incentivos dados por el mercado laboral no son un sustituto perfecto de los contratos.

Gibbons y Murphy (1992) analizan los trabajos de Fama (1980) y Holmström (1982) y, ampliando el modelo de éstos, muestran que las preocupaciones de carrera pueden crear incentivos importantes, incluso en la presencia de contratos de incentivos; por lo tanto, en presencia de estos incentivos implícitos, el contrato óptimo de compensación maximiza los incentivos totales. Además, Gibbons y Murphy (1992) muestran en su modelo que la compensación (por incentivos explícitos) en el salario actual es más importante cuando los agentes están cerca del retiro o sin posibilidades de promoción en la escala jerárquica; visto de otro modo, en situaciones en las que importan menos los incentivos de carrera es necesario aumentar las compensaciones explícitas a los trabajadores. Los autores ofrecen además evidencia empírica de esta última afirmación usando datos de *CEOs* y desempeños de mercado de firmas estadounidenses.

Dewatripont, Jewitt, y Tirole (1999a) evalúan la validez de las ideas derivadas del modelo de Holmström (1982) y comparan el enfoque de incentivos de carrera con el de incentivos formales. En la segunda parte de dicho trabajo –Dewatripont, Jewitt, y Tirole (1999b)–, los autores analizan los incentivos de las instituciones gubernamentales y las diferencias entre los objetivos que persiguen los agentes que se encuentran en empresas privadas y aquellos que trabajan en el gobierno. En cierto sentido, el tipo de principal –público o privado– para el cual trabajan, importa para los incentivos de carrera.

Por otro lado, utilizando un modelo de equilibrio del mercado laboral, Postel-Vinay y Robin (2002) estudian los efectos de la dispersión salarial debido a diferencias tanto entre trabajadores como entre sus empresas empleadoras. Estos autores muestran empíricamente que es posible descomponer la varianza salarial en un «efecto persona», un «efecto firma» y un «efecto de fricciones de mercado». Las estimaciones de Postel-Vinay y Robin (2002) sugieren que el efecto que tiene el tipo de empresa sobre la variación salarial de los trabajadores oscila entre un 19 y un 49 por ciento. De cierta forma, el tipo de principal –en este caso, su productividad– importa para la determinación del salario de los agentes a lo largo de su vida.

El resto de la tesina está organizado de la siguiente forma: En el capítulo 2 se describe y resuelve el modelo. En el capítulo 3 se analizan los efectos de introducir el supuesto de heterogeneidad sobre los incentivos y sobre la desigualdad de utilidades de los agentes. En el último capítulo se discuten las conclusiones y se presentan posibilidades para investigación futura.

Capítulo 2

Modelo

2.1 Supuestos

El modelo[1] consiste en una economía de tres períodos compuesta por un continuo $I = [0, 1]$ de empresas heterogéneas y por un continuo $J = [0, 1]$ de trabajadores heterogéneos. Cada empresa $i \in I$ tiene una productividad $p \in P \equiv [p_{min}, p_{max}]$, con una función de distribución acumulada $G(p)$ y su función de densidad asociada $g(p) > 0$ para toda $p \in P$. Cada trabajador $j \in J$ tiene un coeficiente de aversión al riesgo $r \in R \equiv [r_{min}, r_{max}]$, con una función de distribución acumulada $F(r)$ y su función de densidad asociada $f(r) > 0$ para toda $r \in R$. Los espacios de ambos tipos de individuos de la economía (P y R) son subconjuntos de $\mathbb{R}_{++}$.

Para llevar a cabo la producción se requiere una empresa y un trabajador que estén emparejados uno a uno mediante una relación o contrato laboral. Un emparejamiento es una correspondencia uno a uno $\mu : R \to P$ que asigna a cada trabajador de tipo $r \in R$ una empresa de tipo $p = \mu(r) \in P$. Una relación laboral típica se denota (r, p).

[1]Los supuestos referentes a la función de emparejamiento y a la distribución de principales y agentes, así como la definición del equilibrio, se basan en Antón y Dam (2016) y en Dam y Serfes (2017).

2.1.1 Producción

Esta parte del modelo se basa en Gibbons y Murphy (1992). Una relación laboral (r, p) dada produce en los dos últimos períodos, $t = 1, 2$. En cada período, el nivel de producción del trabajador de tipo r trabajando en la empresa de tipo p está dada por:

$$y_t = \theta + pa_t + \epsilon_t \tag{2.1}$$

donde y_t es el nivel de producción, a_t es el esfuerzo no negativo realizado por el trabajador, θ es la habilidad del trabajador y ϵ_t es un término de error que se comporta como ruido blanco $(\epsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\epsilon^2))$. El esfuerzo no es observable para la empresa. Existe información imperfecta sobre la habilidad del trabajador, pero la creencia a priori de la empresa es que θ es normalmente distribuida con media m_0 y varianza σ_0^2. Los términos de error son independientes entre ellos y de la habilidad.

El presente trabajo introduce la noción de productividad en el modelo de Gibbons y Murphy (1992) asumiendo que la productividad de la empresa amplifica el efecto positivo del esfuerzo del trabajador sobre la producción. Este supuesto se justifica principalmente por dos razones. Primero, el supuesto de que la productividad aumenta multiplicativamente el trabajo (o que es neutral en el sentido de Harrod) induce un sentido de productividad marginal del trabajo que tendría cada empresa, el cual es similar al supuesto de Postel-Vinay y Robin (2002) de que cada empresa tiene un parámetro de tecnología que multiplica al capital humano de su respectivo trabajador en un sentido de productividad marginal de la relación laboral. Segundo, asumir que la productividad también potencia el efecto positivo de la habilidad del trabajador sobre el producto modificaría la distribución a priori de la habilidad, dificultando el análisis de los incentivos implícitos. En la forma en que se expresa (2.1), la distribución de probabilidad de la habilidad no se modifica sin importar el tipo de la empresa de la que se trate.

Las empresas son neutrales al riesgo. Como en el modelo de Gibbons y Murphy (1992), los trabajadores tienen la siguiente función exponencial de utilidad:

$$U(a_1, a_2, w(y_1), w(y_2)) = -exp\left\{-r\left[\sum_{t=1}^{2}\beta^{t-1}\left[w(y_t) - \psi(a_t)\right]\right]\right\} \tag{2.2}$$

donde $\beta \in [0, 1]$ es el factor de descuento, $w(y_t)$ es el salario pagado al trabajador en el período t y $\psi(a_t)$ es la función de costo de esfuerzo, la cual es estrictamente creciente y estrictamente convexa en a_t. En particular, se considera la siguiente función de costo de esfuerzo

$$\psi(a_t) = \frac{a_t^2}{2} \tag{2.3}$$

y contratos lineales de salario de la forma

$$w(y_t) = c_t + b_t y_t \tag{2.4}$$

donde c_t es un pago fijo y b_t representa la fracción de producto que se da al trabajador.

2.1.2 Temporalidad de eventos

La economía dura tres períodos, $t = 0, 1, 2$. En el período 0, una empresa y un trabajador se unen en una correspondencia uno a uno para firmar un contrato laboral que dura por los siguientes dos períodos. En el período 1, la empresa ofrece un contrato lineal al trabajador para que éste realice un esfuerzo para llevar a cabo la producción de ese período. En el período 2, la empresa también ofrece un contrato lineal al trabajador para producir pero, en esta ocasión, tomando en consideración la información revelada por el período 1, específicamente el nivel de producto. Los contratos ofrecidos en los últimos dos períodos por la empresa son del tipo "tómalo o déjalo", por lo que se considera que la empresa tiene todo el poder de negociación en estos períodos.

2.1.3 Equilibrio

Un equilibrio en esta economía consiste en un conjunto de relaciones laborales formadas a través de contractos óptimos, es decir, que cumplen las restricciones de compatibilidad de incentivos y de racionalidad individual en sus dos períodos de duración. Una asignación del mercado laboral (μ, π, v) especifica una función inyectiva de emparejamiento $\mu : R \to P$, y funciones de pago $\pi : P \to \mathbb{R}_+$ y $v : R \to \mathbb{R}_+$ para las empresas y para los trabajadores, respectivamente.

Definición 1 (Equilibrio)**.** *Dadas las distribuciones de los tipos $G(p)$ y $F(r)$, una asignación (μ, π, v) constituye una asignación de equilibrio de la economía si satisface las condiciones siguientes:*

1. **Optimización.** *Cada trabajador de un tipo dado r elige óptimamente a una empresa para formar una relación laboral, es decir, dado $\pi(p)$ para cada $p \in P$,*

$$\mu(r) = \underset{\{p\}}{\mathit{argmax}}\ \phi(r, p, \pi(p)), \tag{$\mathcal{M}$}$$

   para cada $r \in R$. La función $\phi(r, p, \pi(p))$ es la frontera de negociación o frontera de Pareto de la relación laboral, la cual es un equivalente del pago máximo que puede obtener un trabajador de tipo r dado que la firma de tipo p obtiene $\pi(p)$.

2. **El mercado laboral se vacía.** *La función de clasificación de equilibrio satisface la siguiente condición de "consistencia de medida". Para cualquier subintervalo $[i_0, i_1] \subseteq I$, sea $i_k = G(p_k)$ para $k = 0, 1$, es decir, p_k es la productividad de la empresa en el cuantil i_k-ésimo. Similarmente, para cualquier subintervalo $[j_0, j_1] \subseteq J$, sea $j_h = F(r_h)$ para $h = 0, 1$. Si $[p_0, p_1] = \mu[r_0, r_1]$, entonces debe cumplirse que*

$$i_1 - i_0 = G(p_1) - G(p_0) = F(r_1) - F(r_0) = j_1 - j_0. \tag{MC}$$

2.2 Emparejamiento de equilibrio y contratos óptimos

El modelo se resuelve por inducción hacia atrás. En la subsección 2.2.1, se derivan los contratos óptimos para una relación laboral arbitraria, como función de las utilidades dadas exógenamente. En la subsección 2.2.2, las utilidades se consideran de forma endógena y las empresas y los trabajadores se emparejan endógenamente mediante una selección positiva.

2.2.1 Contrato óptimo para una relación laboral arbitraria

Segundo período

Desde la perspectiva del segundo período, cuando y_1 ya es conocido y a_1 ya fue elegido, la utilidad esperada del trabajador es

$$\begin{aligned} &E\left[-exp\left\{-r\beta^{-1}(w(y_1)-\psi(a_1))-r(w(y_2)-\psi(a_2))\right\} \mid y_1\right] \\ =&-exp\left\{-r\beta^{-1}(w(y_1)-\psi(a_1))\right\}E\left[exp\left\{-r(w(y_2)-\psi(a_2))\right\} \mid y_1\right] \end{aligned} \tag{2.5}$$

y la utilidad esperada de la empresa es

$$\begin{aligned} &E[\{\beta^{-1}(y_1-w(y_1))+y_2-w(y_2)\} \mid y_1] \\ =&\beta^{-1}(y_1-w(y_1))+E[\{y_2-w(y_2)\} \mid y_1] \end{aligned} \tag{2.6}$$

Las expresiones $exp\left\{-r\beta^{-1}(w(y_1)-\psi(a_1))\right\}$ en (2.5) y $\beta^{-1}(y_1-w(y_1))$ en (2.6) pueden omitirse por tratarse simplemente de números reales[2]. Sustituyendo los términos apropiados en

[2]De hecho se trata de números reales positivos. La primera expresión resulta evidentemente positiva por la función exponencial. En el caso de la segunda expresión, más adelante se mostrará que, en el óptimo, $y_1 \geq w(y_1)$.

(2.5) y (2.6), el problema del segundo período esta dado por

$$\max_{\{c_2,b_2,a_2\}} \quad -E\left[exp\left\{-r(c_2+b_2(\theta+pa_2+\epsilon_2)-\psi(a_2))\right\} \mid y_1\right] \tag{M_2}$$

$$s.t. \quad E[\{y_2-c_2-b_2y_2\} \mid y_1] \geq \pi \tag{IR_2}$$

$$a_2 = \underset{\{\hat{a}_2\}}{\text{argmax}}\{-E\left[exp\left\{-r(c_2+b_2(\theta+p\hat{a}_2+\epsilon_2)-\psi(\hat{a}_2))\right\} \mid y_1\right]\} \tag{IC_2}$$

donde π representa la opción de salida o beneficio de reserva de la empresa, asumiendo $\pi \geq \pi_0$, donde $\pi_0 \geq 0$ es el beneficio de reserva de todas las empresas, es decir, el beneficio que cualquier empresa $i \in I$ obtiene si no se une al contrato laboral. La restricción (IR_2) es la restricción de participación de la empresa, mientras que la restricción (IC_2) es la restricción de compatibilidad de incentivos del trabajador, la cual debe considerarse debido a que el esfuerzo no es observable para la empresa.

La elección óptima de esfuerzo del trabajador, de acuerdo con (IC_2), satisface la condición de primer orden siguiente

$$\psi'(a_2) = a_2(b_2) = pb_2 \tag{2.7}$$

Por otro lado, debido al intercambio que existe entre el pago al trabajador y el pago recibido por la empresa, la restricción (IR_2) se satura en el óptimo. Por lo tanto

$$\begin{aligned} \pi &= E[(y_2-c_2-b_2y_2) \mid y_1] \\ &= (1-b_2)E[y_2 \mid y_1] - c_2 \end{aligned} \tag{2.8}$$

En el modelo original de Gibbons y Murphy (1992), el beneficio de cada empresa (π) es igual a cero debido a que ellos asumen un mercado perfectamente competitivo entre las empresas en cada período. En este caso, el beneficio de reserva de una empresa específica con un tipo dado p es exógeno desde la consideración de los períodos 1 y 2, pero es un valor que se determina endógenamente en el emparejamiento del período 0, por lo cual π no necesita ser cero para toda empresa[3] $i \in I$. Entonces, $c_2(b_2)$ está determinada por

$$c_2(b_2) = (1 - b_2)E[y_2 \mid y_1] - \pi \tag{2.9}$$

Considerando la función de producción (2.1), la esperanza condicional del nivel de producción del segundo período dado el nivel de producción del primer período está dado por

$$\begin{aligned} E[y_2 \mid y_1] &= E[\theta \mid y_1] + pa_2(b_2) \\ &= E[\theta \mid y_1] + p^2 b_2 \end{aligned} \tag{2.10}$$

Por otro lado, sea $\hat{a}_1$ la conjetura que el mercado hace sobre el esfuerzo del trabajador en el período $t = 1$. Considerando la distribución normal de las creencias a priori sobre θ, su distribución condicional al nivel observado de producción del primer período[4] es normal con media $m_1(y_1, \hat{a}_1, p)$ y varianza σ_1^2, donde

$$m_1(y_1, \hat{a}_1, p) = \frac{\sigma_\epsilon^2 m_0 + \sigma_0^2(y_1 - p\hat{a}_1)}{\sigma_\epsilon^2 + \sigma_0^2} \tag{2.11}$$

y

$$\sigma_1^2 = \frac{\sigma_0^2 \sigma_\epsilon^2}{\sigma_0^2 + \sigma_\epsilon^2} \tag{2.12}$$

Sustituyendo (2.7), (2.9), (2.10), (2.11) y (2.12) en la función objetivo (M_2), el problema se reduce a[5]

$$\max_{\{b_2\}} \quad -exp\left\{-r\left(m_1 + p^2 b_2 - \frac{p^2 b_2^2}{2} - \frac{1}{2} r b_2^2(\sigma_1^2 + \sigma_\epsilon^2) - \bar{\pi}\right)\right\} \tag{M_2'}$$

Resolviendo el problema de optimización anterior, la pendiente óptima del contrato lineal

[3]Posteriormente se muestra que π es una función creciente de p, por lo cual la empresa de menor productividad recibe $\pi(p_{min}) = \pi_0$, donde $\pi_0 \geq 0$ es considerado como un parámetro del modelo como se ha definido en el problema de maximización del segundo período.

[4]La derivación de esta distribución se presenta en el apéndice A.1.

[5]La derivación de esta expresión se presenta en el apéndice A.2.1.

del segundo período, b_2^*, es

$$b_2^* = \frac{1}{1+\frac{r}{p^2}\Sigma_2^2} \tag{2.13}$$

donde $\Sigma_2^2 \equiv \sigma_1^2 + \sigma_\epsilon^2$ es la incertidumbre total después de que el nivel de producción del primer período ha sido observado. Como en el modelo de Gibbons y Murphy (1992), b_2^* disminuye ante aumentos tanto en la aversión al riesgo del trabajador (r) como en la incertidumbre (Σ_2^2). Por otro lado, el efecto de la productividad marginal de la empresa (p) sobre la pendiente óptima del contrato del segundo período es positivo.

Sustituyendo (2.13) en (2.7) se obtiene el esfuerzo óptimo del segundo período inducido por el contrato

$$\begin{aligned} a_2^* &= pb_2^* \\ &= \frac{p}{1+\frac{r}{p^2}\Sigma_2^2} \end{aligned} \tag{2.14}$$

y sustituyendo (2.10), (2.11), (2.13) and (2.14) en (2.9) se obtiene el intercepto del contrato óptimo del segundo período

$$\begin{aligned} c_2^* &= (1-b_2^*)(m_1 + pa_2^*) - \bar{\pi} \\ &= \left(\frac{\frac{r}{p^2}\Sigma_2^2}{1+\frac{r}{p^2}\Sigma_2^2}\right)\left(\frac{\sigma_\epsilon^2 m_0 + \sigma_0^2(y_1 - p\hat{a}_1)}{\sigma_\epsilon^2+\sigma_0^2} + \frac{p^2}{1+\frac{r}{p^2}\Sigma_2^2}\right) - \bar{\pi} \end{aligned} \tag{2.15}$$

Primer período

Desde la perspectiva del primer período y dado el contrato óptimo del segundo período (c_2^*, b_2^*, a_2^*), la utilidad esperada del trabajador es

$$EU_1 \equiv E\left[-exp\left\{-r(c_1 + b_1 y_1(a_1) - \psi(a_1)) - r\beta(c_2^*(a_1) + b_2^* y_2(a_2^*) - \psi(a_2^*))\right\}\right] \tag{2.16}$$

y la utilidad esperada de la empresa es

$$E[\{y_1 - c_1 - b_1 y_1 + \beta(y_2 - c_2^*(a_1) - b_2^* y_2(a_2^*))\}] \tag{2.17}$$

Similar al problema del segundo período, el problema del primer período es

$$\begin{aligned}
&\max_{\{c_1,b_1,a_1\}} && EU_1 && (M_1)\\
&s.t. && E[\{y_1 - c_1 - b_1 y_1 + \beta(y_2 - c_2^*(a_1) - b_2^* y_2(a_2^*))\}] \geq (1+\beta)\pi && (IR_1)\\
& && a_1 = \underset{\{\hat{a}_1\}}{\text{argmax}}\{EU_1\} && (IC_1)
\end{aligned}$$

Resolviendo primero el problema de incentivos definido en (IC_1), en el primer período el trabajador resuelve

$$\begin{aligned}
\max_{a_1} -E[exp\{-r[c_1 + b_1(\theta + pa_1 + \epsilon_1) - \psi(a_1)]\\
- r\beta[c_2^* + b_2^*(\theta + pa_2^* + \epsilon_2) - \psi(a_2^*)]\}]
\end{aligned} \tag{2.18}$$

por lo que la elección óptima de esfuerzo del trabajador satisface la condición de primer orden siguiente

$$\psi'(a_1) = a_1(b_1) = p\left(b_1 + \beta(1 - b_2^*)\frac{\sigma_0^2}{\sigma_\epsilon^2 + \sigma_0^2}\right) \equiv pB_1 \tag{2.19}$$

La ecuación (2.19) tiene tres características interesantes. Primero, el costo marginal del esfuerzo del primer período, a_1, debe ser igual a p veces el incentivo total del primer período, B_1. Este último término es referido por Gibbons y Murphy (1992) como la suma del incentivo explícito del contrato del primer período, b_1, y del incentivo implícito proveniente de la preocupación de carrera, $\beta(1 - b_2^*)\frac{\sigma_0^2}{\sigma_\epsilon^2 + \sigma_0^2}$. Segundo, debido a que $b_2^* \in (0, 1)$, el incentivo implícito se mantiene positivo para $\beta > 0$. La razón de que el incentivo implícito sea nulo cuando $\beta = 0$ se deriva del hecho de que el segundo período no importaría en tal caso y el trabajador no obtendría ningún beneficio de intentar crear una buena reputación. Tercero, como la expresión (2.19) no depende de $\hat{a}_1$, en equilibrio la conjetura del mercado sobre el esfuerzo del trabajador en el primer peíodo es correcta ($\hat{a}_1 = a_1^*$) como muestran Gibbons y Murphy (1992).

Sustituyendo (2.9) en la restricción de participación del primer período y debido a que esta restricción se satura en el óptimo, es fácil obtener que el intercepto del primer período satisface

$$\begin{aligned} c_1(b_1) &= (1-b_1)E[y_1] - \bar{\pi} \\ &= (1-b_1)[m_0 + pa_1(b_1)] - \bar{\pi} \end{aligned} \tag{2.20}$$

Sustituyendo (2.19) y (2.20) en la función objetivo (M_1), el problema se reduce a[6]

$$\begin{aligned} \max_{\{b_1\}} \quad & -exp\Big\{ -r[m_0 + pa_1(b_1) - \psi(a_1(b_1)) - \bar{\pi}] - r\beta[m_0 + pa_2^* - \psi(a_2^*) - \bar{\pi}] \\ & + \frac{1}{2}r^2[(B_1 + \beta b_2^*)^2\Sigma_1^2 - 2B_1\beta b_2^*\sigma_\epsilon^2]\Big\} \end{aligned} \tag{M_1'}$$

donde $\Sigma_1^2 \equiv \sigma_0^2 + \sigma_\epsilon^2$ es la incertidumbre a priori total, es decir, antes de que sea observado y_1, y B_1 es el incentivo total del primer período definido en (2.19). Resolviendo el problema de maximización se obtiene la pendiente óptima del contrato lineal del primer período como

$$\begin{aligned} b_1^* &= \frac{1}{1+\frac{r}{p^2}\Sigma_1^2} - \beta(1-b_2^*)\frac{\sigma_0^2}{\sigma_0^2+\sigma_\epsilon^2} - \beta\frac{rb_2^*\sigma_0^2}{p^2(1+\frac{r}{p^2}\Sigma_1^2)} \\ &= \frac{1}{1+\frac{r}{p^2}\Sigma_1^2} - \beta\frac{r\sigma_0^2\Sigma_2^2}{p^2(1+\frac{r}{p^2}\Sigma_2^2)\Sigma_1^2} - \beta\frac{r\sigma_0^2}{p^2(1+\frac{r}{p^2}\Sigma_1^2)(1+\frac{r}{p^2}\Sigma_2^2)} \end{aligned} \tag{2.21}$$

Sustituyendo (2.13) y (2.21) en (2.19) se obtiene el esfuerzo óptimo del primer período inducido por el contrato

$$\begin{aligned} a_1^* &= p\left(b_1^* + \beta(1-b_2^*)\frac{\sigma_0^2}{\sigma_\epsilon^2+\sigma_0^2}\right) \\ &= p\left(\frac{1}{1+\frac{r}{p^2}\Sigma_1^2} - \beta\frac{r\sigma_0^2}{p^2(1+\frac{r}{p^2}\Sigma_1^2)(1+\frac{r}{p^2}\Sigma_2^2)}\right) \equiv pB_1^* \end{aligned} \tag{2.22}$$

y sustituyendo (2.21) y (2.22) en (2.20) se obtiene el intercepto del contrato óptimo del primer

[6] La derivación de esta expresión se presenta en el apéndice A.2.2.

período

$$
\begin{aligned}
c_1^* =& (1-b_1^*)(m_0+pa_1^*)-\bar{\pi} \\
=& \left(1-\frac{1}{1+\frac{r}{p^2}\Sigma_1^2}+\beta\frac{r\sigma_0^2\Sigma_2^2}{p^2(1+\frac{r}{p^2}\Sigma_2^2)\Sigma_1^2}+\beta\frac{r\sigma_0^2}{p^2(1+\frac{r}{p^2}\Sigma_1^2)(1+\frac{r}{p^2}\Sigma_2^2)}\right) \\
&\cdot\left(m_0+\frac{p^2}{1+\frac{r}{p^2}\Sigma_1^2}-\beta\frac{r\sigma_0^2}{(1+\frac{r}{p^2}\Sigma_1^2)(1+\frac{r}{p^2}\Sigma_2^2)}\right)-\bar{\pi}
\end{aligned}
\tag{2.23}
$$

Frontera de negociación

Sustituyendo los contratos óptimos (c_1^*, b_1^*, a_1^*) y (c_2^*, b_2^*, a_2^*) en la ecuación (2.2), se obtiene la función valor. Sin embargo, por tratarse de una función de utilidad de tipo CARA (*constant absolute risk aversion*), maximizar la función de utilidad es equivalente a maximizar la compensación equivalente cierta, la cual está dada por:

$$
\phi(r,p,\pi) \equiv E[w_1^*+\beta w_2^*]-\frac{1}{2}rVar[w_1^*+\beta w_2^*]-[\psi(a_1^*)+\beta\psi(a_2^*)] \tag{2.24}
$$

Sin pérdida de generalidad y por simplicidad, en lo subsecuente se asume que tanto la distribución a priori de la habilidad del trabajador como la distribución de los términos de error son normales estándar. Entonces, la función valor está dada por la expresión siguiente

$$
\phi(r,p,\pi)=-(1+\beta)\pi+p^4\frac{4p^4(1+\beta)+4p^2r(3+(3-2\beta)\beta)+3r^2(3+4(1-\beta)\beta)}{2(p^2+r2)(2p^2+3r)^2} \tag{2.25}
$$

como se muestra en el apéndice A.3. Esta función representa la frontera de negociación del período $t=0$.

2.2.2 Emparejamiento de equilibrio

En esta subsección se analiza la función de emparejamiento de equilibrio $p=\mu(r)$. Las derivadas parciales de los contratos óptimos y de la función valor se presentan en el apéndice B. Todas las demostraciones se presentan en el apéndice C.

Proposición 1. *Para toda relación laboral* $(r, p) \in R \times P$*,* $\mu(p)$ *soluciona el problema de maximización* $(\mathcal{M})$ *para* $p \in P$ *si y sólo si se cumplen las siguientes condiciones:*

1. *El emparejamiento es de selección positiva, es decir, la función* $\mu(\cdot)$ *empareja a trabajadores de mejor tipo con empresas de mejor tipo, por lo tanto se cumple que* $\mu'(r)$ *es no creciente en* r*;*

2. *El beneficio de equilibrio* $\pi(p)$ *de cada empresa de tipo* p *es una función estrictamente creciente y está dado por la siguiente ecuación diferencial ordinaria* (ODE).

$$\pi'(p) = \frac{\phi_p(r, p, \pi(p))}{1+\beta} \quad \textit{para} \quad p = \mu(r). \tag{ODE}$$

La proposición 1 implica que las relaciones laborales que se forman entre empresas y trabajadores son tales que, en equilibrio, se relacionan firmas con una mayor productividad (mayor p) con trabajadores menos aversos al riesgo (menor r). Si bien en el sentido del valor de los tipos r y p se trata de un emparejamiento de selección negativa, en realidad las relaciones laborales se conforman con mejores tipos de cada parte, por un lado empresas más productivas y por otro lado trabajadores menos aversos al riesgo[7]. En un contexto de integración entre empresas con presencia de heterogeneidad de ambos lados y doble riesgo moral, Dam y Serfes (2017) encuentran un patrón de emparejamiento de selección positiva similar entre los agentes.

Por el tipo de emparejamiento, para cumplir con la condición (MC) se cumple en equilibrio la siguiente condición

$$G(\mu(r)) = 1 - F(r) \tag{2.26}$$

para todo trabajador de tipo $r \in R$. Derivando (2.26) es inmediato que la pendiente de la función

[7]Para lograr el emparejamiento de mejores tipos de ambos lados, la función de emparejamiento debe cumplir que $\mu'(r) < 0$. Siguiendo a Dam (2015), este tipo de emparejamiento es de selección negativa, sin embargo, se considera como una selección positiva en este trabajo por el sentido económico de las variables p y r, debido a que una empresa es de mejor tipo si su productividad (p) es mayor, pero un trabajador es de mejor tipo si su aversión al riesgo (r) es menor.

de emparejamiento en equilibrio puede determinarse por la expresión siguiente

$$\mu'(r) = -\frac{f(r)}{g(\mu(r))} < 0 \tag{2.27}$$

Además, la opción de salida o beneficio de reserva de cada empresa es una función creciente de su respectivo tipo, es decir, una empresa con mayor productividad tiene un mayor beneficio de reserva y, por lo tanto, tiene más poder de negociación debido a que necesita recibir mayor pago esperado para participar de los contratos en los períodos subsecuentes. Este resultado es desde luego muy intuitivo, una empresa con mayor productividad tiene una capacidad de negociación mayor frente a un trabajador por el hecho de que la productividad afecta positivamente el nivel de producto y, por lo tanto, el posible pago que ambas partes pueden recibir, con lo cual existen mayor cantidad de trabajadores interesados en ella.

Capítulo 3

Efectos de la heterogeneidad

En el presente capítulo se analiza el efecto que tiene la heterogeneidad sobre los incentivos óptimos de los agentes, contrastando el escenario de heterogeneidad de ambos lados planteado en el modelo del capítulo anterior con los resultados que se obtendrían bajo los supuestos de Gibbons y Murphy (1992) en el cual las empresas son homogéneas.

En el modelo de Gibbons y Murphy (1992) no se incluye la productividad, por lo cual un supuesto implícito es que existe un único tipo de empresa al cual pueden acudir los trabajadores, lo cual implica que los incentivos –implícitos como explícitos– de los trabajadores no son afectados de forma alguna por el tipo de empresa en la cual escojan trabajar. En el modelo planteado en el capítulo 2, el supuesto de heterogeneidad de empresas introduce la competencia en un mercado previo en el cual las empresas y los trabajadores deben optimizar con quien se relacionan. A diferencia de Gibbons y Murphy (1992), los trabajadores se preocupan no sólo por el tiempo y la reputación que puedan ganar a través de éste, sino también por el tipo de empresa en la cual eligen trabajar.

Con el modelo del capítulo anterior es posible analizar los resultados de Gibbons y Murphy (1992) de una forma sencilla. Supóngase que todas las empresas tuvieran una productividad homogénea igual a algún $\bar{p} \in P$ y que, por lo tanto, el emparejamiento del período $t = 0$ no tuviera relevancia alguna. Si $\bar{p} = 1$, el modelo es precisamente el de Gibbons y Murphy (1992), mientras que suponer cualquier otro $\bar{p} > 0$ distinto de 1 modificaría sólo el nivel de incentivos y de esfuerzo óptimos, pero sin alterar los resultados cualitativos de estos autores. Lo anterior ocurre porque en equilibrio cada trabajador se relacionaría con una empresa de igual tipo que el resto de los trabajadores. Este escenario es al cual se considera de homogeneidad de empresas.

3.1 Efectos sobre los los incentivos óptimos

Para un factor de descuento y un nivel de incertidumbre dados, los incentivos explícitos óptimos (b_1, b_2) dependen de la aversión al riesgo de los trabajadores (r) y de la productividad de las empresas (p) de acuerdo con (2.21) y (2.13). Lo mismo ocurre con el incentivo implícito de preocupaciones de carrera ($CC^* \equiv B_1^* - b_1^*$). La productividad de la empresa es una función de la aversión al riesgo ($p = \mu(r)$) en el equilibrio con empresas heterogéneas, mientras que es un parámetro $(\bar{p})$ en el caso de empresas homogéneas. Por lo tanto, es posible evaluar el comportamiento de los incentivos señalados anteriormente como función del tipo de los trabajadores en ambos escenarios.

Sea Ω alguno de los incentivos anteriores. Si las empresas son heterogéneas, en equilibrio se cumple que

$$\frac{d\Omega(r, \mu(r))}{dr} = \frac{\partial \Omega}{\partial r} + \frac{\partial \Omega}{\partial p}\mu'(r) \tag{3.1}$$

donde $\mu(r)$ es la función de emparejamiento de equilibrio que soluciona el problema $(\mathcal{M})$. En cambio, si las empresas son homogéneas en su productividad, se cumple la siguiente condición

$$\frac{d\Omega(r \mid \bar{p})}{dr} = \frac{\partial \Omega}{\partial r} \tag{3.2}$$

En el apéndice (B.1) se muestra que el signo del efecto parcial de la aversión al riesgo $(\frac{\partial \Omega}{\partial r})$ es contrario al signo del efecto parcial de la productividad $(\frac{\partial \Omega}{\partial p})$ para cualquier incentivo que se trate ($\Omega \in \{b_1^*, CC^*, b_2^*\}$), por lo tanto, el signo del efecto total de la aversión al riesgo coincide en todo caso con el signo del efecto parcial de la aversión al riesgo en ambos escenarios, debido a que $\mu'(r) < 0$ por la proposición 1.

Los incentivos se comportan cualitativamente similares tanto en presencia de heterogeneidad como en ausencia de ella. Se confirman los resultados de Gibbons y Murphy (1992) en cuanto a que el incentivo explícito del segundo período es mayor que el del primer período y que ambos son decrecientes en la aversión al riesgo. También coincide que el incentivo implícito es positivo y creciente en la aversión al riesgo. Sin embargo, hay cambios cuantitativos importantes.

Proposición 2. *Considere el escenario A en el cual cada empresa tiene una productividad $p \in P$ distinta (heterogeneidad de empresas) y el escenario B en el cual todas las empresas tienen una misma productividad igual a algún $\bar{p} \in P$ (homogeneidad de empresas). Sea $\bar{r} \equiv \mu^{-1}(\bar{p})$ la aversión al riesgo del trabajador indiferente, definido como aquel que se relaciona con la empresa de tipo $\bar{p}$ en ambos escenarios. Se cumplen las siguientes condiciones:*

1. *El cambio marginal de los incentivos (explícitos e implícito) de los trabajadores con respecto a su propia aversión al riesgo es mayor en valor absoluto en el escenario A para cualquier trabajador de tipo $r \in R$.*

2. *El incentivo de preocupaciones de carrera, así como los incentivos explícitos, es más disperso en el escenario A.*

3. *El incentivo de preocupaciones de carrera es mayor en el escenario A para los trabajadores con mayor aversión al riesgo que el trabajador indiferente; en cambio, el incentivo es mayor en el escenario B para los trabajadores con menor aversión al riesgo que el trabajador indiferente.*

La introducción de competencia entre trabajadores en el mercado de emparejamiento para formar relaciones laborales provoca un doble efecto sobre los incentivos óptimos. Por la proposición 1, el emparejamiento de selección positiva provoca que mejores trabajadores (menos aversos) trabajen en mejores empresas (más productivas). Esto hace que los incentivos se vuelvan más propensos a cambios en la aversión al riesgo del trabajador (punto 1), lo cual explica que la diferencia de incentivos sea más grande en presencia de heterogeneidad (punto 2) ya que se amplifica tanto los efectos positivos como los negativos en cada caso.

Introducir competencia entre los trabajadores provoca que estos no tengan una opción segura como la tendrían si las empresas fueran homogéneas, cuyo efecto varía dependiendo de su posición relativa en la distribución. Supongamos, por ejemplo, que la productividad fuera homogénea y estuviera en la media de los posibles tipos que tienen las empresas heterogéneas, i.e., $G(\bar{p}) = F(\bar{r}) = \frac{1}{2}$. Aquellos trabajadores con mayor aversión al riesgo, es decir, que tienen una aversión $r > \bar{r}$ serán asignados en equilibrio a empresas con una productividad menor a la que tendrían si las empresas fueran homogéneas, i.e., $p < \bar{p}$. En cierto sentido, están empeorando su situación al tener que trabajar en una peor empresa. Para poder mitigar los efectos negativos sobre su compensación vital al trabajar en una peor empresa, su incentivo implícito aumentará con respecto a aquel que tendría con la opción segura $\bar{p}$ (recordemos que a la par estos trabajadores están recibiendo menos incentivos explícitos en este escenario).

El caso contrario es de aquellos trabajadores cuya aversión al riesgo es menor a la del trabajador indiferente, por lo cual son asignados a una mejor empresa (más productiva) que la que tendrían en el escenario de homogeneidad. Este tipo de trabajadores estarán recibiendo mayores incentivos explícitos en este escenario, por lo cual disminuyen su preocupación de carrera.

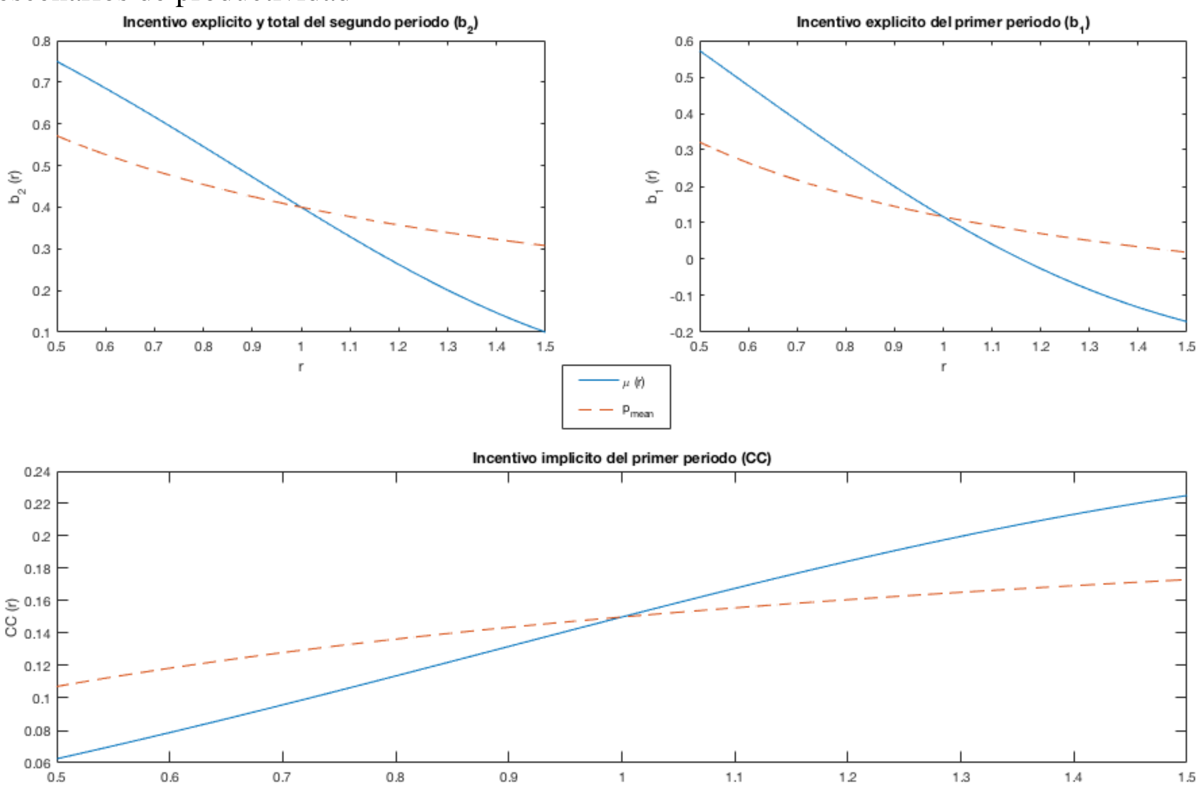
Estos resultados resultan intuitivos en la realidad. Por ejemplo, pensemos en dos estudiantes recién egresados que inician su vida laboral. Según los resultados del modelo, por efecto de la competencia en el mercado laboral, el menos averso al riesgo será contratado por una empresa más productiva. Resulta posible pensar que esta empresa, al ser más productiva tiene una mejor reputación en el mercado. Por esto el exestudiante que inicia su carrera laboral en esta empresa podrá tener menos incentivo implícito, debido a que el laborar inicialmente en una buena empresa da una señal positiva al mercado sobre su habilidad. El caso contrario ocurriría al joven asignado a la empresa poco productiva. Su preocupación de carrera será mucho mayor debido a que el mercado necesita recibir señales de su desempeño actual y éstas no provendrán del hecho de trabajar en una empresa poco productiva, adicional al hecho de que es más difícil producir en ésta. Desde luego este es un planteamiento hipótetico que requiere validación futura. Consideremos ahora el ejemplo numérico siguiente.

Ejemplo 1. Sean las funciones de distribución $G(p)$ y $F(r)$ uniformes sobre los conjuntos $P = [0.5, 1.5]$ y $R = [0.5, 1.5]$, respectivamente. Considere un factor de impaciencia $\beta = 0.5$. Usando (2.26) y (2.27), la función de emparejamiento es la siguiente

$$\mu(r) = p_{max} - \frac{p_{max} - p_{min}}{r_{max} - r_{min}}(r - r_{min}) = 1.5 - (r - 0.5) = 2 - r \tag{3.3}$$

donde $\mu'(r) = -\frac{f(r)}{g(p)} = -\frac{p_{max}-p_{min}}{r_{max}-r_{min}} = -1 < 0$.

Figura 3.1: Ejemplo1: Incentivos óptimos como función de la aversión al riesgo para distintos escenarios de productividad



La figura 3.1 muestra los incentivos óptimos explícitos y el incentivo de preocupaciones de carrera para cada trabajador de tipo $r \in [0.5, 1.5]$. La línea azul continua corresponde al escenario de heterogeneidad de empresas. La curva roja discontinua corresponde a un escenario con productividad homogénea $\bar{p} = E[P] = 1$.

Es posible comprobar la proposición 2 en este ejemplo. Las curvas de incentivos asociadas al escenario de productividad homogénea igual a $\bar{p} = 1$ son similares a lo que ocurriría en el modelo original de Gibbons y Murphy (1992). La pendiente de los incentivos explícitos (b_1^*, b_2^*) es más negativa en el caso de heterogeneidad, mientras que la pendiente del incentivo implícito (CC^*) es más positiva también en este caso, en comparación con aquella que tendría en un escenario de empresas homogéneas (punto 1 de la proposición 2). Los trabajadores con una aversión al riesgo mayor que la del trabajador indiferente $(r > 1)$ tienen un incentivo implícito motivado por la preocupación sobre su reputación en el caso de doble heterogeneidad debido a que se corresponden a empresas menos productivas que la que tendrían en un caso de empresas con productividad homogénea $\bar{p} = 1$.

3.2 Efectos sobre la desigualdad

La heterogeneidad de ambos lados ocasiona que los pagos a los agentes y principales sean más desiguales. Considerando que $v : R \to \mathbb{R}_+$ es la función de pago de los trabajadores, donde

$$v(r) = \phi(r^*, p^*, \pi^*(p)) \tag{3.4}$$

es la utilidad recibida por el trabajador de tipo r en equilibrio. Por teorema de la envolvente, la utilidad marginal del trabajador con respecto a su aversión al riesgo es

$$v'(r) = \frac{\partial \phi(r^*, p^*, \pi^*(p))}{\partial r} = \phi_r < 0 \tag{3.5}$$

donde ϕ_r se presenta en el apéndice B.2. La utilidad marginal negativa se explica por el hecho de que mayor aversión al riesgo representa un peor tipo y, por lo tanto, un peor pago para el trabajador.

La desigualdad entre los pagos recibidos por los trabajadores puede medirse con el siguiente índice

$$Ineq_v(r) \equiv \mid v'(r) \mid \tag{Ineq}$$

donde un mayor valor de (Ineq) representa mayor desigualdad y $Ineq_v(r) = 0$ representa una nula desigualdad, debido a que el pago sería igual para cualquier trabajador de tipo $r \in R$ ($v(r)$ sería constante). En otras palabras, considere a un trabajador de tipo r y a un trabajador de tipo $\tilde{r} = (r + dr)$, con dr un cambio infinitesimal en la aversión al riesgo. Un valor absoluto alto de la utilidad marginal ($v'(r)$) para el trabajador de tipo r significa que la diferencia entre su utilidad y la del trabajador de tipo $\tilde{r}$ es muy grande a pesar de la pequeña diferencia entre sus aversiones al riesgo, por lo que la desigualdad en ese punto es alta.

Proposición 3. *Considere el escenario A en el cual cada empresa tiene una productividad $p \in P$ distinta (heterogeneidad de empresas) y el escenario B en el cual todas las empresas tienen una misma productividad igual a algún $\bar{p} \in P$ (homogeneidad de empresas). Sea $\bar{r} \equiv \mu^{-1}(\bar{p})$ la aversión al riesgo del trabajador indiferente, definido como aquel que se relaciona con la empresa de tipo $\bar{p}$ en ambos escenarios.*

1. *La desigualdad es mayor en el escenario A para los trabajadores con una aversión al riesgo menor que la del trabajador indiferente (mejores tipos), mientras que es mayor en el escenario B para los trabajadores con una aversión al riesgo mayor que la del trabajador indiferente (peores tipos).*

Los cambios en utilidad son mayores ante diferencias en la aversión al riesgo cuando se introduce competencia entre trabajadores debido a que empeorar la aversión al riesgo (aumentar r) en un entorno de competencia entre agentes provoca trabajar en una peor empresa (menos productiva), de modo que la utilidad empeora por ambos efectos. En cierto sentido, la diferencia en pagos en un entorno de empresas heterogéneas es mayor debido a una competencia agresiva entre los trabajadores.

La proposición 3 implica que al incluir competencia entre los trabajadores por el tipo de firma en el cual trabajar, aumenta la dispersión de pagos. Si las empresas fueran todas del mismo tipo, en realidad no importa en cual de ellas trabaje cada trabajador, por lo que la dispersión salarial responde únicamente a la variación en el propio tipo de los trabajadores. Ahora, al importar el tipo de empresa en la cual trabajen, el equilibrio general resulta en salarios y utilidades más variadas que responden a los cambios en los tipos de ambas partes de la relación laboral. Nuevamente el efecto del tipo de la empresa amplifica el efecto del tipo del trabajador.

Para los agentes con mejor tipo (menos aversos) que el trabajador indiferente, la heterogeneidad de empresas representa la posibilidad de trabajar en una mejor empresa que en el escenario con homogeneidad. Esto motiva que la competencia entre estos trabajadores sea mayor y la desigualdad de pagos aumente. El caso contrario ocurre para los trabajadores con peor tipo que el trabajador indiferente, quienes verán empeorada su situación al ser asignados por el mercado a una peor empresa que antes y desmotivar entre ellos la competencia, lo que resulta en una menor desigualdad para ese cuantil de empresas.

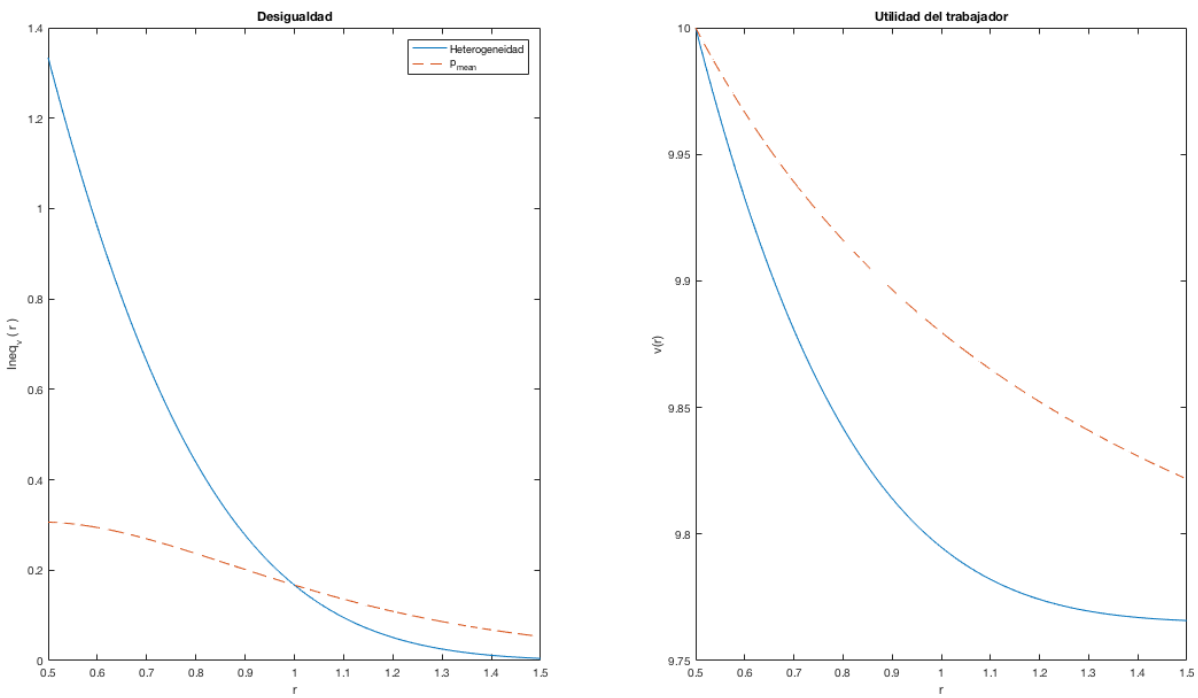
Ejemplo 1 (continuación). Considere los datos del ejemplo 1. Adicionalmente, considere el parámetro $v_0 \equiv v(r_{min}) = 10$ como la utilidad que recibe el trabajador de mejor tipo. Los pagos de cada tipo son obtenidos mediante la siguiente expresión:

$$v(r) = v_0 - \int_{r_{min}}^{r} v'(x)dx \tag{3.6}$$

En la figura 3.2 se grafican el índice de desigualdad y la utilidad de los trabajadores como función de la aversión al riesgo. La línea azul continua corresponde al escenario de heterogeneidad de empresas. La curva roja discontinua corresponde a un escenario con productividad homogénea $\bar{p} = 1$.

El trabajador indiferente entre ambos escenarios tiene una aversión al riesgo $\bar{r} = 1$. Para los trabajadores con mejores tipos ($r < 1$), la desigualdad es mayor en presencia de heterogeneidad. Por la competencia entre los trabajadores por mejores empresas, la desigualdad de pagos es alta y marginalmente esa desigualdad tiene cambios más grandes que si las empresas fueran homogéneas.

Figura 3.2: Ejemplo 1: Desigualdad y utilidad de los trabajadores como función de la aversión al riesgo para distintos escenarios de productividad



Capítulo 4

Conclusiones

En el presente trabajo analizo el efecto de heterogeneidad en la productividad de las empresas y en la aversión al riesgo de los trabajadores sobre los incentivos de los agentes en presencia de contratos y preocupaciones de carrera. En contraste con los trabajos de Gibbons y Murphy (1992) y Holmström (1999), se introduce la existencia de heterogeneidad de ambos lados, lo que hace necesario un mercado de negociación previo a la negociación salarial determinada en los contratos de incentivos.

La existencia de empresas heterogéneas induce la competencia en un mercado laboral de emparejamiento en el cual los trabajadores deben eligir de manera óptima la empresa en la cual desean trabajar. En equilibrio las empresas más productivas son clasificadas con trabajadores menos aversos al riesgo por un emparejamiento de selección negativa.

El modelo de este trabajo permite también contrastar el caso de doble heterogeneidad con el escenario de empresas homogéneas implícito en Gibbons y Murphy (1992) con el fin de comparar los resultados de introducir dicho supuesto.

En presencia de heterogeneidad, los efectos de cambios en el tipo de los trabajadores, en este caso de su aversión al riesgo, sobre los incentivos son amplificados por la competencia en el mercado laboral. En particular, el incentivo de preocupaciones de carrera aumenta más en presencia de empresas heterogéneas por un doble efecto, por un lado el efecto directo que tiene el cambio en su aversión sobre el incentivo y, por otro lado, el efecto que tiene la competencia en el mercado laboral al asignarle una empresa de distinta productividad. Si ocurre el caso en que el trabajador empeora su tipo (aumenta su aversión al riesgo), esto lo hace trabajar en una empresa menos productiva, por lo cual su incentivo de preocupación de carrera aumenta en mayor medida ante su necesidad de dar señales positivas al mercado sobre su habilidad. Este mismo trabajador tendría un menor incentivo implícito si todas las empresas tuvieran la misma productividad debido a que esa productividad es segura para él sin importar en que empresa trabaje.

La desigualdad de pagos a los trabajadores es mayor para los mejores trabajadores en presencia de heterogeneidad debido a que el mercado laboral motiva una fuerte competencia por las firmas más productivas. No considerar la existencia de heterogeneidad supone, en general, subvalorar la varianza de la desigualdad para los trabajadores, puesto que el emparejamiento de equilibrio modifica la desigualdad inicial implícita en la distribución del tipo de los trabajadores.

El presente trabajo se enfocó en la heterogeneidad de dos características conocidas en particular: la productividad por el lado de las empresas y la aversión al riesgo por el lado de los trabajadores. Puede resultar de interés para investigación futura analizar el efecto de heterogeneidad en los incentivos considerando otras características. Por ejemplo, puede abstraerse la habilidad desconocida que motiva los incentivos de preocupación de carrera como una habilidad innata de los trabajadores y considerar que los trabajadores tienen una productividad o una habilidad adquirida que es observable a través de su currículum.

Apéndice A

Desarrollos matemáticos de los contratos óptimos

A.1 Distribución posterior de la habilidad del trabajador

La distribución de los términos de error y la distribución a priori de la habilidad del trabajador (θ) permite derivar la distribución posterior de esta última. Procedo como Holmström (1999) y uso las fórmulas de DeGroot (1970). Suponga que la empresa conjetura que el trabajador realizó una cantidad $\hat{a}_1$ de esfuerzo en el primer período. Como la productividad de la empresa es conocida, observar el nivel de producción del primer período del trabajador es similar a observar

$$z_1 \equiv y_1 - p\hat{a}_1 = \theta + \epsilon_1 \tag{A.1}$$

Nótese que $(z_1 \mid \theta)$ es normalmente distribuido con media θ y varianza σ_ϵ^2 y recuérdese que θ es normalmente distribuida con media m_0 y varianza σ_0^2. Aplicando las fórmulas de DeGroot (1970)

$$\theta \mid z_1 \sim \mathcal{N}\left(\frac{\sigma_0^2}{\sigma_\epsilon^2 + \sigma_0^2} z_1 + \frac{\sigma_\epsilon^2}{\sigma_\epsilon^2 + \sigma_0^2} m_0, \left(\frac{1}{\sigma_0^2} + \frac{1}{\sigma_\epsilon^2}\right)^{-1}\right) \tag{A.2}$$

A partir de (A.1) y (A.2), es sencillo obtener (2.11) y (2.12).

A.2 Utilidades esperadas del trabajador

A lo largo de esta sección utilizo la observación bien conocida de que si k es una constante y x es una variable aleatoria normalmente distribuida con media $\bar{x}$ y varianza σ^2, entonces:

$$E[exp\{-kx\}] = exp\{-k\bar{x} + \frac{1}{2}k^2\sigma^2\} \tag{A.3}$$

A.2.1 Utilidad esperada del trabajador en el segundo período como función de la pendiente del contrato del segundo período (b_2)

La utilidad esperada del trabajador desde la perspectiva del segundo período está dada por (2.5). Sustituyendo $a_2(b_2)$ y $c_2(b_2)$ en esta expresión, considerando los parámetros de la distribución posterior de θ dados por (2.11) y (2.12) y definiendo $u_1 \equiv exp\{-r\beta^{-1}(w(y_1) - \psi(a_1))\}$, la utilidad esperada del trabajador en el segundo período esta dada por

$$\begin{aligned}
EU_2 =& - E[u_1 \cdot exp\{-r(w(y_2) - \psi(a_2(b_2)))\} \mid y_1] \\
=& - u_1 \cdot E[exp\{-r(c_2(b_2) + b_2(\theta + pa_2(b_2) + \epsilon_2) - \psi(a_2(b_2)))\} \mid y_1] \\
=& - u_1 \cdot E[exp\{-r((1-b_2)E[y_2 \mid y_1] - \bar{\pi} + b_2 pa_2^*(b_2) - \psi(a_2(b_2)))\} \\
& \cdot exp\{-rb_2(\theta + \epsilon_2)\} \mid y_1] \\
=& - u_1 \cdot E[exp\{-r((1-b_2)(m_1 + pa_2(b_2)) + b_2 pa_2(b_2) - \psi(a_2(b_2)) - \bar{\pi})\} \\
& \cdot exp\{-rb_2(\theta + \epsilon_2)\} \mid y_1] \\
=& - u_1 \cdot exp\{-r((1-b_2)m_1 + pa_2(b_2) - \psi(a_2(b_2)) - \bar{\pi})\} \\
& \cdot E[exp\{-rb_2(\theta + \epsilon_2)\} \mid y_1]
\end{aligned} \tag{A.4}$$

Considerando que $(\theta + \epsilon_2)$ es una variable aleatoria normalmente distribuida con media m_0

y varianza $(\theta_1^2 + \theta_\epsilon^2)$ y aplicando (A.3)

$$\begin{aligned}
EU_2 =& - u_1 \cdot exp\{-r((1-b_2)m_1 + pa_2(b_2) - \psi(a_2(b_2)) - \bar{\pi})\} \\
&\cdot exp\left\{-rb_2m_1 + \frac{1}{2}r^2b_2^2(\sigma_1^2 + \sigma_\epsilon^2)\right\} \\
=& - u_1 \cdot exp\left\{-r\left(m_1 + pa_2(b_2) - \psi(a_2(b_2)) - \frac{1}{2}rb_2^2(\sigma_1^2 + \sigma_\epsilon^2) - \bar{\pi}\right)\right\} \\
=& - u_1 \cdot exp\left\{-r\left(m_1 + p^2b_2 - \frac{p^2b_2^2}{2} - \frac{1}{2}rb_2^2(\sigma_1^2 + \sigma_\epsilon^2) - \bar{\pi}\right)\right\}
\end{aligned} \tag{A.5}$$

La ecuación (A.5) es la utilidad esperada del trabajador desde la perspectiva del segundo período para una b_2 arbitraria. Sin embargo, el término u_1 es simplemente un número positivo y puede ser omitido en el problema de maximización del segundo período. Entonces, el mercado cree que el b_2^* es tal que maximiza

$$-exp\left\{-r\left(m_1 + p^2b_2 - \frac{p^2b_2^2}{2} - \frac{1}{2}rb_2^2(\sigma_1^2 + \sigma_\epsilon^2) - \bar{\pi}\right)\right\} \tag{A.6}$$

A.2.2 Utilidad esperada del trabajador en el primer período como función de la pendiente del contrato del primer período (b_1)

Desde la perspectiva del primer período, la utilidad esperada del trabajador es la esperanza de (2.2), esto es

$$EU_1 = E[-exp\{-r[c_1 + b_1y_1 - \psi(a_1)] - r\beta[c_2 + b_2y_2 - \psi(a_2)]\}] \tag{A.7}$$

Sustituyendo $a_1(b_1)$, $c_1(b_1)$ y el contrato óptimo del segundo período (c_2^*, b_2^*, a_2^*)

$$
\begin{aligned}
&-E\Bigg[exp\Bigg\{-r\Bigg[(1-b_1)(m_0+pa_1(b_1))-\bar{\pi}+b_1pa_1(b_1)-\psi(a_1(b_1)) \\
&+\beta\Bigg((1-b_2^*)\left(\frac{\sigma_\epsilon^2 m_0+\sigma_0^2(y_1-a_1(b_1))}{\sigma_\epsilon^2+\sigma_0^2}+pa_2^*(b_2^*)\right)-\bar{\pi}+b_2^*pa_2^*(b_2^*)-\psi(a_2^*(b_2^*))\Bigg)\Bigg]\Bigg\} \\
&\cdot exp\{-rb_1(\theta+\epsilon_1)-r\beta b_2^*(\theta+\epsilon_2)\}\Bigg] \\
=&-E\Bigg[exp\Bigg\{-r\Bigg[(1-b_1)m_0+pa_1(b_1))-\psi(a_1(b_1))-\bar{\pi}+\beta\Bigg(\frac{(1-b_2^*)\sigma_\epsilon^2}{\sigma_\epsilon^2+\sigma_0^2}m_0+pa_2^*(b_2^*) \\
&-\psi(a_2^*(b_2^*))-\bar{\pi}\Bigg)\Bigg]\Bigg\}\cdot exp\Bigg\{-r\left[\left(b_1+\beta(1-b_2^*)\frac{\sigma_0^2}{\sigma_\epsilon^2+\sigma_0^2}\right)(\theta+\epsilon_1)+\beta b_2^*(\theta+\epsilon_2)\right]\Bigg\}\Bigg] \\
=&-exp\Bigg\{-r\Bigg[(1-b_1)m_0+pa_1^*(b_1))-\psi(a_1^*(b_1))-\bar{\pi}+\beta\Bigg(\frac{(1-b_2^*)\sigma_\epsilon^2}{\sigma_\epsilon^2+\sigma_0^2}m_0+pa_2^*(b_2^*) \\
&-\psi(a_2^*(b_2^*))-\bar{\pi}\Bigg)\Bigg]\Bigg\}\cdot E[exp\{-r\left[B_1^*(\theta+\epsilon_1)+\beta b_2^*(\theta+\epsilon_2)\right]\}]
\end{aligned}
\tag{A.8}
$$

Considere $X \equiv B_1^*(\theta+\epsilon_1)+\beta b_2^*(\theta+\epsilon_2)$ como una variable aleatoria. Debido a las distribuciones de la habilidad del trabajador (θ) y de los términos de error (ϵ_1, ϵ_2), X es una variable aleatoria normalmente distribuida con los siguientes parámetros

$$
\begin{aligned}
E[X] &= B_1^*E[\theta+\epsilon_1]+\beta b_2^*E[\theta+\epsilon_2] \\
&= B_1^*m_0+\beta b_2 m_0 \\
Var[X] &= B_1^{*2}Var[\theta+\epsilon_1]+(\beta b_2^*)^2Var[\theta+\epsilon_2]+2B_1^*\beta b_2^*Cov[\theta+\epsilon_1,\theta+\epsilon_2] \\
&= B_1^{*2}(\sigma_0^2+\sigma_\epsilon^2)+(\beta b_2^*)^2(\sigma_0^2+\sigma_\epsilon^2)+2\beta B_1^*b_2^*\sigma_0^2 \\
&= (B_1^{*2}+(\beta b_2^*)^2)(\sigma_0^2+\sigma_\epsilon^2)+2\beta B_1^*b_2^*\sigma_0^2 \\
&= (B_1^*+\beta b_2^*)^2(\sigma_0^2+\sigma_\epsilon^2)-2\beta B_1^*b_2^*\sigma_\epsilon^2
\end{aligned}
$$

Entonces, aplicando (A.3) al último término en (A.8) resulta

$$
\begin{aligned}
&E\left[exp\{-rX\}\right] \\
=&exp\left\{-r(B_1m_0+\beta b_2^*m_0)+\frac{1}{2}r^2[(B_1+\beta b_2^*)^2(\sigma_0^2+\sigma_\epsilon^2)-2B_1\beta b_2^*\sigma_\epsilon^2]\right\}
\end{aligned}
\tag{A.9}
$$

Finalmente, sustituyendo (A.9) en (A.8) se obtiene la utilidad esperada del trabajador desde la perspectiva del primer período para un b_1 arbitrario.

$$\begin{aligned} EU_1 = & - exp\bigg\{ - r[m_0 + pa_1^*(b_1)) - \psi(a_1^*(b_1)) - \bar{\pi}] - r\beta[m_0 + pa_2^*(b_2^*) - \psi(a_2^*(b_2^*)) - \bar{\pi}] \\ & + \frac{1}{2}r^2[(B_1 + \beta b_2^*)^2(\sigma_0^2 + \sigma_\epsilon^2) - 2B_1\beta b_2^*\sigma_\epsilon^2]\bigg\} \end{aligned} \tag{A.10}$$

A.3 Compensación equivalente cierta y función valor

Considere la compensación esperada óptima vital en valor presente dada por $W^*(y_1, y_2) \equiv w^*(y_1) + \beta w^*(y_2)$ como función de b_1^*, a_1^*, b_2^* y a_2^*

$$\begin{aligned} W^*(\cdot) = & (1 - b_1^*)(m_0 + pa_1^*) - \bar{\pi} + b_1^*(\theta + pa_1^* + \epsilon_1) \\ & + \beta\left[(1 - b_2^*)\left(\frac{\sigma_\epsilon^2}{\sigma_\epsilon^2 + \sigma_0^2}m_0 + \frac{\sigma_0^2}{\sigma_\epsilon^2 + \sigma_0^2}(\theta + \epsilon_1) + pa_2^*\right) - \bar{\pi} + b_2^*(\theta + pa_2^* + \epsilon_2)\right] \end{aligned} \tag{A.11}$$

Note que la esperanza y la varianza de $W^*(y_1, y_2)$ están dadas por

$$E[W^*(\cdot)] = (1 + \beta)(m_0 - \bar{\pi}) + p(a_1^* + \beta a_2^*) \tag{A.12}$$

y

$$\begin{aligned} Var[W^*(\cdot)] &= Var\left[\left(b_1^* + \beta(1 - b_2^*)\frac{\sigma_0^2}{\sigma_\epsilon^2 + \sigma_0^2}\right)(\theta + \epsilon_1) + \beta b_2^*(\theta + \epsilon_2)\right] \\ &= Var\left[B_1^*(\theta + \epsilon_1) + \beta b_2^*(\theta + \epsilon_2)\right] \\ &= (B_1^* + \beta b_2^*)^2(\sigma_0^2 + \sigma_\epsilon^2) - 2B_1^*\beta b_2^*\sigma_\epsilon^2 \end{aligned} \tag{A.13}$$

donde el último término ha sido derivado en el apéndice A.2.2.

Por lo tanto, es posible expresar la utilidad esperada del trabajador desde la perspectiva del período $t = 1$ como

$$E[U(\cdot)] = -exp\{-r\hat{w}\} \tag{A.14}$$

donde

$$\begin{aligned}
\hat{w} =& c_1 + b_1pa_1 - \psi(a_1) + \beta(c_2 + b_2pa_2 - \psi(a_2)) \\
=&(1+\beta)(m_0 - \pi) + p(a_1 + \beta a_2) - (\psi(a_1) + \beta\psi(a_2)) \\
&- \frac{1}{2}r((B_1 + \beta b_2)^2(\sigma_0^2 + \sigma_\epsilon^2) - 2\beta B_1 b_2 \sigma_\epsilon^2) \\
=&E[w_1 + \beta w_2] - [\psi(a_1) + \beta\psi(a_2)] - \frac{1}{2}rVar[w_1 + \beta w_2]
\end{aligned} \tag{A.15}$$

es la compensación equivalente cierta del trabajador, la cual es igual al valor presente de su compensación esperada vital menos su costo de esfuerzo vital y una prima de riesgo.

Por la forma de la función, maximizar la función de utilidad (A.14) es equivalente a maximizar $\hat{w}$, por lo tanto, la compensación equivalente puede ser considerada como la función valor. Si se asume que tanto la distribución a priori de la habilidad del trabajador como la distribución de los términos de error son normales estándar, entonces $m_0 = 0$, $\sigma_0^2 = \sigma_\epsilon^2 = 1$, $\sigma_1^2 = \frac{1}{2}$, $\Sigma_1^2 = \frac{3}{2}$ y $\Sigma_2^2 = 2$, por lo que la función valor dada por los contratos óptimos de los períodos $t = 1$ y $t = 2$ es

$$\begin{aligned}
\phi(\cdot) =& E[w_1^* + \beta w_2^*] - [\psi(a_1^*) + \beta\psi(a_2^*)] - \frac{1}{2}rVar[w_1^* + \beta w_2^*] \\
=&(1+\beta)(m_0 - \bar{\pi}) + p^2\left(B_1^* + \beta b_2^* - \frac{B_1^{*2}}{2} - \beta\frac{b_2^{*2}}{2}\right) - \frac{r}{2}((B_1^* + \beta b_2^*)^2\Sigma_1^2 - 2\beta B_1^* b_2^* \sigma_\epsilon^2) \\
=& -(1+\beta)\bar{\pi} + p^2\left(B_1^* + \beta b_2^* - \frac{B_1^{*2}}{2} - \beta\frac{b_2^{*2}}{2}\right) - r((B_1^* + \beta b_2^*)^2 - \beta B_1^* b_2^*) \\
=& -(1+\beta)\pi + p^4\frac{4p^4(1+\beta) + 4p^2r(3 + (3-2\beta)\beta) + 3r^2(3 + 4(1-\beta)\beta)}{2(p^2 + r2)(2p^2 + 3r)^2}
\end{aligned} \tag{A.16}$$

Apéndice B

Efectos parciales

B.1 Contratos óptimos

En este apéndice se presentan los efectos parciales de los contratos óptimos y del efecto de preocupación de carrera con respecto a los tipos de los trabajadores (r) y de las empresas (p). Se considera a los errores y a las creencias a priori de la habilidad del trabajador con distribución normal estándar.

Incentivos explícitos

El incentivo explícito óptimo del segundo período es

$$b_2^* = \frac{p^2}{p^2 + \frac{3}{2}r} \tag{B.1}$$

por lo que los efectos parciales son

$$\begin{aligned} \frac{\partial b_2^*}{\partial r} &= -\frac{6p^2}{\left(2p^2 + 3r\right)^2} < 0 \\ \frac{\partial b_2^*}{\partial p} &= \frac{12pr}{\left(2p^2 + 3r\right)^2} > 0 \end{aligned} \tag{B.2}$$

mientras que el incentivo explícito óptimo del primer período es

$$b_1^* = \frac{p^2}{p^2+2r} - \beta\frac{3r}{4p^2+6r} - \beta\frac{rp^2}{(p^2+2r)(p^2+\frac{3}{2}r)} \tag{B.3}$$

con sus correspondientes efectos parciales dados por

$$\begin{aligned} \frac{\partial b_1^*}{\partial r} &= -\frac{p^2(18r^2+12rp^2(2+\beta)+p^4(8+7\beta))}{(p^2+2r)^2(2p^2+3r)^2} < 0 \\ \frac{\partial b_1^*}{\partial p} &= \frac{2pr(18r^2+12rp^2(2+\beta)+p^4(8+7\beta))}{(p^2+2r)^2(2p^2+3r)^2} > 0 \end{aligned} \tag{B.4}$$

En ambos períodos, el incentivo explícito disminuye con aumentos en la aversión al riesgo del trabajador mientras que aumenta con aumentos en la productividad de la empresa.

Incentivo implícito por el efecto de preocupación de carrera

En el segundo período no existe efecto implícito. En el primer período, el incentivo implícito está dado por

$$CC^* = \beta\frac{3r}{4p^2+6r} \tag{B.5}$$

y sus efectos parciales corresponden a

$$\begin{aligned} \frac{\partial CC^*}{\partial r} &= \frac{3p^2\beta}{(2p^2+3r)^2} > 0 \\ \frac{\partial CC^*}{\partial p} &= -\frac{6pr\beta}{(2p^2+3r)^2} < 0 \end{aligned} \tag{B.6}$$

A diferencia de los incentivos explícitos, el incentivo implícito mejora con aumentos en la aversión al riesgo del trabajador y empeora con aumentos en la productividad de la empresa.

Incentivos totales del primer período

Como en el segundo período no existe un incentivo implícito derivado del efecto de preocupaciones de carrera, (B.1) expresa también el incentivo total del segundo período, con sus correspondientes efectos parciales dados por (B.2). En el primer período, el incentivo total es la suma del incentivo explícito (B.3) y del incentivo implícito (B.5), es decir,

$$B_1^* = \frac{p^2}{p^2 + 2r} - \beta \frac{rp^2}{(p^2 + 2r)(p^2 + \frac{3}{2}r)} \tag{B.7}$$

con los siguientes efectos parciales

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_1^*}{\partial r} &= -\frac{24p^4 r + 4p^6(2+\beta) + 6p^2r^2(3-2\beta)}{(2p^4 + 7p^2 r + 6r^2)^2} < 0 \\ \frac{\partial B_1^*}{\partial p} &= \frac{4pr((2p^2+3r)^2 + 2(p^4 - 3r^2)\beta)}{(2p^4 + 7p^2 r + 6r^2)^2} > 0 \end{aligned} \tag{B.8}$$

Al igual que los incentivos explícitos, los incentivos totales en ambos períodos mejoran con aumentos en p y empeoran con aumentos en r.

Diferencia entre incentivos explícitos

La diferencia entre el incentivo explícito del segundo período (B.1) y el correspondiente al primer período (B.3), está dada por

$$b_2^* - b_1^* = \frac{r(6r\beta + p^2(2+7\beta))}{2(p^2+2r)(2p^2+3r)} \tag{B.9}$$

con los siguientes efectos parciales

$$\begin{aligned} \frac{\partial(b_2^* - b_1^*)}{\partial r} &= \frac{p^2(p^4(2+7\beta) + 12p^2r\beta - 6r^2)}{(2p^4 + 7p^2 r + 6r^2)^2} \\ \frac{\partial(b_2^* - b_1^*)}{\partial p} &= -\frac{2pr(p^4(2+7\beta) + 12p^2r\beta - 6r^2)}{(2p^4 + 7p^2 r + 6r^2)^2} \end{aligned} \tag{B.10}$$

donde el signo de las derivadas parciales (B.10) está determinado de la siguiente forma

$$\text{signo}\left[\frac{\partial(b_2^* - b_1^*)}{\partial r}\right] = -\text{signo}\left[\frac{\partial(b_2^* - b_1^*)}{\partial p}\right] = \text{signo}[p^4(2+7\beta) + 12p^2r\beta - 6r^2] \tag{B.11}$$

Diferencia entre incentivos totales

La diferencia entre el incentivo total del segundo período (B.1) y el correspondiente al primer período (B.7) está dada por

$$b_2^* - B_1^* = \frac{p^2 r(1+2\beta)}{(p^2+2r)(2p^2+3r)} \tag{B.12}$$

y sus efectos parciales son

$$\begin{aligned} \frac{\partial(b_2^* - B_1^*)}{\partial r} &= \frac{2p^2(p^4-3r^2)(1+2\beta)}{(2p^4+7p^2r+6r^2)^2} \\ \frac{\partial(b_2^* - B_1^*)}{\partial p} &= -\frac{4pr(p^4-3r^2)(1+2\beta)}{(2p^4+7p^2r+6r^2)^2} \end{aligned} \tag{B.13}$$

donde el signo de las derivadas parciales anteriores está determinado de la siguiente forma

$$\text{signo}\left[\frac{\partial(b_2^* - B_1^*)}{\partial r}\right] = -\text{signo}\left[\frac{\partial(b_2^* - B_1^*)}{\partial p}\right] = \text{signo}[p^4 - 3r^2] \tag{B.14}$$

Es fácil mostrar que el signo de la última expresión es positivo si y sólo si $\frac{p^2}{r} > \sqrt{3}$. Esta condición determina los signos de $\frac{\partial(b_2^* - B_1^*)}{\partial r}$ y $\frac{\partial(b_2^* - B_1^*)}{\partial p}$ a través de (B.14).

B.2 Frontera de negociación

Las derivadas parciales de primer orden de la función valor determinada en (A.16) son

$$
\begin{aligned}
\phi_r(\cdot) =& -\frac{p^4}{(p^2+2r)^2(2p^2+3r)^3}[9r^3(3-2\beta)(1+2\beta)+6p^2r^2(9+4(2-\beta)\beta) \\
&+8p^6(1+\beta+\beta^2)+6p^4r(6+\beta(5+2\beta))]<0 \\
\phi_p(\cdot) =& \frac{p^3}{(p^2+2r)^2(2p^2+3r)^3}[8p^8(1+\beta)+68p^6r(1+\beta)+36r^4(3-2\beta)(1+2\beta) \\
&+2p^4r^2(99+4(24-7\beta)\beta)+9p^2r^3(27+4(7-5\beta)\beta)]>0 \\
\phi_\pi(\cdot) =& -(1+\beta)<0
\end{aligned}
\tag{B.15}
$$

y las derivadas parciales de segundo orden son

$$
\begin{aligned}
\phi_{rr}(\cdot) =& \frac{4p^4}{(p^2+2r)^3(2p^2+3r)^4}[36p^2r^3(6+(5-2\beta)\beta) \\
&+27r^4(3+4(1-\beta)\beta)+54p^4r^2(4+\beta(3+2\beta)) \\
&+p^8(16+\beta(19+28\beta))+3p^6r(32+\beta(29+38\beta))]>0 \\
\phi_{rp}(\cdot) =& \frac{-8p^3r}{(p^2+2r)^3(2p^2+3r)^4}[27r^4(3-2\beta)(1+2\beta) \\
&+36p^2r^3(6+\beta(5-2\beta))+54p^4r^2(4+\beta(3+2\beta)) \\
&+p^8(16+\beta(19+28\beta))+3p^6r(32+\beta(29+38\beta))]<0 \\
\phi_{pp}(\cdot) =& \frac{p^2}{(p^2+2r)^3(2p^2+3r)^4}[16p^{12}(1+\beta) \\
&+192p^{10}r(1+\beta)+648r^6(3-2\beta)(1+2\beta) \\
&+3p^4r^4(2187+4(483-13\beta)\beta)+270p^2r^5(21+4(5-3\beta)\beta) \\
&+12p^8r^2(98+\beta(101+28\beta))+8p^6r^3(477+2\beta(228+67\beta))]>0 \\
\phi_{\pi\pi}(\cdot) =& \phi_{r\pi}(\cdot)=\phi_{p\pi}(\cdot)=0
\end{aligned}
\tag{B.16}
$$

Apéndice C

Demostraciones

C.1 Demostración de la proposición 1

Del problema de maximización del trabajador ($\mathcal{M}$), la condición de primer orden está determinada por

$$\phi_p + \phi_\pi \pi'(p) = 0 \tag{FOC}$$

de donde es fácil obtener que el beneficio de equilibrio de cada empresa de tipo p es

$$\pi'(p) = -\frac{\phi_p(r, p, \pi(p))}{\phi_\pi(r, p, \pi(p))} = \frac{\phi_p(r, p, \pi(p))}{1+\beta} > 0 \tag{C.1}$$

para $p = \mu(r)$ y para cada relación laboral (r, p). El hecho de que $\pi(p)$ deba ser creciente viene del hecho de que $\phi_p > 0$, como se muestra en el apéndice B.2.

Asímismo, la condición de segundo orden es

$$\phi_p \phi_{\pi r} - \phi_\pi \phi_{pr} = (1+\beta)\phi_{pr} < 0 \tag{SOC}$$

donde la negatividad de la condición proviene del signo de ϕ_{pr}, el cual también se muestra en el apéndice B.2. Siguiendo a Dam (2015), el emparejamiento de equilibrio debe ser de selección negativa, es decir, $\mu'(r) < 0$.

C.2 Demostración de la proposición 2

Como la función de emparejamiento es continua y estrictamente decreciente, se puede asegurar que tiene inversa. Se ha definido al trabajador indiferente como aquel con aversión al riesgo igual a $\bar{r} \equiv \mu^{-1}(\bar{p})$, es decir, aquel que en el equilibrio de heterogeneidad de empresas es asignado por la función de emparejamiento a la firma con productividad $\bar{p}$, la cual es aquella que tendrían todas las empresas en el escenario de empresas homogéneas. Como $\bar{p} \in P$, el trabajador indiferente existe por lo cual $\bar{r} \in R$; además, por la inyectividad de la función de emparejamiento, el trabajador indiferente es único. Resulta trivial que el nivel de cualquier incentivo $\Omega \in \{b_1^*, CC^*, b_2^*\}$ es igual en ambos escenarios para el trabajador indiferente.

Considere las ecuaciones (3.1) y (3.2) para el trabajador indiferente. Para el caso de heterogeneidad de empresas,

$$\frac{d\Omega(\bar{r},\bar{p})}{dr} = \frac{\partial\Omega}{\partial r}(\bar{r},\bar{p}) + \frac{\partial\Omega}{\partial p}(\bar{r},\bar{p}) \cdot \mu'(\bar{r}) \tag{C.2}$$

y para el caso de homogeneidad de empresas

$$\frac{d\Omega(\bar{r} \mid \bar{p})}{dr} = \frac{\partial\Omega}{\partial r}(\bar{r},\bar{p}) \tag{C.3}$$

Como se muestra en el apéndice B.1, el signo de $\frac{\partial\Omega}{\partial r}$ es opuesto al signo de $\frac{\partial\Omega}{\partial p}$ para cualquier $\Omega \in \{b_1^*, CC^*, b_2^*\}$. Por la proposición 1, $\mu'(\bar{r}) < 0$. Entonces se cumple lo siguiente

$$signo\left[\frac{\partial\Omega}{\partial r}\right] = signo\left[\frac{\partial\Omega}{\partial p}(\bar{r},\bar{p}) \cdot \mu'(\bar{r})\right] \tag{C.4}$$

lo que a su vez implica que (C.2) y (C.3) tienen en el mismo signo y es posible entonces comparar sus valores absolutos. Nótese que se cumple lo siguiente

$$
\begin{aligned}
&\left|\frac{\partial\Omega}{\partial r}(\bar{r},\bar{p})\right| < \left[\left|\frac{\partial\Omega}{\partial r}(\bar{r},\bar{p})\right| + \left|\frac{\partial\Omega}{\partial p}(\bar{r},\bar{p})\cdot\mu(\bar{r})\right|\right] \\
\Rightarrow &\left|\frac{d\Omega}{dr}(\bar{r},\bar{p})\right| < \left|\frac{d\Omega}{dr}(\bar{r}\mid\bar{p})\right|
\end{aligned}
\tag{C.5}
$$

Por lo cual la pendiente en heterogeneidad es mayor en valor absoluto para el trabajador independiente.

Por otro lado, si en el escenario homogéneo cambiara exógenamente $\bar{p}$, Ω se modificaría monótamente para cualquier $r \in R$ debido a que $\frac{\partial\Omega}{\partial p}$ tiene un mismo signo para toda $r \in R$. Por ejemplo, para el caso de incentivos explícitos, un aumento en el parámetro $\bar{p}$ aumentaría el nivel dichos incentivos para cualquier trabajador; para el caso del incentivo de preocupaciones de carrera, un aumento en el parámetro $\bar{p}$ disminuiría el nivel de ese incentivo para cualquier trabajador. Además, un cambio exógeno en la productividad homogénea de las empresas modifica el trabajador indiferente debido a la unicidad mencionada anteriormente. Pero para este nuevo trabajador indifirente también se cumple que la pendiente de Ω en heterogeneidad es mayor en valor absoluto. Esto nos lleva a concluir que la pendiente (o el cambio marginal) de cualquier incentivo del trabajador con respecto a su aversión al riesgo es mayor en valor absoluto en el escenario con empresas heterogéneas para cualquier $r \in R$, lo cual prueba el punto 1.

Como se ha mencionado, el nivel de cualquier incentivo es igual en ambos escenarios para el trabajador indiferente. Además, por el punto 1 la pendiente en heterogeneidad es más pronunciada para cada trabajador. Estas dos observaciones resultan en el hecho de que $\Omega(r,\mu(r))$ y $\Omega(r\mid\bar{p})$ sólo son iguales para el trabajador indiferente ($\bar{r}$). En particular, el incentivo implícito de preocupaciones de carrera cumple con ello, por lo cual se cumplen las siguientes condiciones:

$$
\begin{aligned}
&1.\ CC^*(r,\mu(r)) = CC^*(r\mid\bar{p}) \text{ si y sólo si } r=\bar{r}=\mu^{-1}(\bar{p}) \\
&2.\ \frac{dCC^*(r,\mu(r))}{dr} > \frac{dCC^*(r\mid\bar{p})}{dr} > 0 \text{ para toda } r\in R.
\end{aligned}
\tag{C.6}
$$

De las dos condiciones anteriores es inmediato que para trabajadores con aversión al riesgo mayor a la del trabajador indiferente ($r > \bar{r}$), el incentivo implícito (CC^*) es mayor en presencia de heterogeneidad de empresas, mientras que para trabajadores con un tipo de aversión menor al del indiferente ($r < \bar{r}$), el incentivo de preocupaciones de carrera es mayor en el escenario de empresas homogéneas. Esto desmuestra el punto 3.

Del punto 3 de la proposición es posible derivar las siguientes condiciones

1. $CC^*(r_{max}, \mu(r_{max})) \geq CC^*(r_{max} \mid \bar{p})$
2. $CC^*(r_{min}, \mu(r_{min})) \leq CC^*(r_{min} \mid \bar{p})$ (C.7)
3. No pueden cumplirse las dos condiciones anteriores con igualdad simultáneamente.

Finalmente, de los puntos anteriores se tiene que

$$CC^*(r_{max}, \mu(r_{max})) - CC^*(r_{min}, \mu(r_{min})) > CC^*(r_{max} \mid \bar{p}) - CC^*(r_{min} \mid \bar{p}) \tag{C.8}$$

por lo cual los incentivos de preocupaciones de carrera son más dispersos en el escenario de empresas heterogéneas (punto 2 de la proposición). Para el caso de los incentivos explícitos la demostración es análoga.

C.3 Demostración de la proposición 3

Por las ecuaciones (3.5) y (B.15), la utilidad marginal es

$$\begin{aligned} v'(r) = \phi_r = -&\frac{p^4}{(p^2+2r)^2(2p^2+3r)^3}[9r^3(3-2\beta)(1+2\beta) + 6p^2r^2(9+4(2-\beta)\beta) \\ &+ 8p^6(1+\beta+\beta^2) + 6p^4r(6+\beta(5+2\beta))] < 0 \end{aligned} \tag{C.9}$$

donde esta expresón es $v'(r, \mu(r))$ en equilibrio del escenario con empresas heterogéneas y $v'(r \mid \bar{p})$ en el escenario de empresas homogéneas.

Es claro que para un trabajador indiferente de tipo $\bar{r} = \mu^{-1}(\bar{p})$, su utilidad marginal es igual en ambos escenarios, i.e., $v'(\bar{r}, \mu(\bar{r})) = v'(\bar{r} \mid \bar{p})$. La utilidad marginal, en ambos escenarios, es estrictamente creciente para todo $r \in R$ debido a que $\frac{\partial v'(r)}{\partial r} = \phi_{rr} > 0$. Además, la utilidad marginal en homogeneidad $v'(r \mid \bar{p})$ disminuye para toda $r \in R$ ante aumentos exógenos de p, debido a que $\frac{\partial v'(r)}{\partial p} = \phi_{rp} < 0$. Estos tres hechos hacen que, para una $\bar{p}$ dada, la utilidad marginal de ambos escenarios sólo sea igual en el punto $\bar{r}$.

Nótese que para un trabajador indiferente, la pendiente de la utilidad marginal en presencia de heterogeneidad es

$$\frac{\partial v'(\bar{r}, \bar{p})}{\partial r} + \frac{\partial v'(\bar{r}, \bar{p})}{\partial p}\mu'(\bar{r}) = \phi_{rr}(\bar{r}, \bar{p}) + \phi_{rp}(\bar{r}, \bar{p}) \cdot \mu'(\bar{r}) > 0 \tag{C.10}$$

mientras que para el escenario de empresas homogéneas es

$$\frac{\partial v'(\bar{r} \mid \bar{p})}{\partial r} = \phi_{rr}(\bar{r} \mid \bar{p}) > 0 \tag{C.11}$$

donde los signos de (C.10) y (C.11) provienen de $\phi_{rr} > 0$, $\phi_{rp} < 0$ y $\mu' < 0$. Es simple determinar que la pendiente de la utilidad marginal como función de la aversión al riesgo es positiva y mayor en el caso de heterogeneidad.

Debido a que las curvas $v'(r, \mu(r))$ y $v'(r \mid \bar{p})$ se cruzan únicamente en $\bar{r}$ y a que la pendiente positiva en ese punto es mayor para el caso con heterogeneidad, para los trabajadores con menor aversión al riesgo que el trabajador indiferente ($r < \bar{r}$), su utilidad marginal es menor en el caso heterogéneo.

Finalmente, como $v'(r)$ es negativa para toda r, el índice de desigualdad definido en (Ineq) es igual a $-v'(r)$. Con ello, los resultados anteriores para $v'(\cdot)$ invierten su sentido; de modo que para trabajadores con un mejor tipo (menor aversión al riesgo) que el trabajador indiferente su índice de desigualdad es mayor en el escenario heterogéneo. Lo contrario ocurre para los trabajadores con un peor tipo. Esto prueba el punto 1 de la proposición.

Referencias

Antón, A., y Dam, K. (2016). *A two-sided matching model of monitored finance.* (Working paper)

Dam, K. (2015, September). "Incentives and income distribution in tenancy relationships." *Journal of Institutional and Theoretical Economics*, *171*(3), 512-543.

Dam, K., y Serfes, K. (2017). *A price theory of vertical and lateral integration under two-sided productivity heterogeneity.* (Working paper)

DeGroot, M. H. (1970). *Optimal statistical decisions*. New York: McGraw-Hill.

Dewatripont, M., Jewitt, I., y Tirole, J. (1999a). "The economics of career concerns, part i: Comparing information structures." *Review of Economic Studies*, *66*, 183-201.

Dewatripont, M., Jewitt, I., y Tirole, J. (1999b). "The economics of career concerns, part ii: Application to missions and accountability of government agencies." *Review of Economic Studies*, *66*, 199-217.

Fama, E. F. (1980, April). "Agency problems and the theory of the firm." *Journal of Political Economy*, *88*(2), 288-307.

Gibbons, R., y Murphy, K. J. (1992). "Optimal incentive contracts in the presence of career concerns: Theory and evidence." *Journal of Political Economy*, *100*(3), 468-505.

Grossman, S. J., y Hart, O. D. (1983, January). "An analysis of the principal-agent problem." *Econometrica*, *51*(1), 7-45.

Holmström, B. (1979). "Moral hazard and observability." *The Bell Journal of Economics*, *10*(1), 74-91.

Holmström, B. (1982). "Managerial incentive problems: A dynamic perspective." In L. Wahlbeck (Ed.), *Essays in economics and management in honour of lars wahlbeck.* Helsinski: Swedish School of Economics.

Holmström, B. (1999, January). "Managerial incentive problems: A dynamic perspective." *Review of Economic Studies*, *66*(1), 169-182.

Postel-Vinay, F., y Robin, J.-M. (2002, November). "Equilibrium wage dispersion with worker and employer heterogeneity." *Econometrica*, *70*(6), 2295-2350.