

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DOCENCIA ECONÓMICAS, A. C.**



**INFORMALIDAD Y DIFERENCIAS EN PRODUCTIVIDAD**

**T E S I N A**

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRO EN ECONOMÍA

PRESENTA

**RODOLFO GUTIÉRREZ MUÑOZ**

DIRECTOR DE TESINA

**DR. ARTURO ANTÓN SARABIA**

MÉXICO, D.F., MAYO 2011

## **Agradecimientos**

A Dios por permitirme llegar a este punto. A mi Padres, Simeón e Irma, por su apoyo incondicional en esta etapa de mi vida. A mis hermanos (Moy, Chayo y Chela) por las palabras de apoyo en los momento difíciles. A mis profesores, en especial al Dr. Arturo Antón por su asesoría para la elaboración de este trabajo y al Dr. Julio Leal por sus acertados comentarios y sugerencias. A Zuzely por su paciencia, comprensión y por motivarme a seguir adelante.

## Índice

1. Introducción	4
2. Revisión de la literatura	7
3. Un modelo con informalidad	17
4. Datos y calibración	27
5. Resultados	31
6. Conclusiones	41
7. Referencias	43

## 1. Introducción

Las diferentes estimaciones del sector informal establecen una relación negativa entre el ingreso per cápita de los países y el tamaño del sector informal<sup>1</sup>. Una hipótesis que ha sido consistentemente sostenida es que la informalidad es una característica de los mercados que el mismo desempeño económico tiende a eliminar.<sup>2</sup> El presente documento tiene como objetivo contrastar la hipótesis de que las diferencias en productividad pueden explicar buena parte de las diferencias observadas en el tamaño de la informalidad entre países. La forma en que se prueba esta hipótesis es con un modelo de equilibrio general dinámico de agente representativo que incorpora, de forma explícita, un sector informal.

En este documento, la informalidad se define como la producción de bienes y servicios legales que no son reportados a las autoridades con el objetivo de evitar una regulación determinada.<sup>3</sup> A su vez, el tamaño del sector informal se define de dos formas: 1) como la proporción de producto que es generado en el sector subterráneo y 2) como la proporción de trabajadores que laboran en empresas informales con respecto al total de trabajadores.<sup>4</sup>

La importancia de estudiar a la economía informal radica en que las múltiples estimaciones de este sector sugieren que su tamaño no es despreciable para la mayoría de países. Schneider (2004) estima que, para 2002, los países de Centro y Sudamérica presentan un tamaño de economía informal cercano a 40 por ciento, mientras que para los países desarrollados este valor es de 15 por ciento. Para el caso de México, este autor

---

<sup>1</sup>Autores como Koreshkova (2006) y Schneider (2007) destacan esta relación.

<sup>2</sup>Esta hipótesis ha sido sostenida por la Organización Internacional del Trabajo. Lewis (1954) fue uno de los primeros autores que formularon esta hipótesis.

<sup>3</sup>No existe una definición única de la economía informal. Para ver una breve discusión acerca de este tema, véase Schneider y Enste (2002).

<sup>4</sup>A lo largo del documento se le llama indistintamente a la economía informal como economía subterránea o sector informal. Sin embargo, en sentido estricto, existen algunas diferencias en su definición que pueden ser consultadas en Schneider y Enste (2002).

encuentra que el sector informal representa 33 por ciento del producto.<sup>5</sup> Por su parte, la Organización Internacional del Trabajo (OIT) reporta que en el año 2002 la proporción de trabajadores que laboran en el sector informal para varios países de Centro y Sudamérica es de alrededor de 50 por ciento, mientras que para México es de 31 por ciento.

En el presente documento se propone un modelo de equilibrio general dinámico de agente representativo de dos sectores (formal e informal), en el cual la economía informal enfrenta restricciones en el uso del capital.<sup>6</sup> Además, se supone un escenario perfectamente competitivo donde los agentes no enfrentan restricciones para trasladar tiempo de trabajo entre sectores y los aumentos en productividad impactan tanto en el sector formal como en el sector informal.

Los resultados que se encuentran sugieren que aún ignorando las diferencias en tasas de impuestos y calidad de ejecución que hay entre los países de ingreso medio-alto, las diferencias en el tamaño de informalidad son explicadas de forma razonable por las diferencias en productividad (una razón de varianzas arroja un valor de 1.08, lo que muestra que las diferencias en productividad son capaces de explicar la varianza de los datos). Este resultado se explica de la siguiente forma: dado que las empresas informales enfrentan restricciones en el uso de capital, entornos de alta productividad generan que no sea rentable afrontar esta restricción (pese a que se evita el cumplimiento de la regulación), ya que la cantidad óptima de capital que utilizan las empresas depende de forma positiva de la productividad total de la economía.

Por otra parte, se encuentra que los resultados que se presentan son robustos a cambios en la calibración del modelo. El modelo sobre el cual se prueba la hipótesis de este

---

<sup>5</sup> Schneider (2007) encuentra que sus resultados son comparables con otros métodos de estimación de la economía informal.

<sup>6</sup> Lo cual es consistente con la evidencia empírica que presentan autores como Celestin (1989), De Soto (1989), Thomas (1992), entre otros.

documento está calibrado para reproducir ciertos datos de la economía mexicana. Sin embargo, cuando se calibran los parámetros para distintos grupos de países (los cuales incluyen economías de rápido crecimiento, economías desarrolladas y economías con bajo ingreso) se halla que los resultados no se modifican de manera sustancial. Este documento también sugiere que para los países menos desarrollados las diferencias en productividad no son suficientes para explicar las diferencias en informalidad o que hay diferencias adicionales a la productividad entre los países de ingreso bajo y el resto de países que explican a la informalidad. Esto se obtiene por dos razones: 1) las diferencias en productividad no logran explicar la varianza de los datos cuando se considera la muestra completa y 2) porque versiones del modelo que están calibradas para economías con ingreso per cápita inferior a 3900 dólares arrojan predicciones que comienzan a alejarse de los datos de países con ingreso medio alto y se acercan a los valores reportados para los países de ingreso bajo.

Considerando que las diferencias observadas en informalidad son resultado de diferencias en productividad más que resultado de diferencias en regulación o calidad de ejecución para países de ingreso medio-alto, este documento presenta evidencia de que una forma de combate a la informalidad es generar incrementos en productividad, ya que esto último reduciría de forma natural el tamaño del sector subterráneo. Además, los resultados sugieren que las políticas que están orientadas a eliminar las distorsiones en la productividad de la economía también serían exitosas para reducir el tamaño del sector informal.

De acuerdo con la literatura existente, las diferencias observadas entre países en el tamaño de la economía informal típicamente se han asociado a diferencias en tasas de impuestos o calidad de ejecución. Este documento presenta evidencia de que, más bien, las

diferencias en informalidad responden a diferencias en productividad, al menos para países de ingreso medio-alto. Además, la literatura existente ha explicado la relación negativa entre informalidad e ingreso per cápita a través de la dinámica transicional de la economía, sin embargo los resultados encontrados no se han contrastado con los datos. El presente documento se aleja del enfoque antes mencionado y explica la relación negativa entre informalidad e ingreso per cápita a través de diferencias en productividad desde el estado estacionario de la economía propuesta. Los resultados que se encuentran en este documento sí se contrastan con los datos y se encuentra que las diferencias en productividad explican de forma razonable la relación negativa entre ingreso per cápita e informalidad.

El resto de la tesina está organizada de la siguiente manera. En la sección 1 se presenta la revisión de la literatura. En la sección 2 se presenta el modelo de equilibrio general dinámico de agente representativo diseñado para analizar cómo los cambios en productividad modifican el tamaño del sector informal. En la sección 3 se describe la calibración de los parámetros del modelo. En la sección 4 se presentan los resultados, así como un ejercicio de robustez sobre los resultados del modelo, el cual incluye un análisis de la sensibilidad de los resultados a cambios en la economía que se elige para calibrar los parámetros. Finalmente, las conclusiones se presentan en la sección 5.

## **2. Revisión de la literatura**

En este apartado se presenta una breve revisión de la literatura que presta especial atención a los documentos que abordan de forma directa e indirecta la hipótesis planteada en esta tesina. También se proporciona, por un lado, una serie de instrumentos que la literatura destaca como “esenciales” para modelar a la economía informal y, por otro lado, una rápida revisión de los documentos que abordan el tema de los determinantes de la informalidad.

La mayoría de los documentos que tratan a la informalidad señalan que la regulación y su propia calidad de ejecución son ingredientes esenciales para entender la economía informal y, por lo tanto, para lograr una correcta modelación. Johnson (2000) señala que el sector subterráneo aparece cuando la calidad de ejecución es incompleta, es decir, cuando el estado no puede garantizar que las empresas cumplan con la regulación.<sup>7</sup> En este contexto, este autor define a la regulación como los impuestos o requerimientos legales que deben cumplir las empresas formales y que les representa un costo. Johnson (2000) destaca que tanto las modificaciones en la regulación como las modificaciones en la calidad de ejecución impactan en la informalidad. Además, destaca que existe una interrelación entre la calidad de ejecución y la regulación para la determinación del tamaño de la informalidad.<sup>8</sup>

Dabla – Norris et al. (2008) presentan un modelo logit ordenado que muestra los resultados antes mencionados a nivel empírico. Estos autores utilizan la base de datos del Banco Mundial “World Business Environment”, la cual presenta información de más de 3600 empresas para un total de 41 países, la mayoría son países en desarrollo. Los autores definen a la informalidad como el porcentaje de los ingresos que no son reportados por las empresas. Además, definen a la calidad de ejecución como la calidad de las instituciones de gobierno. Dabla – Norris et al. (2008) encuentran que el tamaño de la regulación impacta de forma positiva en la probabilidad de que una empresa se convierta en informal. Los autores señalan que la complejidad para cumplir con la regulación (la cual incluye variables como el tiempo que se necesita para registrar una empresa formal o los costos relacionados

---

<sup>7</sup> Uno de los primeros autores en hacer tal afirmación es Lewis (1954).

<sup>8</sup> Más adelante se tratará este aspecto.



con cumplir requisitos del lugar físico) también provoca incrementos en la probabilidad de estar en el sector subterráneo.<sup>9</sup>

Acerca de la relación entre la calidad de ejecución y las tasas de impuestos, Dabla – Norris et al. (2008) también construyen un modelo de equilibrio general dinámico con agentes heterogéneos en el que tratan este tema. Estos autores modelan a la calidad de ejecución como la probabilidad de detección de la informalidad. Además, definen al tamaño de la informalidad como la proporción de empleados que laboran en este sector. En el contexto especificado, Dabla – Norris et al. (2008) concluyen que el impacto sobre la informalidad ante incrementos en la regulación disminuye conforme la probabilidad de detección aumenta, es decir la “elasticidad regulación de la informalidad” disminuye ante incrementos de la probabilidad de detección.

Turnovsky (2009) también encuentra una relación negativa entre la calidad de ejecución y la “elasticidad regulación de la informalidad”, pero en un escenario económico distinto. El autor plantea un modelo de equilibrio general dinámico con rigideces en el mercado de trabajo. Las rigideces en el mercado de trabajo se traducen en que la dotación de tiempo que el agente representativo posee se divide en trabajo en el sector formal, trabajo en el sector informal y desempleo. El tiempo que está desempleado no le reporta utilidad al individuo, ya que las preferencias de este último están definidas solamente sobre el consumo. Las rigideces en el mercado se hacen presentes cuando el agente desea trasladar tiempo de trabajo de un sector a otro. Lo antes mencionado provoca que, de forma transitoria, el individuo tenga que tener cierta cantidad de tiempo en desuso.

Por su parte, Loayza (1996) estima el tamaño de la economía informal mediante el método de múltiples causas y múltiples indicadores (MIMIC) para 14 países de América

---

<sup>9</sup> Los resultados encontrados por estos autores están en línea con el modelo desarrollados por Neck y Hofreither (1989) y con los resultados empíricos de Neck y Schneider (1993).

Latina.<sup>10</sup> Este autor encuentra una relación significativa y positiva entre las tasas impositivas y el tamaño del sector informal, al igual que una relación negativa y significativa entre la calidad de ejecución y el tamaño del sector subterráneo.

A nivel teórico, Loayza (1996) también propone un modelo de crecimiento tipo “AK” para analizar las causas y los efectos del sector subterráneo. Este autor modela una economía de dos sectores, formal e informal. El gobierno provee un bien público que incrementa el producto marginal del capital y que es financiado por las contribuciones del sector formal. El sector informal, a su vez, se beneficia del bien público de forma incompleta, es decir, sólo es capaz de aprovechar una fracción de la totalidad del bien. El autor define al tamaño de la informalidad como la proporción del producto total que es generada por el sector subterráneo. En este contexto, Loayza encuentra que el tamaño del sector informal depende, de forma positiva, de la tasa de impuestos y, de forma negativa, de la calidad de ejecución de la regulación. Además, el autor concluye que si las empresas informales pudieran beneficiarse de una mayor proporción del bien público que provee el estado, el tamaño del sector informal se incrementaría.

En el modelo de Loayza (1996), el impacto positivo de la tasa de impuestos sobre el tamaño del sector informal se genera porque incrementos en el esquema regulatorio (vía tasa de impuestos) conducen a una disminución relativa del producto marginal del capital neto de impuestos en el sector formal. Lo anterior se traduce en que el sector subterráneo se vuelve más atractivo y esto conduce a que los recursos se trasladen a este sector. Además, existe un efecto negativo adicional, ya que la disminución del tamaño del sector formal reduce los ingresos del estado y ello provoca una menor provisión del bien público, lo que genera disminuciones adicionales en el sector oficial. El efecto inverso de la calidad

---

<sup>10</sup> Para una revisión detallada de este método, se recomienda consultar a Schneider (2004).

regulatoria sobre el tamaño de la informalidad se genera a través del incremento en el costo de permanecer en el sector informal. El modelo que presenta Loayza (1996) incorpora de forma explícita un costo por permanecer en el sector informal que es proporcional a su producto y que depende de forma positiva de la calidad de ejecución y del tamaño del sector.<sup>11</sup> El incremento de la calidad regulatoria aumenta los costos de las empresas informales, al tiempo que disminuye su productividad marginal del capital. Lo anterior genera que los recursos se trasladen al sector formal en donde las empresas no enfrentan este costo.

Por otra parte, Ihrig y Moe (2004) presentan un modelo de equilibrio general de dos sectores (formal e informal). Estos autores también reportan los resultados que encuentra Loayza (1996). Sin embargo, el mecanismo de transmisión por el cual se dan estos hechos es un poco diferente. Ihrig y Moe (2004) modelan un escenario en donde el sector formal produce el único bien de la economía utilizando como insumos trabajo y capital, mientras que el sector informal produce el bien usando únicamente trabajo. En este contexto, un incremento de la tasa impositiva provoca que la “productividad marginal del trabajo neta de impuestos” disminuya más en el sector formal que en el informal.<sup>12</sup> Lo anterior genera que el factor trabajo se traslade al sector subterráneo. En su modelo, estos autores definen a la calidad de ejecución como la probabilidad de detección. El mecanismo por el cual incrementos en la calidad de ejecución generan disminuciones en el tamaño del sector informal es que incrementan la tasa impositiva esperada por parte de las empresas

---

<sup>11</sup> Loayza interpreta este costo como: 1) la proporción de sobornos que deben dar las empresas informales para permanecer en este sector y 2) la probabilidad de que las empresas que están en el sector subterráneo sean descubiertas. El autor modela esta probabilidad como una función lineal de la calidad regulatoria.

<sup>12</sup> El sector informal también sufre una disminución en la productividad marginal del trabajo porque ésta es función de una tasa impositiva esperada, ya que existe una probabilidad (menor a uno) de que las empresas informales sean descubiertas.

informales, incrementando con ello los costos por permanecer en este sector. A su vez, esto se traduce en una reducción de su productividad marginal del trabajo.

Mediante el modelo que presentan, Ihrig y Moe (2004) también encuentran que la cantidad de trabajo utilizada en el sector informal, en el estado estacionario, disminuye cuando aumenta la productividad total de los factores, lo cual es evidencia de que un modelo de equilibrio general es capaz de producir que incrementos en productividad disminuyen el tamaño del sector informal. Estos autores concentran su estudio en el impacto de variables de política sobre la informalidad, por lo que no prestan atención a este resultado.

El sector informal enfrenta diferentes restricciones para escapar de la regulación impuesta por el gobierno. Celestin (1989) y Thomas (1992) señalan que los mercados informales típicamente se enfrentan a restricciones de capital y, además, sus procesos productivos son más intensivos en trabajo. Estos autores señalan que las empresas que pertenecen al sector subterráneo enfrentan tasas de interés más altas comparadas con el sector formal. Mansell (1995) confirma la idea anterior, pues establece que las empresas informales tiene un acceso limitado a los intermediarios financieros. De Soto (1989) muestra evidencia de ello al señalar que en Perú la tasa de interés mensual que enfrentaban las empresas formales en el año de 1985 era de cerca de 5 por ciento, mientras que las empresas informales pagaban una tasa de interés alrededor de 15 por ciento. Por su parte, Lall (1989) señala que menos de 0.3 por ciento del capital utilizado en el sector informal en India proviene del sector financiero.

Thomas (1992) también encuentra evidencia de tales restricciones en capital. A partir de una encuesta realizada a 10 000 hogares en Perú en 1985, este autor encuentra que más de la mitad de las empresas del sector informal operaban con menos de 500 dólares de

capital por empleado, mientras que una muestra comparable para el sector formal arrojó que casi 70 por ciento de dichas empresas operaban con cerca de 6000 dólares de capital por empleado.

Existe una gran variedad de documentos que tratan otro tipo de elementos que caracterizan y determinan la informalidad. Sin embargo, no se presentan de forma detallada en esta revisión de la literatura porque este trabajo no incluye esta clase de variables. Auriol y Walters (2005) se concentran en el papel que desempeñan los costos de entrada que enfrentan las empresas formales. Friedman et al. (2000) y Johnson et al. (2000) analizan el impacto de la regulación laboral, tales como las contribuciones a la seguridad social y los salarios mínimos. Finalmente, De Soto (1985), Mansell (1995) y Straub (2005) destacan las diferencias que enfrentan las empresas informales en el mercado financiero.

Autores como Koreshkova (2006) y Schneider (2007) han destacado que en los datos se observa una relación negativa y convexa entre el tamaño del sector informal y el ingreso per cápita de los países. Koreshkova (2006) reporta esta relación a partir de las estimaciones del sector informal que reporta Schneider y Enste (2000). Schneider y Enste (2000) estiman el tamaño del sector informal (la proporción de la producción total que representa el producto informal) mediante el método de insumos físicos, el cual utiliza el consumo de electricidad como variable esencial.<sup>13</sup> Koreshkova (2006) analiza el esquema recaudatorio óptimo (tasa de impuestos y señoreaje) en presencia de informalidad, pero reporta que un hecho estilizado es la relación negativa y convexa ente informalidad e ingreso per cápita. Schneider (2007) también reporta esta relación, pero su estimación del tamaño del sector informal es a través del método de múltiples causas y múltiples indicadores (MIMIC), el cual se basa en la teoría de estimación de variables no

---

<sup>13</sup> Para mayor detalle de este método, véase Schneider y Enste (2000).

observables.<sup>14</sup> Este autor estima el tamaño de la economía subterránea para 145 países durante el periodo 2000 – 2004.

La relación negativa entre el ingreso per cápita de los países y el tamaño del sector informal ha sido poco estudiada por parte de la literatura. En general, los documentos que han abordado este tema han tratado de explicar esta relación a partir de las propiedades dinámicas que presentan sus modelos. Johnson et al. (1998) presentan un modelo teórico que genera tal relación. Estos autores modelan un entorno en donde las empresas formales pagan un impuesto sobre el producto, el cual es utilizado por el gobierno para proveer un bien público. El bien público sólo puede ser utilizado por las empresas formales. Si la economía inicia su proceso de acumulación en un punto en donde es rentable trasladar recursos al sector formal, esto genera que se incremente el ingreso del estado, lo que conduce a una mayor provisión del bien público. Lo anterior, en el entorno propuesto por estos autores, se traduce en que hay nuevos incentivos para trasladar más recursos al sector formal, al tiempo que el sector informal se reduce. Este proceso se repetirá hasta el punto en que la economía informal desaparece. El principal inconveniente del modelo de Johnson et al. (1998) es que en el estado estacionario sólo habrá un sector, y ello depende de la condición inicial. De acuerdo con las múltiples estimaciones del sector informal, no se encuentra evidencia de que algún país presente tal situación. Más bien ambos sectores coexisten.

Saracoglu (2008) también logra reproducir la relación negativa que se observa entre informalidad e ingreso per cápita. Este autor presenta un modelo de equilibrio general dinámico en tiempo continuo con tres sectores: agrícola, urbano formal y urbano informal. Una característica esencial del modelo es que los sectores producen bienes finales

---

<sup>14</sup> Para mayor referencia, véase Schneider (2007).

diferenciados. El sector urbano formal y el sector urbano informal tienen acceso a una tecnología que depende de trabajo y capital, aunque cada una de ellas utiliza los factores de producción con diferente intensidad. El sector agrícola posee una tecnología que es función del capital, trabajo y tierra; siendo este último un factor constante. En esta economía, al sector urbano formal se le cobra un impuesto sobre el producto.

En el escenario antes descrito, el tamaño del sector informal disminuye a medida que la economía se acerca a su estado estacionario. Esencialmente, Saracoglu (2008) reproduce este hecho a través del tipo de preferencias que poseen los agentes, las cuales no son homotéticas en el ingreso. El mecanismo del modelo es el siguiente: a medida que se acumula el capital, el producto total de la economía se incrementa, lo que se traduce en aumentos en el ingreso de los agentes. Debido a las preferencias del consumidor, estos tienden a destinar menor proporción de su gasto al sector informal y al sector agrícola. El autor destaca que su modelo también predice una disminución en el tamaño del sector agrícola a medida que la economía tiende a su estado estacionario. Sin embargo, los resultados encontrados por estos autores no son contrastados con los datos.

Finalmente, Gollin (2008) aborda una hipótesis similar a la planteada en este documento. El autor presenta un modelo de equilibrio general dinámico con agentes heterogéneos para explorar las hipótesis de que las diferencias en productividad determinan, en parte, las diferencias en la proporción de autoempleo observadas entre países. Gollin (2008) señala que la proporción de autoempleo es relativamente elevada en los países en desarrollo, mientras que esta proporción es pequeña para los países desarrollados.

En el modelo que presenta Gollin (2008), los agentes están dotados con habilidades empresariales distintas. Cada agente de la economía toma la decisión de convertirse en

empresario (auto empleado o a mayor escala) o trabajador. La función de producción a la que tiene acceso cada individuo depende de su habilidad empresarial. Los individuos que deciden ser auto-empleados se enfrentan a la restricción de que la cantidad de trabajo con la que labora su empresa es menor o igual a la cantidad de tiempo de trabajo del que disponen. En este contexto, los individuos con mayor habilidad empresarial serán empresarios a gran escala, mientras que los de menor habilidad serán trabajadores. Los individuos de habilidad intermedia dividirán su tiempo entre el trabajo en su propia empresa y el trabajo en empresas de mayor escala.

Los resultados de Gollin (2008) sugieren que las diferencias que se observan entre países en la relación empleadores–empleados dependen de las diferencias en productividad. El mecanismo que provoca esto es el siguiente: los incrementos en productividad tienden a aumentar la demanda de factores, pero los individuos que están en el sector de auto empleo tienen un límite superior para la demanda de trabajo (su propia dotación de tiempo). Ello provoca que para algunos agentes sea menos rentable enfrentar esta restricción, lo que provoca su incorporación al sector de gran escala.

El documento que presenta Gollin (2008) muestra evidencia de que la hipótesis que se plantea en este documento se cumple, ya que de acuerdo con la Organización Internacional del Trabajo, 60 por ciento de auto empleados laboran en la informalidad en América Latina, 59 por ciento en Asia y casi 70 por ciento en África.



### **3. Un modelo con informalidad**

#### **La economía**

En esta sección se presenta un modelo de equilibrio general dinámico que incorpora de forma explícita al sector informal. Este modelo servirá como base para analizar la hipótesis de si las diferencias en informalidad, que se observan entre países, pueden ser explicadas por diferencias en productividad.

La economía se encuentra caracterizada por dos sectores productivos, formal e informal. Ambos sectores producen un bien final homogéneo.<sup>15</sup> El sector formal se encuentra regulado por el gobierno mediante un impuesto distorsionador sobre el producto. El sector informal escapa de la regulación del estado. Sin embargo, enfrenta la probabilidad de ser detectado y castigado. Además, el sector subterráneo está sujeto a restricciones en el uso del capital.<sup>16</sup>

La economía está poblada por un agente representativo, quien toma decisiones de consumo, inversión y asignación de tiempo de trabajo entre sectores. Se supone una perfecta movilidad del factor trabajo, lo cual lleva a que el salario de equilibrio de ambos sectores sea el mismo. Finalmente, la productividad se supone idéntica en el sector formal e informal.

A continuación se describe de forma detallada a cada uno de los agentes de la economía con sus respectivos problemas de optimización.

---

<sup>15</sup> Esto es consistente con los resultados reportados por Schneider (2007), quien encuentra que el sector informal produce, en su mayoría, los mismos bienes que el sector oficial.

<sup>16</sup> Hecho que está en línea con la evidencia empírica presentada en la revisión de literatura.

## Consumidores

La economía está poblada por un agente representativo que vive por siempre. El individuo tiene una dotación de  $T$  unidades de tiempo, la cual ofrece de forma inelástica en el mercado de trabajo. Las preferencias del consumidor representativo están definidas por:

$$U = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t)$$

donde  $\beta \in (0,1)$  es el factor de descuento inter-temporal e indica el grado de impaciencia del agente por consumir en el presente;  $u(c_t)$  son las preferencias instantáneas del consumidor, las cuales están definidas únicamente sobre el consumo,  $c_t$ .<sup>17</sup> Las preferencias instantáneas satisfacen que son estrictamente crecientes y cóncavas.

El agente representativo toma decisiones de consumo, inversión y asignación de tiempo de trabajo entre el sector formal e informal con el objetivo de maximizar su utilidad de por vida. El individuo tiene ingresos por: la renta del capital, el salario obtenido por trabajar en el sector formal, el salario por el trabajo en el sector informal y los beneficios derivados de la actividad de las empresas (se supone que el agente es el dueño de las empresas). Un supuesto importante del modelo es que supone que el agente puede trasladar tiempo de un sector a otro sin restricción alguna, lo que se traduce en que no existen diferencias en la tasa salarial otorgada entre sectores. Así, de manera formal, el problema que enfrenta el agente representativo es:

$$\begin{aligned} & \max_{\{c_t, k_{t+1}, l_{ft}, l_{it}\}_{t=0}^{\infty}} \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t) \right\} \\ \text{s.a: } & c_t + i_t = r_t k_t + w_t l_{ft} + w_t l_{it} + \pi_t \quad \forall t \\ & k_{t+1} = i_t + (1 - \delta) k_t \quad \forall t \\ & l_{ft} + l_{it} = T \quad \forall t \end{aligned}$$

---

<sup>17</sup> Esto implica que no es necesario definir una forma funcional específica para las preferencias instantáneas.

$$k_0 > 0 \text{ dado}$$

donde  $i$  indica la inversión,  $k$  el capital,  $l_f$  las unidades de trabajo destinadas al sector formal,  $l_i$  las unidades de trabajo destinadas al sector informal,  $\pi$  los beneficios de las empresas,  $r$  la tasa de retorno del capital,  $w$  la tasa salarial y  $\delta \in (0,1)$  la tasa de depreciación del capital. La primera restricción se refiere a la restricción presupuestal del agente, la segunda es la ley de movimiento del capital y la tercera es la restricción de tiempo de trabajo.

### *Empresas*

En esta economía el aparato productivo está compuesto por dos sectores, el sector formal y el sector informal. Cada uno de los sectores se caracteriza por una empresa representativa que produce un bien final homogéneo. Las empresas toman decisiones de cuánto producir y cuánto comprar de insumos en cada periodo. Se supone un contexto competitivo en el que las mejoras en productividad impactan en ambos sectores. La principal diferencia entre el sector formal y el sector subterráneo es la tecnología de la que disponen para producir.

### *Empresa formal*

La empresa formal representativa de esta economía tiene acceso a una tecnología de producción que utiliza como insumos al capital y al trabajo. La tecnología presenta rendimientos constantes a escala. La forma funcional de esta tecnología es la siguiente:

$$y_{ft} = Af(k_t, l_{ft}) = AK_t^\alpha l_{ft}^{1-\alpha}$$

donde  $A$  es la productividad total de los factores,  $k$  es el capital y  $l_f$  es el trabajo demandado por la empresa formal.

El sector formal de esta economía se encuentra regulado por el gobierno, es decir, debe cumplir determinados requisitos para poder operar. Ejemplo de estos requisitos son los impuestos, contribuciones a la seguridad social y registro de la empresa, entre otros. Para esta economía se hace el supuesto simplificador que toda esta regulación puede ser resumida con un impuesto al producto,  $0 < \tau < 1$ .<sup>18</sup> De esta forma, el problema que enfrenta en cada periodo la empresa formal representativa es:

$$\max_{\{k_t, l_{ft}\}} \{(1 - \tau)AK_t^\alpha l_{ft}^{1-\alpha} - r_t k_t - w_t l_{ft}\}.$$

Las condiciones de comportamiento óptimo de la empresa arrojan que ésta contrata trabajo y renta capital hasta el punto en el que su producto marginal, neto de impuestos, se iguala con el precio real de los factores.

### *Empresa informal*

De acuerdo con la definición de informalidad adoptada, la principal característica de la empresa informal representativa es que escapa de la regulación que impone el gobierno. Esto implica que evita el impuesto distorsionador que se aplica. Sin embargo, el sector informal enfrenta una probabilidad  $p$  de ser descubierto,  $p \in [0,1]$ , en cuyo caso tiene que pagar los impuestos correspondientes,  $\tau y_{it}$ , y una multa que es proporcional a su producto,  $s \geq 1$ . Si la empresa informal es descubierta, el monto que debe pagar es  $s\tau y_{it}$ , donde  $y_{it}$  es el producto generado por esta empresa en el periodo  $t$ .

La empresa informal representativa tiene acceso a una tecnología que sólo depende del trabajo. Este supuesto parte de la evidencia empírica de que el sector informal enfrenta restricciones en el uso del capital. La forma funcional de esta tecnología es:

---

<sup>18</sup> Autores como Leal (2010) hacen uso de este supuesto.

$$y_{it} = A\theta_i g(l_{it}) = A\theta_i l_{it}^\gamma$$

donde  $A$  es la productividad total de los factores, la cual es la misma que en el sector formal,  $l_{it}$  son las unidades de trabajo empleadas por la empresa y  $\theta_i$  puede ser interpretado como las distorsiones en productividad a las que está sujeta la empresa (alternativamente  $\theta_i$  puede interpretarse como un factor fijo de la empresa).

En cada periodo, el problema que enfrenta la empresa informal representativa es la maximización de los beneficios esperados, ya que debe considerar la probabilidad de que sea descubierta y castigada. Un supuesto adicional, es que la empresa informal es neutral al riesgo. De manera formal, el problema que enfrenta es:

$$\max_{l_{it}} \{(1-p)[A\theta_i l_{it}^\gamma - w_t l_{it}] + p[(1-\tau s)A\theta_i l_{it}^\gamma - w_t l_{it}]\}.$$

Denotando  $\rho = ps$  como la calidad de ejecución del gobierno, el problema puede reescribirse de una forma más compacta

$$\max_{l_{it}} \{(1-\rho\tau)A\theta_i l_{it}^\gamma - w_t l_{it}\}.$$

La condición de optimalidad de la empresa informal representativa es que contratará trabajo hasta el punto en que la “productividad marginal esperada” del trabajo sea igual al salario.<sup>19</sup>

$$(1-\rho\tau)\gamma A\theta_i l_{it}^{\gamma-1} = w_t.$$

### *Gobierno*

En el contexto económico que se presenta, el gobierno percibe ingresos por el cobro de impuestos a las empresas formales y por los castigos que le son aplicados a las empresas informales descubiertas. Se supone que el ingreso que recibe el gobierno se destina a gasto

---

<sup>19</sup> La frase “producto marginal esperado” se refiere a que el producto marginal del trabajo en el sector informal está sujeto a la probabilidad de detección.

no productivo, el cual es exógeno en el modelo. Además, se utiliza el supuesto de que el estado tiene un balance presupuestal en cada periodo. Lo anterior implica que:

$$\tau y_{ft} + \rho \tau y_{it} = g_t \quad \forall t$$

donde  $g$  es el gasto de gobierno y la parte izquierda de la igualdad es el ingreso del gobierno en el periodo  $t$ .

### Equilibrio competitivo

El equilibrio competitivo para esta economía es una secuencia de asignaciones  $\{c_t, k_{t+1}, l_{ft}, l_{it}, y_{ft}, y_{it}, g_t\}_{t=0}^{\infty}$ , una tasa de impuesto y calidad de ejecución  $\{\tau, \rho\}$ , y una secuencia de precios  $\{r_t, w_t\}_{t=0}^{\infty}$  tal que:

1. Dados los precios, el agente representativo resuelve su problema de maximización para todo tiempo  $t$ .
2. Dados los precios, la tasa de impuesto y la calidad de ejecución; la empresa formal y la empresa informal resuelven su problema de maximización para todo periodo  $t$ .
3. Los precios equilibran los mercados para todo tiempo  $t$ :

$$c_t + i_t + g_t = y_{ft} + y_{it},$$

$$l_{ft}^s = l_{ft}^d,$$

$$l_{it}^s = l_{it}^d.$$

### Estado estacionario del modelo

A partir de ahora el análisis se concentra en el estado estacionario del modelo. El estado estacionario se define como una asignación  $\{c, k, l_f, l_i, y_f, y_i, g\}$  y un vector de precios  $\{r, w\}$  que son constantes en el tiempo y cumplen con la definición de equilibrio competitivo. El equilibrio del modelo en el estado estacionario está determinado por:

$$l_i^{SS} = \left[ \frac{(1 - \rho\tau)\alpha\theta_i}{(1 - \tau)(1 - \alpha)} \right]^{\frac{1}{1-\gamma}} \left[ \frac{1/\beta - 1 + \delta}{(1 - \tau)\alpha A} \right]^{\frac{\alpha}{(1-\alpha)(1-\gamma)}}$$

$$l_f^{SS} = T - l_i^{SS}$$

$$k^{SS} = \left[ \frac{(1-\tau)\alpha A}{1/\beta - 1 + \delta} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} l_f^{SS}.$$

### Propiedades del modelo

A continuación se presentan una serie de propiedades que modifican el tamaño de la economía informal en el estado estacionario. Además, se presenta una propiedad que describe las soluciones de esquina del modelo. Un resultado que se utiliza de forma repetida para comprender las propiedades del modelo es el siguiente: en el óptimo, el producto marginal esperado del trabajo en el sector informal es igual al producto marginal del trabajo neto de impuestos del sector formal. Este es un resultado inmediato de la condición de que la tasa salarial se iguala en ambos sectores en cada periodo.<sup>20</sup>

Propiedad 1: (soluciones de esquina). Para que el sector informal exista en el estado estacionario basta con que todos los parámetros tengan valores finitos y dentro de los intervalos establecidos, y, además, que  $\rho < 1/\tau$ .<sup>21</sup> Para que el sector formal exista en el estado estacionario,  $l_f^{SS} > 0$ , se debe cumplir que:

---

<sup>20</sup> Si el “producto marginal esperado” del trabajo en el sector informal fuera diferente del producto marginal del trabajo (neto de impuestos) del sector formal, resulta óptimo para las empresas modificar la cantidad de trabajo que utilizan, ya que alguna de las empresas (o las dos) operan en un nivel en donde su producto marginal del trabajo es diferente al salario. Como la oferta de trabajo es constante, ello implica que hay un traslado de recursos intra-temporal (justificado por la perfecta movilidad del factor trabajo entre sectores) que hace que el producto marginal del trabajo de cada empresa (producto marginal esperado o con distorsión, respectivamente) se iguale con el salario. Como el salario es el mismo, esto implica que el “producto marginal esperado” del sector subterráneo sea igual al producto marginal del trabajo (modificado por el impuesto distorsionador) del sector oficial.

<sup>21</sup> Como se verá en la propiedad 3,  $\rho$  queda acotado superiormente por un valor inferior al presentado en esta propiedad. Al cumplirse las condiciones de la propiedad 3, esta condición se satisface de forma automática.

$$0 < \left[ \frac{(1-\rho\tau)\alpha\theta_i}{(1-\tau)(1-\alpha)} \right]^{\frac{1}{1-\gamma}} \left[ \frac{1/\beta^{-1}+\delta}{(1-\tau)\alpha A} \right]^{\frac{\alpha}{(1-\alpha)(1-\gamma)}} < 1.$$

Si  $\rho \in \left(0, \frac{1}{\tau}\right)$ ,  $\tau \in (0, 1)$ ,  $\beta \in (0, 1)$ ,  $\delta \in (0, 1)$ ,  $A \in (0, \infty)$ ,  $\theta_i \in (0, \infty)$  y  $\alpha \in (0, 1)$  -los cuales son los intervalos establecidos para los parámetros-, entonces se cumple la desigualdad anterior cuando:

$$\frac{A^{\frac{1}{1-\alpha}}}{\theta_i} > \frac{(1-\rho\tau)\alpha}{(1-\tau)(1-\alpha)} \left[ \frac{1/\beta^{-1}+\delta}{(1-\tau)\alpha A} \right]^{\frac{1}{(1-\alpha)}}$$

es decir, depende de la relación entre la productividad general de la economía,  $A$ , y las distorsiones de productividad del sector informal,  $\theta_i$ .

Propiedad 2: El tamaño relativo del sector informal,  $y_i/y_f$ , disminuye cuando aumenta la calidad de ejecución del gobierno, es decir:

$$\partial (y_i^{ss}/y_f^{ss}) / \partial \rho < 0$$

Consistente con la evidencia empírica y teórica presentada en la revisión de la literatura, el modelo predice que  $\partial y_i^{ss} / \partial \rho < 0$ , es decir, incrementos en la calidad de ejecución se traducen en disminuciones de la producción generada por el sector informal. Este efecto se debe a que el aumento en la calidad de ejecución disminuye el “producto marginal esperado” del trabajo en la empresa subterránea, mientras que el producto marginal del trabajo en el sector formal permanece igual. Lo anterior implica que resulta óptimo que los recursos se trasladen del sector subterráneo al oficial, lo que conlleva a que la producción del sector informal disminuya y la producción del sector formal aumente. El efecto descrito hasta ahora es de carácter intra-temporal. Sin embargo, también debe destacarse que hay un efecto inter-temporal. El aumento inicial en la cantidad de trabajo empleada en el sector



formal genera que el producto marginal del capital aumente, lo que produce un proceso de inversión que incrementa aún más el tamaño del sector formal,  $\partial y_f^{ss} / \partial \rho > 0$ .<sup>22</sup>

Propiedad 3: El tamaño relativo del sector informal aumenta cuando se incrementa la tasa de impuestos. Además, este efecto se reduce cuando aumenta la calidad de ejecución.<sup>23</sup>

$$\partial (y_i^{ss} / y_f^{ss}) / \partial \tau > 0, \quad \partial^2 (y_i^{ss} / y_f^{ss}) / \partial \tau \partial \rho < 0.$$

El incremento en la tasa de impuestos provoca que el producto marginal del trabajo en el sector formal, neto de impuestos, disminuya más que en el sector informal, porque el sector subterráneo evita, parcialmente, la distorsión del impuesto. Lo anterior se traduce en que es rentable trasladar recursos al sector subterráneo. Además, este traslado de recursos implica que el producto marginal del capital también disminuya en el sector formal, lo que obliga a estas empresas a disminuir su inversión (la productividad marginal del capital depende de forma positiva de la cantidad de trabajo). Es decir, incrementos en la tasa de impuestos provocan que la producción en el sector informal aumente, mientras que la producción en el sector oficial disminuya.

El modelo también predice que el efecto anterior se hace pequeño cuando aumenta la calidad de ejecución. Cuando la calidad de ejecución es alta, la distorsión provocada por el incremento en la tasa de impuestos es similar para ambos sectores, lo que provoca que el traslado de recursos sea menor. Para ver de forma clara este hecho observe que si  $\rho \rightarrow 1$  la

<sup>22</sup> Observe que si  $\partial (y_i^{ss} / y_f^{ss}) / \partial X < 0$ , es inmediato que  $\partial [y_i^{ss} / (y_i^{ss} + y_f^{ss})] / \partial X < 0$ , ya que si denotamos  $y_i^{ss} / y_f^{ss} = c$ , entonces  $y_i^{ss} / (y_i^{ss} + y_f^{ss}) = c / (1 + c)$ .

<sup>23</sup> Existe una cota superior del parámetro  $\rho = ps$  para que el modelo satisfaga la propiedad 2. Esta cota está determinada por  $1 / (1 - \alpha + \alpha\tau)$ , la cual es mayor a 1. Observe que  $1 / (1 - \alpha + \alpha\tau) \leq 1 / \tau$ , ya que  $\tau \leq 1$ . El término del lado derecho de la desigualdad permite que el trabajo en el sector informal sea positivo en el estado estacionario (véase la propiedad 1 del modelo). A partir de lo anterior, si se satisface la propiedad 3, el trabajo en el sector informal será positivo.

empresa informal enfrenta la misma regulación que el sector formal. Así, el incremento en impuestos afecta en igual medida a ambos sectores.

Propiedad 4: El tamaño del sector informal disminuye cuando aumenta la productividad de la economía. Además, este efecto se vuelve pequeño cuando los valores de productividad son altos.

$$\partial (y_i^{ss}/y_f^{ss})/\partial A < 0, \quad \partial^2 (y_i^{ss}/y_f^{ss})/\partial^2 A < 0.$$

El incremento en la productividad impacta en ambos sectores, lo que se traduce en que aumente el producto marginal del trabajo. Sin embargo, el producto marginal del trabajo, neto de impuestos, en el sector formal también aumenta de forma inter-temporal. La razón es que la subida en productividad incrementa la cantidad óptima de capital utilizado en el sector oficial, porque ésta depende de forma positiva de la productividad de la economía. Lo anterior se traduce en incrementos adicionales en el producto marginal del trabajo en el sector formal que no pueden existir en el sector subterráneo, ya que este último presenta restricciones de capital. De esto último se aprecia que el aumento en la producción siempre será mayor en el sector formal que en el informal, ya que en el primero hay dos efectos positivos que se refuerzan mientras que en el segundo sólo existe uno de esos dos efectos.

Para explicar que el efecto de la productividad sobre el tamaño de la economía informal disminuye a medida que se acumula la productividad, es necesario considerar que los incrementos sucesivos en productividad generan que cada vez se asignen menos recursos al sector subterráneo. Además, como la cantidad de trabajo destinada al sector informal es positiva en el estado estacionario (para valores de los parámetros finitos y dentro del intervalo especificado), incrementos adicionales en productividad deben

provocar un menor traslado de trabajo del sector informal al formal, ya que de lo contrario desaparecería el sector subterráneo.

#### **4. Datos y calibración**

En esta sección se describe el proceso de calibración de los parámetros del modelo tomando como referencia una economía representativa de ingreso medio como México.<sup>24</sup> Se considera que cada periodo del modelo equivale a un año. Además, dado que es necesario tener información de corte transversal acerca del tamaño de la economía informal, se detalla la fuente de información de las estimaciones que son utilizadas.

Como se mencionó anteriormente, en este documento se define a la economía informal como la producción de bienes y servicios de carácter legal que no son reportados a las autoridades con el objetivo de evitar una regulación determinada. Consistente con esta definición, se utilizan los valores reportados por Schneider (2007) acerca de la economía informal. La ventaja de utilizar esta base de datos es que ésta presenta estimaciones para una muestra grande de países. Además, los valores reportados permiten hacer comparaciones del tamaño del sector informal para las distintas economías.

Los parámetros a calibrar son: la tasa de impuesto al producto que paga el sector formal,  $\tau$ , la calidad de ejecución que enfrenta el sector informal,  $\rho$ , la participación del capital en el sector formal,  $\alpha$ , la participación del trabajo en el sector informal,  $\gamma$ , la productividad total de los factores de la economía,  $A$ , la productividad autónoma del sector informal,  $\theta_i$ , el factor inter-temporal de descuento,  $\beta$ , la tasa de depreciación,  $\delta$ , y la dotación de tiempo de trabajo del agente representativo,  $T$ .

---

<sup>24</sup> El objetivo de calibrar los parámetros tomando como referencia a una economía de ingreso medio es que permite situarse en el centro de la dispersión de los datos de la informalidad. Sin embargo, en la sección de resultados se verá que este supuesto no condiciona los principales hallazgos de este documento.

Los parámetros que se calibran de forma independiente son  $\alpha, \gamma, \delta, \tau$  y  $T$ . La participación del capital,  $\alpha$ , y la tasa de depreciación,  $\delta$ , se fijan en valores estándar que reporta la literatura. En particular, estos valores se toman de Leal (2010), quien calibra su modelo para la economía mexicana y fija  $\alpha = 1/3$  y  $\delta = 0.05$ .<sup>25</sup> La dotación de tiempo de trabajo del agente representativo,  $T$ , se normaliza a 1. La participación del trabajo en el sector informal,  $\gamma$ , se fija en el mismo valor que la participación del trabajo en el sector formal,  $1 - \alpha$ , la cual es igual a  $2/3$ . Es importante resaltar que el valor que se utiliza para la participación del trabajo en el sector informal es, en realidad, una cota mínima. Existe evidencia empírica, tal como la presentada por De Soto (1989), que destaca que el sector informal es más intensivo en trabajo que el sector formal. Sin embargo, consistente con Loayza (1996) y Leal (2010), se fija la participación del trabajo en el sector informal en el mismo nivel que la participación del trabajo en el sector formal.<sup>26</sup> Finalmente, para fijar la tasa de impuestos sobre el producto se consideró la tasa mínima del impuesto sobre la renta a personas morales para la economía mexicana en 2002, es decir  $\tau = 0.28$

Dados los valores de los parámetros calibrados de forma independiente, se calibra el resto de parámetros ( $\beta, \rho, A$  y  $\theta_i$ ) para reproducir las siguientes observaciones de la economía mexicana para el año 2002: el ingreso real per capital,  $y_f + y_i$  (bastaría con replicar el ingreso per cápita de la economía mexicana relativo a una economía base. Sin embargo, no se toma esta alternativa por sencillez en la presentación), el tamaño relativo de la economía informal,  $y_i/(y_f + y_i)$ , el ingreso del gobierno como proporción del producto

---

<sup>25</sup> Leal (2010) destaca que estos valores son consistentes con múltiples documentos que se enfocan en la economía mexicana.

<sup>26</sup> Ihrig y Moe (2004) al calibrar su modelo para Sri Lanka fijan la participación del trabajo en el sector informal en un nivel menor que la participación del trabajo en el sector formal. Los autores no ofrecen explicación detallada de porqué utilizan tal especificación. En este documento no se opta por calibrar el modelo de esta forma, dado que la evidencia empírica, reportada en la Revisión de la Literatura, típicamente encuentra que el sector informal es más intensivo en trabajo que el sector formal.

y la relación capital-producto,  $k/(y_f + y_i)$ . El ingreso real per cápita y el ingreso del gobierno como proporción del producto se toman de los valores reportados por el Banco Mundial, el tamaño de la economía informal de las estimaciones realizadas por Schneider (2007) y la relación capital producto de Hofman (2000). El cuadro 1 presenta los valores de los momentos que se replican.

Cuadro1. Momentos que se replican		
Variable	Datos	Modelo
$y_i/(y_f + y_i)$	0.332	0.332
<i>Ingreso de gobierno</i> / $(y_f + y_i)$	0.191	0.191
$(y_f + y_i)$	11.927*	11.926
$k/(y_f + y_i)$	1.7	1.7
Fuente: elaboración propia con datos del banco Mundial		
* El ingreso real per cápita está expresado en miles de dólares constantes de 2005 y ajustados por paridad de poder de compra.		

El valor del factor inter-temporal de descuento,  $\beta$ , se calibra para reproducir la relación capital-producto y se obtiene a partir de la condición de optimalidad (CPO) de las empresas formales y la ecuación de Euler en el estado estacionario. La CPO de la empresa formal se puede expresar como  $(1 - \tau)\alpha(y_f/k_f) = r$ . Tomando los valores de los parámetros calibrados de forma independiente, sólo falta el valor de la relación  $k_f/y_f$  para encontrar la tasa de retorno del capital en el estado estacionario del modelo. Sin embargo, no hay una medida disponible para  $k_f/y_f$ , ya que el valor que reporta Hofman (2000) para la relación capital-producto incluye el capital y producto generales de la economía (formal e informal), es decir,  $(k_f + k_i)/(y_f + y_i) = 1.7$ . Dado que el sector informal no utiliza capital en el modelo que se presenta en este documento, se puede resolver para la relación  $k_f/y_f$ , la cual está determinada por  $k_f/y_f = 1.7[(y_f + y_i)/y_f]$ . Note que  $(y_f + y_i)/y_f$  es

el inverso del tamaño del sector formal con respecto al producto total. Este valor se puede obtener directamente del tamaño del sector informal. Una vez obtenida la tasa de retorno del capital (cuyo valor es de 9.43 por ciento) se sustituye su valor en la ecuación de Euler en el estado estacionario,  $1/\beta - 1 + \delta = r$ , y se resuelve para  $\beta$ .<sup>27</sup>

La calidad de ejecución,  $\rho$ , se obtiene directamente de la restricción de recursos del gobierno,  $\tau y_f + \rho \tau y_i = \text{ingreso de gob}$ , ya que esta se puede re-exresar como  $\tau y_f / y + \rho \tau y_i / y = \text{ingreso de gob} / y$ . Si se utiliza el hecho de que para 2003 la economía mexicana tenía un tamaño de informalidad de 33.2 por ciento y que los ingresos del gobierno como proporción del producto eran de 19.1 por ciento, esta ecuación resuelve para la calidad de ejecución. Para determinar los dos parámetros restantes se deben utilizar las definiciones de producto per cápita,  $(y_f + y_i)$ , y del tamaño del sector informal,  $y_i / (y_f + y_i)$ , en el estado estacionario. Además, se debe imponer la restricción de que el ingreso per cápita de México en 2003 era de 11.927 miles de dólares constantes y el tamaño del sector informal era de 0.332. En el cuadro 1 se presentan los valores que replica el modelo para cada uno de los “momentos objetivo” y en el cuadro 2 se presentan los valores de los parámetros calibrados.

$\alpha$	1/3	$\rho$	0.042
$\beta$	0.957	$\tau$	0.28
$\delta$	0.05	$A$	4.131
$\gamma$	2/3	$\theta_i$	1.749

<sup>27</sup> El valor que se encuentra para la relación  $k_f / y_f$  no necesariamente se aproxima al valor verdadero. Sin embargo, este valor permite replicar la relación capital-producto de la economía mexicana.

Como puede apreciarse en el cuadro 2, la calidad de ejecución del gobierno tiene un valor de 0.045, el cual es similar al valor calibrado por Busato y Chiarini (2002) para la economía italiana.<sup>28</sup> Estos autores presentan un valor para la probabilidad de detección de 0.03, mientras que para la multa presentan un valor de 1.3. Finalmente, el valor que se encuentra para el factor de descuento inter-temporal,  $\beta = 0.9576$ , se encuentra dentro de los valores estándar reportados en la literatura.<sup>29</sup>

## 5. Resultados

A continuación se presentan los principales resultados de este documento. Primero, se analiza la hipótesis de que las diferencias que se observan entre países en el tamaño del sector informal pueden ser explicadas a través de diferencias en productividad. Se utiliza como medida del tamaño del sector informal a la producción relativa de este sector,  $y_i/(y_f + y_i)$ , y a la proporción de trabajadores que ocupa,  $l_i/(l_f + l_i)$ . Segundo, se hacen pruebas de sensibilidad al modelo para analizar si los resultados se modifican ante un cambio en la elección del país que se utiliza para calibrar los parámetros del modelo.

Como se mencionó al inicio del documento, los datos sugieren una relación negativa y convexa entre el tamaño de la economía informal (medida como la producción relativa y como la proporción de trabajadores en este sector) y el ingreso real per cápita de los países (véanse las gráficas 1 y 3). Para dar respuesta a la hipótesis de si las diferencias en informalidad que se observan entre economías pueden ser explicadas por diferencias en productividad y aprovechándose del hecho de que existe una fuerte correlación entre el ingreso y la productividad de las economías, se propone el siguiente ejercicio sobre el

---

<sup>28</sup> Busato y Chiarini (2002) presentan un modelo de equilibrio general dinámico y estocástico. Sin embargo, en el estado estacionario (cuando no hay incertidumbre) el modelo que aquí se presenta es muy similar al de estos autores.

<sup>29</sup> Parente y Prescott (1992) muestran un valor para el factor inter-temporal de descuento de 0.96.

modelo calibrado: a partir del estado estacionario del modelo, se permite que la productividad de la economía varíe lo necesario para reproducir los distintos niveles de ingreso per cápita de los países, *ceteris paribus*. Después se comparan las predicciones del modelo respecto al tamaño relativo de la economía informal con lo observado en los datos.<sup>30</sup> En términos resumidos, se quiere probar que las diferencias en productividad son capaces de explicar la relación inversa y convexa entre informalidad e ingreso real per cápita.<sup>31</sup>

El ejercicio descrito en el párrafo anterior implica dos hechos. Primero, se está considerando a México como una economía típica de ingreso medio, ya que el ejercicio que se propone se realiza con los parámetros calibrados para reproducir ciertos datos de la economía mexicana. Segundo, dado que el análisis que se realiza es a través del estado estacionario, este documento no analiza las propiedades de la dinámica transicional de la economía.<sup>32</sup>

Un punto a destacar es que el modelo predice que el tamaño del sector informal será de 100 por ciento para economías con ingreso per cápita inferior a 3,900 dólares constantes y ajustados por paridad de poder de compra. Esto se debe a que, dado el valor calibrado de la productividad autónoma del sector informal,  $\theta_i$ , y del resto de parámetros, valores de productividad,  $A$ , que impliquen un nivel de ingreso per cápita menor a 3,900 dólares se

---

<sup>30</sup> Idealmente, se tendrían que considerar las diferencias en la productividad total de los factores (PTF) de las distintas economías. Sin embargo, las estimaciones de la PTF responden a un modelo en particular, por lo que no podrían utilizarse de forma directa en este documento. Finalmente, Gollin (2008) propone un este mismo ejercicio para probar que la proporción de auto-empleados es explicada por diferencias en productividad.

<sup>31</sup> Observe que en el ejercicio que se propone, las diferencias en ingreso per cápita que se observan entre países pueden ser explicadas a través de diferencias en la productividad total de los factores,  $A$ . Klenow y Rodríguez-Clare (1997) muestran evidencia a favor de esta idea.

<sup>32</sup> Tal como se menciona en la sección de revisión de la literatura, autores como Ihrig y Moe (2004), Johnson (1998) y Saracoglu (2008) analizan las propiedades de la dinámica de la economía.



traducen en que el agente representativo destina todo su tiempo de trabajo al sector informal.<sup>33</sup>

### *Producción relativa del sector informal*

A continuación se presentan los resultados cuando se toma como medida del tamaño del sector informal al porcentaje de la producción total que representa este sector. El modelo se resuelve en estado estacionario para diferentes valores de productividad. Por ejemplo, con un valor de productividad de 2.264 se replica un ingreso per cápita cercano a 3,900 dólares, mientras que un valor de productividad de 9.651 se reproduce un ingreso de 46,000 dólares. En la gráfica 1 se observan las predicciones del modelo junto los datos del tamaño del sector informal para los países que reporta Schneider (2007).

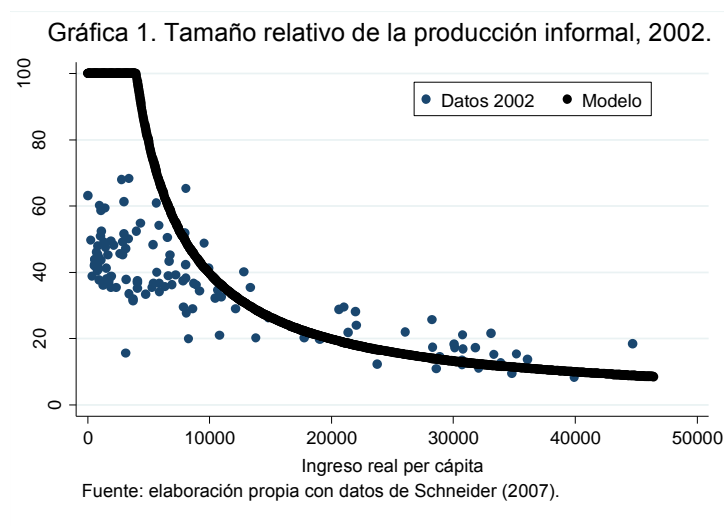
Se aprecia que el modelo predice de forma adecuada la forma en que se comporta el tamaño del sector informal ante los distintos niveles de ingreso (se está suponiendo que las diferencias en ingreso que se observan entre países son explicadas por diferencias en productividad, lo cual es consistente con lo reportado por Klenow y Rodríguez-Clare (1997)). Además, se observa que las predicciones del modelo ajustan a los datos observados, principalmente para países de ingreso medio-alto. Para los países de ingreso bajo el modelo predice la tendencia de los datos, pero estas predicciones no ajustan de forma razonable. Lo anterior puede ser evidencia de que las diferencias en tasas de impuestos y calidad de ejecución, que hay entre los países, comienzan a jugar un papel importante. Otra posible explicación del poco ajuste para los países de bajo ingreso es la sencillez del modelo que se presenta. En este documento, para capturar el hecho de que el

---

<sup>33</sup> Como se mencionó en las propiedades del modelo, disminuciones en la productividad de la economía se traducen en aumentos del tamaño del sector informal. Por lo tanto, valores de productividad de la economía que generen un ingreso per cápita menor a 3900 dólares implican un trabajo informal superior al 100 por ciento del total.

sector informal enfrenta restricciones en el uso del capital, se utilizó el supuesto de que la tecnología a la que tiene acceso este sector no utiliza capital (o que su capital está restringido a una unidad). En realidad, las empresas informales sí utilizan capital, aunque restringen su uso para no ser descubiertas. Si el modelo incluyera esto, posiblemente mejoraría el ajuste a los datos.

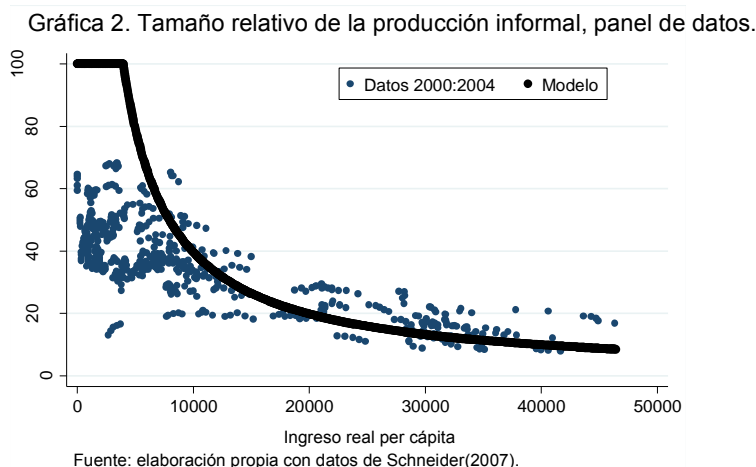
Para probar el ajuste del modelo, se realiza una razón entre la varianza predicha del modelo y la varianza de los datos con respecto al tamaño del sector informal. Para los países de ingreso medio-alto (es decir países con ingreso igual o superior a la media de los datos, la cual es de 9,900 dólares), el modelo explica casi la totalidad de la varianza de los datos, ya que la medida de ajuste arroja un valor de 1.16. Cuando se hace esta misma prueba para la muestra completa, se encuentra que el modelo predice cerca de tres veces más varianza que la de los datos, lo que confirma el poco ajuste para los países de bajo ingreso



En la gráfica 2 se analizan las predicciones del modelo utilizando un panel de datos compuesto por observaciones del tamaño de la producción informal (como porcentaje de la producción total) y el ingreso real per cápita para el periodo 2000-2004. Una vez más, la

gráfica muestra los mismos resultados que se presentaron con anterioridad, las diferencias en productividad sólo explican de forma razonable las diferencias en el tamaño relativo de la economía informal para países de ingreso medio-alto. La razón de varianzas arroja un valor de 1.08 cuando se consideran los países con ingreso igual o superior a la media de los datos, lo que muestra el buen ajuste del modelo para este grupo de países. El poco ajuste del modelo para países de ingreso bajo se confirma al encontrar que, cuando se considera a la muestra completa, el modelo predice cerca de tres veces más varianza que los datos.

El resultado anterior sugiere que, al menos para los países de ingreso medio alto, más allá de las diferencias en las tasas de impuestos y en la calidad de ejecución que se observan entre estos países, las diferencias observadas en informalidad responden fundamentalmente a diferencias en la productividad de estas economías. La intuición del resultado es que, dadas las restricciones en el uso del capital y en tamaño que enfrentan las empresas en el sector informal, los aumentos en productividad vuelven más costoso estar en este sector, ya que el uso del capital y el tamaño de las empresas dependen de forma positiva de la productividad general de la economía. Este documento también sugiere que para los países de ingreso bajo existen otros factores, además de la productividad, que desempeñan un papel importante para explicar a la informalidad.



### *Proporción de trabajadores en el sector informal*

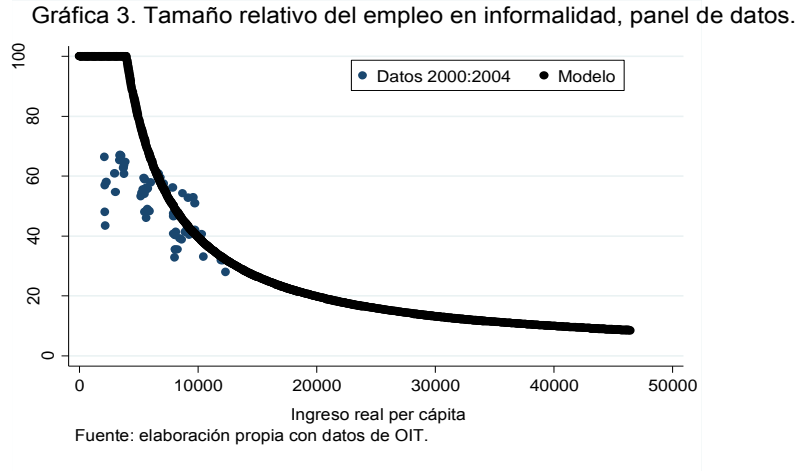
A continuación se presentan los resultados cuando se utiliza como medida del tamaño del sector informal al porcentaje de trabajadores que laboran en este sector con respecto al total. En la gráfica 3 se muestran las predicciones del modelo y los datos observados. Los datos reportados se refieren a un panel para 18 países de América durante el periodo 2000-2004.<sup>34</sup> Se incluye sólo a estos países porque la metodología con la que se obtuvieron los datos es comparable.<sup>35</sup> Pese a que los parámetros del modelo no se calibraron para reproducir la fracción de trabajadores que laboran en el sector informal para la economía mexicana, la gráfica sugiere que el modelo predice de forma correcta lo que se observa en los datos. El modelo predice que las diferencias en productividad son las que explican las diferencias en la proporción de trabajadores que laboran en el sector subterráneo. Tomando como medida de ajuste a una razón de varianzas, se encuentra que el modelo predice cerca de 1.8 veces la varianza de los datos, pero se resalta, una vez más, que los parámetros no fueron calibrados para reproducir un punto en ésta gráfica.

La intuición del resultado es que, dadas las restricciones en el uso del capital y en tamaño que enfrentan las empresas informales, los aumentos en la productividad de la economía generan que el producto marginal del trabajo en el sector formal aumente más que en el sector informal. El resultado anterior se obtiene directamente del hecho de que la productividad marginal del trabajo en el sector formal depende de forma positiva del acervo de capital, mientras que este beneficio no puede ser obtenido en el sector subterráneo.

---

<sup>34</sup> La base de datos no incluye observaciones para todos los países durante todo el periodo. El total de observaciones reportadas es de 48. Los países incluidos en la muestra son: Argentina, Bolivia, Brasil, Chile, Colombia, Costa Rica, República Dominicana, Ecuador, El Salvador, Honduras, México, Nicaragua, Panamá, Paraguay, Perú, Uruguay y Venezuela.

<sup>35</sup> Así lo reporta la Organización Internacional del Trabajo



### *Análisis de sensibilidad*

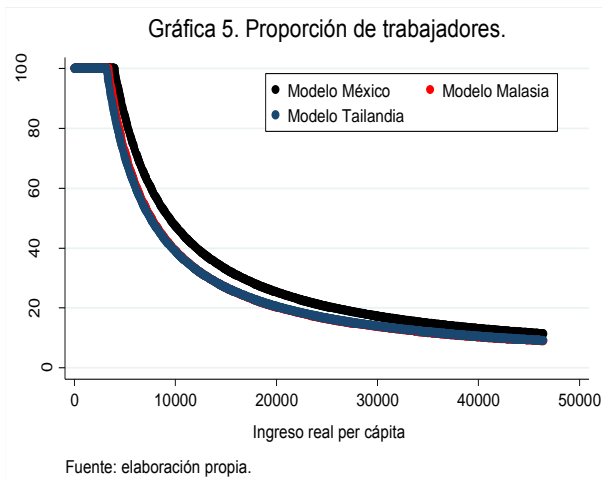
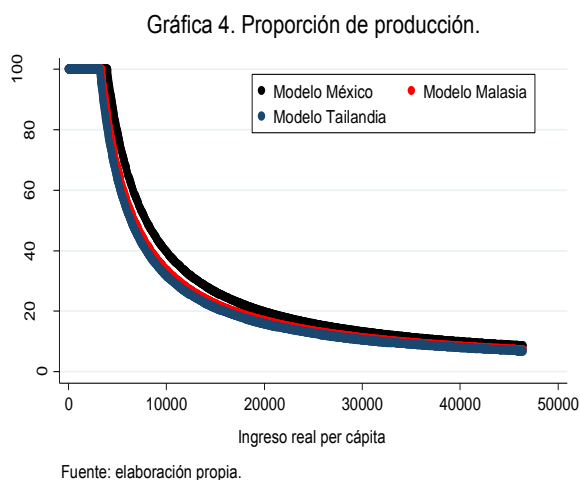
A continuación se hacen pruebas de sensibilidad al modelo con el objetivo de probar la robustez de los resultados. Se realizan calibraciones alternas para distintos grupos de economías, los cuales incluyen economías de rápido crecimiento, economías desarrolladas y economías con bajo ingreso. Se comparan los resultados reportados hasta ahora con los resultados provenientes de las calibraciones para los distintos grupos de países. Si los resultados son robustos, las predicciones de las distintas calibraciones no deberían diferir demasiado del modelo original. Se pone especial atención en las predicciones provenientes de calibraciones de los parámetros para economías con ingreso bajo, ya que es para este grupo de países para los que el modelo original no logra buenas predicciones.

La estrategia de calibración para cada uno de los países que se presentan a continuación es la misma que se utilizó para calibrar los parámetros para la economía mexicana. La única diferencia es que el valor del factor inter-temporal de descuento no se calibra para reproducir la relación capital-producto de estos países, ya que no se logró tener acceso a esta información. Los valores del factor inter-temporal de descuento y la tasa de depreciación se fijan en 0.96 y 0.08, respectivamente, los cuales son valores estándar que se

reportan en datos anuales.<sup>36</sup> Los demás parámetros calibrados de forma independiente toman el mismo valor que en la calibración para la economía mexicana y el resto de parámetros se utilizan para reproducir los momentos correspondientes de cada economía.

En las gráficas 4 y 5 se presentan las predicciones del modelo calibrado para México junto a las predicciones del modelo calibrado para economías de rápido crecimiento. El grupo de países de rápido crecimiento incluye a Malasia y Tailandia.<sup>37</sup> Se aprecia que las predicciones de los distintos modelos son similares, por lo que esto es evidencia de la robustez de los resultados. Estos resultados se mantienen para las dos distintas definiciones del tamaño del sector informal. Se observa que países con estructura económica distinta predicen resultados similares a los presentados con anterioridad. Además, estos modelos ajustan de forma correcta a los datos.

#### Predicciones de calibraciones para países de rápido crecimiento

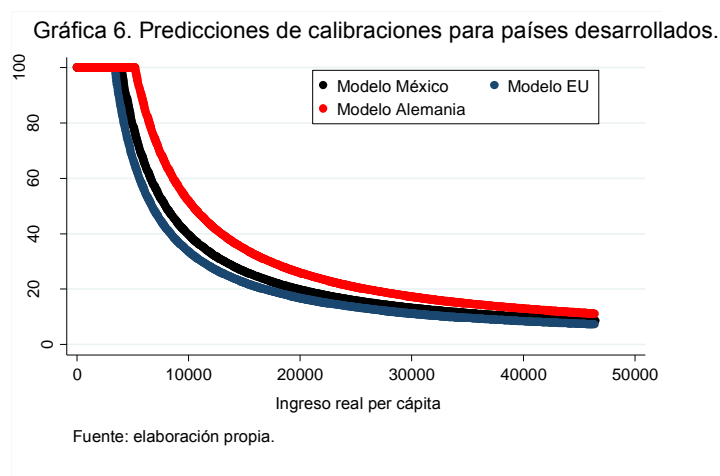


En la gráfica 6 se presentan las predicciones del modelo calibrado para México junto a las predicciones del modelo calibrado para economías desarrolladas. La medida de tamaño de informalidad que se utiliza es la proporción de la producción total que representa

<sup>36</sup> Parente y Prescott (1992) muestran este valor para el factor inter-temporal de descuento.

<sup>37</sup> Gollin (2008) reporta a estos países como de rápido crecimiento. El ingreso per cápita de Malasia es de 10,000 dólares, mientras que el de Tailandia es de casi 6,000 dólares.

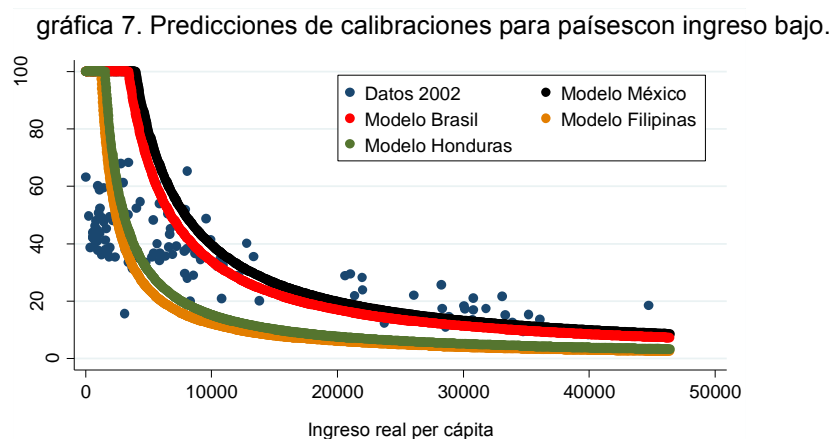
este sector (los resultados son similares para la definición alternativa de tamaño de informalidad). Los países que se incluyen en este grupo son Alemania y Estados Unidos. Se aprecia que las predicciones de los distintos modelos no difieren de manera sustancial. De hecho, todos los modelos son capaces de ajustar de forma correcta a los datos. En esta gráfica, se observa que las predicciones del modelo con calibraciones para países con un ingreso per cápita alrededor de 3 veces más grande que México son muy similares a los resultados iniciales.



Finalmente, en la gráfica 7 se presentan estos mismos resultados para un grupo de países de ingreso bajo. Este grupo está conformado por Honduras, Filipinas y Brasil. Estos países tienen un ingreso per cápita de 3000, 2600 y 8000 dólares; respectivamente. Es importante señalar que Brasil no es considerado un país de ingreso bajo; sin embargo, en este documento se le clasifica de esta forma porque su ingreso per cápita es inferior al de la economía representativa de ingreso medio. Los resultados que se reportan son para la proporción de la producción total que genera el sector informal. Sin embargo, los resultados son similares para la definición alternativa de tamaño de informalidad.<sup>38</sup>

<sup>38</sup>El modelo que permite la menor pérdida muestral es el que está calibrado para Filipinas. Este modelo sólo es capaz de reproducir economías con un ingreso per cápita superior a 1200 dólares. Para este caso, la pérdida de muestra es de 16%. Se intentó calibrar el modelo para un país que permitiera una menor pérdida

La gráfica 7 sugiere que cuando se calibra el modelo para economías con ingreso bajo, las predicciones ganan ajuste para economías de este grupo, pero comienzan a perder ajuste con los datos de las economías de ingreso medio-alto. Cuando los parámetros se calibran para la economía de Brasil, se observa que las predicciones de este modelo son similares a las hechas por el modelo calibrado para México. Sin embargo, cuando la economía que se calibra tiene un ingreso por debajo de 3,900 dólares, las predicciones pierden ajuste, aunque se mantiene la relación negativa y convexa. Este resultado muestra evidencia de que las diferencias en productividad por sí solas no son capaces de explicar las diferencias en informalidad para los países de más bajo ingreso o que hay diferencias adicionales a la productividad entre los países de más bajo ingreso y el resto de países que explican las diferencias en informalidad. Como se mencionó en la sección de revisión de la literatura, existen múltiples elementos que afectan el tamaño del sector informal. Los resultados mostrados en la gráfica 7 sugieren que hay diferencias importantes en estos elementos entre los países de ingreso bajo y el resto de países.



Fuente: elaboración propia con datos de Schneider (2007).

---

de observaciones, pero la falta de información disponible sobre los momentos de interés para realizar la calibración lo impidió.



## **6. Conclusiones**

Los documentos que abordan a la informalidad típicamente se han concentrado en analizar el papel que desempeñan la regulación y la calidad de ejecución del gobierno para determinar el tamaño del sector informal, ya sea en términos de la proporción de producto que genera o en términos de la proporción de trabajadores que labora en este sector. De acuerdo con su definición, para que exista el sector informal es necesaria la presencia de estos dos elementos. Sin embargo, este documento muestra evidencia de que las diferencias en el tamaño del sector subterráneo que se observan entre países con ingreso per cápita medio-alto pueden ser explicadas, más bien, por diferencias en productividad. Este trabajo muestra que esto es válido cuando se define al tamaño del sector informal como la proporción de producción que es generada por este sector y cuando se define como la proporción de trabajadores que laboran en el sector. Una razón de varianzas arrojó que las diferencias en productividad explican de forma correcta la varianza de los datos con respecto al tamaño del sector informal (al menos para la proporción de producto que genera este sector).

Lo anterior no implica que cambios en la tasa de impuestos o en la calidad de ejecución no tengan efecto en el tamaño del sector informal. De hecho, el modelo presentado en este documento predice que cambios en cualquiera de estas dos variables modifican el tamaño del sector informal. Este trabajo, más bien, establece que buena parte de las diferencias en el tamaño de la informalidad pueden ser explicadas abstrayéndose de diferencias en la tasa de impuestos y en la calidad de ejecución para países con ingreso per cápita medio-alto. Para el caso de los países de más bajo ingreso, esta conclusión pierde fuerza, ya que las predicciones del modelo calibrado tienen un menor ajuste a los datos. Sin embargo, este último resultado puede deberse a la sencillez del modelo que se presenta.

Para países como Brasil, Argentina o México, este documento sugiere que el tamaño del sector informal es resultado, en buena parte, de la baja productividad de estas economías. Si estos países aumentaran su nivel de productividad de tal forma que obtuvieran un ingreso similar al de Estados Unidos, su nivel de informalidad sería prácticamente el mismo al de Estados Unidos. Este documento presenta evidencia de que una forma de combatir a la informalidad es por medio de políticas que eliminen distorsiones o generen aumentos en productividad, ya que éstos aumentan el ingreso per cápita de los países y disminuyen de forma natural el tamaño del sector informal

Dado que documentos como el de Klenow y Rodríguez-Clare (1997) sugieren que las diferencias en ingreso per cápita son explicadas en buena parte por diferencias en productividad, los aumentos de productividad son doblemente importantes, pues además de reducir las brechas en ingreso, también permiten generar reducciones de la informalidad.

Finalmente, este documento considera a la productividad de la economía como exógena. Sin embargo, puede ser que algunas características del sector informal provoquen distorsiones en la productividad total de los factores. En este caso, una política que busque aumentar la productividad podría ser el atacar a la informalidad. Leal (2010) encuentra que el efecto de una calidad de ejecución completa (este autor define a la calidad de ejecución como la probabilidad de detección) sobre la productividad total de los factores de la economía mexicana es pequeño. Entonces, esto puede ser evidencia de que el sector informal no provoca distorsiones tan importantes en la productividad total de los factores.

## 7. Referencias

- Auriol, E., Walters, M. (2005). "Taxation base in developing countries". *Journal of Public Economics* 89, 625–646.
- Celestin, J. (1989). "Urban Informal Sector Information: Needs and Methods". International Labour Office, Ginebra.
- Dabla – Norris, E., M. Gradstein, G. Inschauste. (2008). "What causes firms to hide output? The determinants of informality". *Journal of Development Economics* 85, 1-27.
- De Soto, H. (1989). *The other path: the invisible revolution in the third world*. Harper and Row, Nueva York.
- Friedman, E., S. Johnson, D. Kaufman, P. Zoido-Lobaton. (2000). "Dodging the grabbing hand: the determinants of unofficial activity in 69 countries". *Journal of Public Economics* 76, 459–492.
- Gollin, D. (2008). "Nobody's business but my own: Self-employment and small enterprise in economic development". *Journal of Monetary Economics* 55, 219-233.
- Hofman, A. (2000). "Standardised capital stock estimates in Latin America: a 1950-94 update," *Cambridge Journal of Economics*, 24, 45–86.
- Ihrig, J., Moe, K. (2004). "Lurking in the shadows: the informal sector and government policy". *Journal of Development Economics* 73, 541–557.
- Johnson, S. D. Kaufmann, P. Zoido-Lobaton. (1998). "Regulatory discretion and the unofficial economy". *American Economic Review* 88 (2), 387– 392.
- Johnson, S. D. Kaufman, J. McMillan, C. Woodruff. (2000). "What do firms hide? Bribes and unofficial activity after communism". *Journal of Public Economics* 76, 495–520.
- Klenow, P., Rodríguez-Clare, A. (1997). "Economic growth: A review essay. *Journal of Monetary Economics*".

- Koreshkova, T. (2006). "A quantitative analysis of inflation as a tax on the underground economy". *Journal of Monetary Economics* 53, 773-796.
- Lall, V. (1989). "Informal Sector in the National Capital Region". B.R. Publishing, Delhi.
- Leal, J. (2010). "Informal sector, productivity and tax collection". Munich Personal RePEc Archive.
- Lewis, W. (1954). "Economic development with unlimited supplies of labour". *The Manchester School* 22, 139–191.
- Mansell, C. (1995). "Las Finanzas Populares en Mexico". Editorial Milenio, Ciudad de México.
- Loayza, N. (1996). "The economics of the informal sector: a simple model and some empirical evidence from Latin America". *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy* 45, 129–162.
- Parente, S., Prescott, E. (1992). "Technology adoption and the mechanics of economic development". MIT Press, Cambridge.
- Saracoglu, D. (2008). "The informal sector and tax on employment: A dynamic general equilibrium investigation". *Journal of Economic Dynamics and control* 32, 529-549.
- Schneider, F., D. Enste. (2002). "Shadow economies: size, causes and consequences". *Journal of Economic Literature* 38, 77–114.
- Schneider, F. (2004): "The Size of the Shadow Economies of 145 Countries all over the World: First Results over the Period 1999 to 2003," IZA DP, 1431.
- Schneider, F. (2007). "Shadow Economies and Corruption all over the World: New Estimates for 145 Countries". *Economics: The Open-Access, Open-Assessment E-Journal* 1 (2007–09). [www.economics-ejournal.org/economics/journalarticles/2007-9](http://www.economics-ejournal.org/economics/journalarticles/2007-9).

Straub, S. (2005). “Informal sector: the credit market channel”. *Journal of Development Economics* 78, 299–321.

Thomas, J. (1992). “Informal Economic Activity”. University of Michigan Press, Ann Arbor.

Turnovsky, S. (2009). “Fiscal policy and the structure of production in a two-sector developing economy”. *Journal of Development Economics* 88, 205-216.