Centro de Investigación y Docencia Económica, A.C.

Estimación y comparación de funciones de utilidad entre habitantes rurales y urbanos mediante asignación del tiempo.

TESINA

Que para obtener el título de

Maestro en Economía

Presenta

Francisco José Flores Porras

Director: David A. Mayer Foulkes

México D.F., Mayo 2012

Índice

Introducción

Economía etimológicamente significa administración del hogar, asignando los recursos escasos con los que cuenta el hogar para satisfacer las necesidades de sus miembros. A lo largo de la historia, el hombre se ha enfrentado al problema de escasez de recursos, tanto de forma individual como colectiva. Mediante el enfoque de la economía, el presente trabajo revisara las diferencias en la asignación del tiempo entre las poblaciones rurales y urbanas en México. Consideraremos como unidad de agente económico al hogar, que puede estar constituido por uno o varios miembros, en particular será de nuestro interés una muestra bien delimitada.

La relevancia de comparar las asignaciones de tiempo entre poblaciones se presenta ante las diferencias observadas en todos los índices de medición de la pobreza, marginación y desarrollo que se emplean actualmente por las autoridades en México. Por señalar un ejemplo, en el Índice de Desarrollo Humano del 2000, el Distrito Federal tiene un nivel de 0.891, más del 25% por encima de Chiapas con un indicador de 0.711. Estos índices miden una diferencia en nivel de ingreso, educación y características del hogar entre otras entre los estados de la República Mexicana, por lo que resulta interesante profundizar en las asignaciones entre estas poblaciones.[1]

Ante distintas características en las poblaciones, esperamos distintas asignaciones. La diferencia en asignaciones puede seguir dos razones: diferencia en precios relativos; diferencia en preferencias individuales. Para llevar a cabo este análisis se empleara la primera Encuesta Nacional Sobre Niveles de Vida de los Hogares (ENNViH) del 2002. La

[1] López-Calva, L.F.& Szekely, M. (2006).

cual nos brinda la información necesaria para analizar cada hogar de forma especifica y nos permite estimar otras variables de interés.

La asignación se referirá al elemento común a todo hombre, en cualquier situación temporal y geográfica sin ninguna variación, el tiempo. En particular a la destinación del tiempo en cinco actividades principales: laboral, estudio, ocio, hogar, necesidades. Distinguiendo entre cuatro poblaciones, de acuerdo al número de habitantes. Ciudades grandes- más de 100,000 pobladores-, ciudades medianas - entre 15,000 y 100,000 personas-, ciudades pequeñas -entre 2,500 y 15,000- , y poblaciones rurales -menos de 2,500 pobladores-.

Ante un primer análisis descriptivo de los datos, observamos que existen diferencias en la asignación, por lo que procedemos al análisis económico. Donde nos enfocaremos en dos funciones de utilidad, recurrentes en la literatura donde los parámetros nos permitirán entender la naturaleza de estas asignaciones. Mientras que los precios tomados de manera exógena capturaran los posibles efectos de los precios relativos.

Para la determinación de los parámetros en las preferencias de los agentes económicos, empleamos dos posibles caminos: estimación directa, resolviendo el problema para cada hogar, encontrando aquellos valores que satisfagan la racionalidad de los individuos (las asignaciones deben proveer la mayor satisfacción posible); estimación por regresión, mediante una regresión robusta, se estiman los valores de los parámetros por estrato (nivel de población) que minimicen el error esperado y aseguren la racionalidad de los agentes.

Revisión Bibliográfica

En 1965, Gary S. Baker plantea un modelo teórico donde además del consumo, ingreso y precios, se añade el tiempo como factor que debe emplearse en una combinación con los recursos físicos para poder obtener bienes básicos que entran directamente a su función de utilidad. Por lo que además de existir una restricción presupuestal, también existe una restricción del tiempo. En el modelo teórico, analiza las condiciones de primer orden y otros resultados.

Posteriormente, Reuben Gronau en 1977 presenta una aplicación empírica de un modelo sobre la asignación del tiempo. El modelo es sencillo y contempla tiempo laboral, tiempo de producción en el hogar y tiempo de ocio. Se enfoca principalmente en los efectos de distintas decisiones como el número de hijos, el matrimonio, el efecto del sueldo.

En 1992, Chiappori presenta su trabajo "Collective labor supply and welfare" donde propone un modelo colectivo, donde cada participante de un hogar tiene sus propias preferencias, y mediante una regla de participación se llega a una función compuesta para el hogar.

Después de ello hace uso de formas generales de función de utilidad indirecta para el modelo colectivo, y propone una aplicación relacionada con el efecto de impuestos, donde da formas puntuales a las funciones, estima la curva de Engel, y hace uso de la ecuación de Slutsky para verificar los efectos que tendrían los impuestos y si se presentan diferencias significativas entre el modelo colectivo y el modelo unitario, donde se considera como un sólo agente al hogar.

N.Anderes Klevmarken, presenta en 1998 su trabajo donde cuestiona el análisis microeconómico del uso del tiempo, señalando los conflictos en la medición de la asignación del tiempo para cada individuo, como deberían se consideradas distintas actividades, como por ejemplo la inversión en los hijos o el estudio. Propone un modelo que considera bienes del mercado, bienes del hogar y ocio. El autor propone ecuaciones econométricas para la estimación de los parámetros dentro el modelo.

En el 2007, Richard Rogerson presenta su paper, Taxation and market work: is Scandinavia an outlier?, donde propone un modelo que contemple el uso de los impuestos para apoyar a las familias en la calidad del hogar de distintas formas, con la finalidad de explicar el comportamiento de los escandinavos, quienes contrario al trabajo expuesto por Prescott (2002, 2004), no disminuyen su oferta laboral ante el aumento de impuestos. El autor desarrolla un modelo macroeconómico considerando consumo, oferta laboral y destinación de tiempo para el cuidado de niños y ancianos en el hogar. Mediante el uso de formas “tradicionales” para la función de utilidad y las funciones de producción, se establecen valores macroeconómicos para la calibración del modelo. Así mismo, el autor contempla distintos usos por parte del gobierno para los impuestos. Finalmente el Autor consigue explicar las diferencias observadas entre Escandinavia, EUA y Europa continental mediante el modelo con parámetros coherentes.

Todos estos trabajos proveen las pautas para especificar teóricamente el modelo. También ofrecen una guía para la aplicación empírica del modelo.

El presente trabajo presentara adicionalmente comparaciones entre distintos sectores de la población, a fin de evaluar si existen elementos suficientes que permitan suponer diferencias significativas entre ellos.

Datos

La base de datos empleada es la resultante de la primera Encuesta Nacional Sobre Niveles de Vida de los Hogares (ENNViH). Concluida en el 2002, con una muestra de 8,440 hogares en 150 localidades dentro de México.

La encuesta de hogares incluye información a nivel hogar e individual para todos los miembros del hogar. Uno o dos miembros del hogar proporcionaban la información sobre el estado socioeconómico y la composición demográfica del hogar. Detallando información sobre consumo, ingreso, asignación de tiempo, migración, salud entre otras variables.

La encueta provee el tipo de localidad en la que se encuentra el hogar: (1) +100,000 habitantes; (2) entre 15,000 y 100,000 habitantes; (3) entre 2,500 y 15,000 habitantes; (4) menos de 2,500 habitantes. Mediante esta clasificación, podremos realizar comparaciones entre hogares de los distintos estratos.

Delimitación del Hogar

Nos enfocaremos en hogares con las siguientes características: Jefe de familia y/o pareja menores de 70 años y mayores de 15 años con hijos menores de 25 años. Hogares compuestos por jefe de familia, pareja e hijos. Pudiendo ser hogares únicamente con jefe de familia; jefe de familia e hijos; jefe de familia y pareja; o jefe de familia, pareja e hijos.

Asignación de tiempo del adulto

A partir de la muestra delimitada, contamos con 10,901 observaciones sobre la asignación del tiempo de los adultos. Los tiempos comentados están dados en horas por semana.

Consideraremos cinco ramos principales a los que se puede dedicar tiempo:

Tiempo Laboral: Se refiere al tiempo dedicado a actividades productivas en el mercado laboral. Comprendiendo el tiempo destinado al trabajo principal, trabajo secundario, traslado al trabajo principal y secundario.

Tiempo Hogar: Es el tiempo dedicado a actividades productivas dentro del hogar como es cocinar, limpiar la vivienda, lavar ropa, cuidar ancianos y/o niños, ayudar a estudiar a otro miembro del hogar, actividades agrícolas.

Tiempo Estudio: Aun cuando estudiar se consideraría como una inversión, puesto que en un futuro conllevaría a un aumento en el salario u otro beneficio; en este modelo estático, consideraremos el tiempo dedicado a la escuela, tareas y traslado a la escuela, como una actividad productiva "inmediata".

Tiempo de Ocio: Tiempo asignado libremente a actividades recreativas, como: Actividades fuera del hogar, Ver televisión, Leer, Utilizar internet.

Tiempo de Necesidades: El tiempo dedicado a actividades requeridas para cubrir las necesidades básicas, tales como: acarrear de agua, acarrear de leña. Y a un nivel fisiológico, dormir.

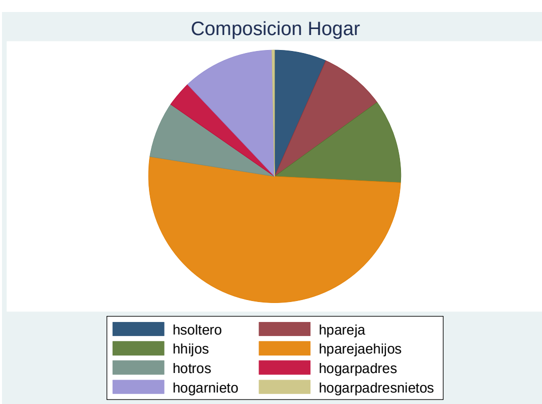
Aun cuando el acarreo de agua y leña podría considerarse como una actividad dentro del hogar, categorizándose entonces dentro del tiempo hogar, es importante señalar que la finalidad de estas acciones no corresponde a un resultado en sí mismo, como lo es cocinar, sino que en su lugar sólo permite obtener los medios para poder subsistir y generar alguna otra actividad posterior.

Observaciones atípicas

El tiempo se cuantifica por horas a la semana, sin embargo diversas muestras contemplan tiempos distintos a las 168 horas que tiene una semana. Para corregir este error se procedió a eliminar observaciones atípicas, tiempo de dormir menor a 5 horas al día y mayor a 12 horas al día. Tras ello se eliminaron las observaciones por debajo de 90 horas, correspondiente a la media menos una desviación estándar, y las observaciones por encima de 203 horas, correspondiente a 168 horas más una desviación estándar.

Estadística Descriptiva

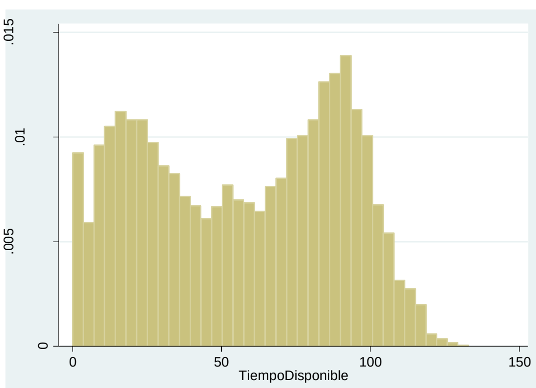
Como se mencionó anteriormente, el hogar será la unidad de agentes económicos, por ello es de particular interés definir las características que delimitaran nuestro estudio sobre este aspecto. En los datos contamos con la siguiente composición del hogar: El hogar tiene en promedio 4.213 integrantes, con un máximo de 16 participantes. 6.62% de los hogares esta compuesto por una sola persona, 8.4% por una pareja, 51.59% por pareja e hijos, 10.82% por padres solteros e hijos, 11.75% por hogares donde también viven nietos. Esta distribución se observa a continuación.



Gráfica 1. Composición del hogar. Elaboración propia.

Al enfocarnos únicamente a los hogares que cuentan a lo más con jefe de familia, pareja e hijos, consideramos el 77.43% (6515 hogares) de los hogares.

Tiempo Disponible por individuo: El tiempo disponible se refiere al tiempo total que se tiene en la semana (168 horas) menos el tiempo que se dedican a actividades necesarias, como dormir, acarreo de leña, de agua. Este tiempo es el que se puede destinar a las demás actividades, capturando el hecho de que las necesidades básicas deben satisfacerse antes que cualquier otra cosa. Para corregir la diferencia entre las horas que reportan en una semana, se considera la proporción del tiempo disponible sobre el tiempo total reportado y se multiplica por las 168 horas que tiene una semana. De esta forma el promedio de horas disponibles a la semana por persona es de 56.776, con un máximo de 133.07 y un mínimo de 0 horas. La distribución se observa en el histograma.



Gráfica 2. Tiempo Disponible por individuo. Elaboración propia.

Diferencias en la proporción de asignación de tiempo en el hogar entre estratos:

Estrato	1	>100,000			
Variable	Obs	Media	Desv Est	Min	Max
Tiempo Ocio	1287	0.1156	0.0679	0	0.5625
Tiempo Laboral	1287	0.1959	0.13	0	0.6506
Tiempo Hogar	1287	0.1544	0.0915	0	0.4228
Tiempo Estudio	1287	0.0185	0.0405	0	0.2701
Tiempo Necesidades	1287	0.5156	0.0696	0.2963	0.75

Estrato	2	de 15,000 a 100,000			
Variable	Obs	Media	Desv Est	Min	Max
Tiempo Ocio	301	0.1034	0.057	0	0.3257
Tiempo Laboral	301	0.1995	0.1319	0	0.5961
Tiempo Hogar	301	0.1556	0.0881	0	0.4006
Tiempo Estudio	301	0.0162	0.0364	0	0.219
Tiempo Necesidades	301	0.525	0.0689	0.35	0.7678

Estrato	3	de 2,500 a 15,000			
Variable	Obs	Media	Desv Est	Min	Max
Tiempo Ocio	328	0.0902	0.0662	0	0.5
Tiempo Laboral	328	0.1802	0.128	0	0.6179
Tiempo Hogar	328	0.1752	0.0902	0	0.4127
Tiempo Estudio	328	0.0145	0.0358	0	0.2146
Tiempo Necesidades	328	0.5397	0.0705	0.3146	0.7778

Estrato	4	<2,500			
Variable	Obs	Media	Desv Est	Min	Max
Tiempo Ocio	1147	0.0792	0.0566	0	0.4068
Tiempo Laboral	1147	0.1664	0.1143	0	0.6736
Tiempo Hogar	1147	0.1836	0.0781	0	0.4103
Tiempo Estudio	1147	0.0109	0.0279	0	0.1899
Tiempo Necesidades	1147	0.5567	0.0748	0.3264	0.8862

Tabla 1. Asignación del Tiempo por hogar. Elaboración propia.

El tiempo promedio que cada hogar asigna de acuerdo a su estrato difiere significativamente con un $\alpha = 0.05$, llevando acabo una diferencia de medias a pares entre las seis posibles combinaciones, con varianzas distintas y aproximando por Welch.

Tiempo laboral. Los estratos 1 y 2 no presentan diferencia en medias. Comparando los estratos 2 con el 3, y 3 con 4, no se presentan diferencia en medias, sin embargo con un $\alpha = 0.08$, la presentaría. Las demás comparaciones presentan diferencias significativas.

Tiempo Hogar. La comparación entre estrato 1 con 2, y 3 con 4 no presentan diferencia significativa entre las medias. Todos los demás casos si las presentan.

Tiempo Estudio. En general no se presentan diferencias significativas, en partículas, no existe diferencia de medias entre los estratos, 1 y 2, 1 y 3, 2 y 3, 3 y 4. Las demás comparaciones presentan diferencias significativas.

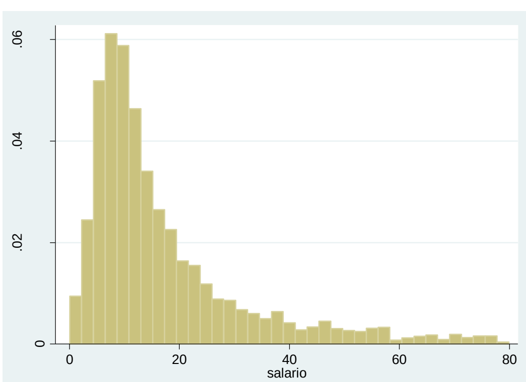
Tiempo Ocio. Todas las posibles comparaciones presentan diferencias significativas.

Tiempo Necesidades. Todas las posibles comparaciones presentan diferencias significativas.

Se puede apreciar que a medida de que el número de habitantes disminuye, una mayor proporción del tiempo del hogar debe ser asignado a actividades necesarias, también se asigna una mayor proporción al hogar; al mismo tiempo se asigna menos tiempo al ocio y a actividades laborales.

El hecho de que las diferencias sean significativas nos alienta a continuar con el estudio. Como se considero en un principio ante distintas características arrojadas por los índices, se esperan distintas asignaciones. Ahora procederemos a buscar las causas en estas diferencias. Para ello, emplearemos la gran cantidad de información que nos provee la base de datos.

Usaremos el salario por hora que percibe cada individuo.



Gráfica 3. Distribución de los salario por hora. Elaboración propia.

Estrato	Obs	Media	Desv Est	Min	Max
Estrato 1	2544	19.712	14.997	0.031	79.908
Estrato 2	597	18.853	16.652	1.08	77.519
Estrato 3	579	16.209	14.594	0.62	77.46
Estrato 4	2022	13.56	13.078	0.16	79.734
General	5742	17.103	14.761	0.031	79.908

Tabla 2. Salario por hora. Elaboración propia.

Y en particular nos interesaremos por el salario que reciben los empleados domésticos y de limpieza.

Estrato	Obs	Media	Desv Est	Min	Max
Estrato 1	94	12.801	11.192	3.189	58.139
Estrato 2	43	11.837	10.331	3.17	53.7
Estrato 3	28	11.337	11.762	3.1	49.834
Estrato 4	80	9.624	7.764	3.033	52.325
General	245	11.427	10.137	3.033	58.139

Tabla 3. Salario en servicios de limpieza y domésticos por hora. Elaboración propia.

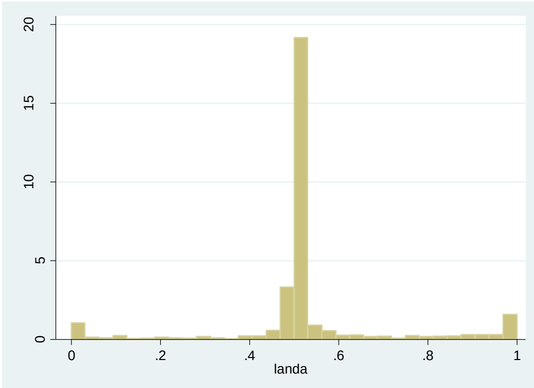
Nuevamente observamos que el salario general y el salario por limpieza y trabajo doméstico disminuyen conforme disminuye el número de pobladores.

Por otro lado, los datos nos permiten estimar la toma de decisiones de cada miembro del hogar. Sera de nuestro interés la proporción en la toma de decisiones para los jefes del hogar para lo cual emplearemos la siguiente regla de estimación sobre la toma de decisión sobre la venta de bienes del hogar (desde electrodomésticos hasta la casa):

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^{n} v_i d_1}{\sum_{i=1}^{n} v_i} \qquad donde\ d_1 = 1, si\ decide\ el\ jefe\ del\ hogar\ y\ \ d_1 = 0 \quad si\ no\ decide$$

$$y\ v_i\ es\ el\ valor\ del\ bien\ sobre\ el\ que\ se\ decide.$$

Donde observamos una distribución alrededor de un medio, significando que la toma de decisiones parece ser compartida por ambos padres de familia.



Gráfica 4. Distribución de la toma de decisión del jefe del hogar. Elaboración propia.

Estrato	Obs	Media	Desv Est	Min	Max
Estrato 1	620	0.5104	0.18	0	1
Estrato 2	185	0.5355	0.168	0	1
Estrato 3	185	0.5196	0.174	0	1
Estrato 4	796	0.5301	0.193	0	1
General	1786	0.5227	0.184	0	1

Tabla 4. Toma de decisión del jefe del hogar. Elaboración propia.

No observamos una tendencia en la toma de decisión con respecto al tamaño de la población.

Finalmente la proporción de consumo entre los padres de familia puede ser estimado mediante el registro detallado sobre la compra de artículos personales para hombre y mujer. Sea k la proporción de consumo en el hogar destinada a la pareja. Donde $kc^1 = c^2$, y por tanto $k = \frac{c^2}{c^1}$.

Estrato	Obs	Media	Desv Est	Min	Max
Estrato 1	924	1.098	1.347	0	13.333
Estrato 2	198	0.999	1.29	0	8
Estrato 3	182	1.016	1.312	0	10
Estrato 4	785	1.01	1.679	0	16.667
General	2089	1.048	1.473	0	16.667

Tabla 5. Relación en el consumo. Elaboración propia.

Donde el consumo es equivalente para cada jefe de familia sin importar el estrato al que pertenezcan.

Metodología

Modelo General

Se considerara una función de utilidad que dependa de cuatro esencias, generadas por la actividad laboral, actividad de ocio, actividad en el hogar y la actividad de estudiar. Llamaremos a estas esencias: consumo (C), tiempo de ocio (t_o), calidad del hogar (x_h) e inversión en la educación (x_{ed}), respectivamente.

De esta forma, nos acercamos a los modelos de asignación de tiempo elaborados por Gronau (77), Becker (65) y en mayor medida al modelo de Klevmarken (98).

Tanto la actividad laboral como la actividad de ocio, generan esencias comúnmente empleadas en los modelos neoclásicos, el consumo y tiempo de ocio.

Para la actividad en el hogar, se considera que la calidad en el hogar puede obtenerse mediante la asignación del tiempo de algún miembro del hogar, o bien puede acudirse al mercado de trabajo doméstico y pagar para obtener un resultado similar. Así pues, como lo establece Rogerson(2007) consideraremos una función tipo CES para la calidad del hogar.

Finalmente para el tiempo dedicado al estudio, es importante recalcar que en un modelo estático es difícil considerar las ventajas que representa esta actividad, pues es difícil incluir un salario futuro, por esta razón, únicamente expresaremos la esencia de estudio como una función general sin detallarla. Así mismo consideramos que se integra de manera aditiva a cualquier función de utilidad.

Problema individual

El problema en un hogar representativo con un sólo integrante seria entonces:

$$\max_{c,t_o,x_h,x_{ed}} U(C,t_o,x_h) + U^1(x_{ed})$$

$s.t. \quad x_{ed} = f(t_{ed}, y_{ed}, \theta)$

$x_h = [\alpha(y_h)^{-\varphi} + (1-\alpha)(t_h)^{-\varphi}]^{-1/\varphi}$

$t_o + t_l + t_h + t_{ed} = T - t_n$

$pC + py_h + p_{ed}y_{ed} = p_l t_l + W$

Donde,

$i = \{o$: Ocio , l:Trabajo, h:hogar, ed: educación, n: necesidades$\}$.

C^j: Es el consumo del individuo j.

t_i: Es la partición del tiempo destinada a la actividad i.

T^k: Es la totalidad del tiempo del que dispone el individuo k.

$$\sum_i t_i^k = T^k$$

W: Es el presupuesto o ingreso no laboral del hogar.

x_i^k : Denota la esencia i para el individuo k, donde $x_i^{kj} \in X_i^{kj} \subseteq \overline{\mathbb{R}}$.

y_i^k : Denota el insumo necesario de la esencia i para el individuo k, donde $y_i^{kj} \in Y_i^{kj} \subseteq \overline{\mathbb{R}}$.

p_i : Es el precio del insumo y_i.

La función de utilidad para el individuo $k,$ del hogar j está dada por:

$$U^{kj}(x_1, \dots, x_n) : X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n \to \mathbb{R}$$

Por construcción, la utilidad será doblemente diferenciable y débilmente creciente en todas las esencias: $\frac{\partial U^{kj}(x_1,\dots,x_n)}{\partial x_i} \geq 0 \ \forall\ i \ \in \{1,2, \dots, n\}$

Problema individual simplificado

Dado el supuesto de que los individuos son racionales, los tiempos observados corresponden a elecciones que maximizan la utilidad, por tanto el problema anterior es equivalente al siguiente problema:

$$\max_{c,t_o} U(C, t_o, x_h^*) + U^1(x_{ed}^*)$$

$s.t. \quad t_o + t_l = T - t_n - t_h^* - t_{ed}^* = t$

$pC = wt_l + W - py_h^* - p_{ed}y_{ed}^* = I$

Donde $x_h^*, x_{ed}^*, y_h^*, y_{ed}^*, t_h^*, t_{ed}^*$, corresponden a las elecciones ya tomadas por los individuos, y por tanto dejan de formar parte del problema de maximización. Esto nos permite simplificar el problema al enfocarnos únicamente en el consumo y el tiempo de ocio, sin que se deje de lado el hogar y la educación; Simplemente no se analizaran a detalle.

Así, la condición de primer orden para el hogar con un sólo miembro es:

$$w/p = \frac{U_2(\cdot)}{U_1(\cdot)}$$

Problema del hogar

Partiendo de este modelo general, establecemos las especificaciones que permiten modelar el caso de un hogar compuesto por Jefe del Hogar, Pareja e Hijo. Considerando que los hijos no toman decisiones en el hogar y que el consumo de los hijos yace internalizado en el consumo de los padres, únicamente nos enfocaremos en los problemas de maximización individual de los padres, los cuales resolverán el problema de maximización de los hijos de manera implícita, con efectos cruzados a nivel de restricciones. Así mismo, la calidad del hogar y la inversión en educación tienen características de bien público, ya que es disfrutada por ambos miembros del hogar.

Con dichos supuestos, el problema del hogar es:

$$\max_{C^1,t_o^1,t_h^1,x_h^1,x_{ed}^1,C^2,t_o^2,t_h^2,x_h^2,x_{ed}^2} \lambda_1\left[U(C^1,t_o^1,x_h^1)+U^1(x_{ed}^1)\right]+\lambda_2\left[U(C^2,t_o^2,x_h^2)+U^1(x_{ed}^2)\right]$$

$$s.t. \quad x_{ed}^1 = x_{ed}^2 = f(t_{ed}^1, t_{ed}^2, y_{ed}^1, y_{ed}^2, \theta)$$

$$x_h^1 = x_h^2 = \left[\alpha(y_h^1+y_h^2)^{-\varphi}+(1-\alpha)(t_h^1+t_h^2)^{-\varphi}\right]^{-1/\varphi}$$

$$t_l^1 + t_o^1 + t_h^1 + t_{ed}^1 = T^1 - t_n^1$$

$$t_l^2 + t_o^2 + t_h^2 + t_{ed}^2 = T^2 - t_n^2$$

$$p(C^1+C^2) + p_h(y_h^1+y_h^2) + p_{ed}(y_{ed}^1+y_{ed}^2) = w^1 t_l^1 + w^2 t_l^2 + W$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 = 1$$

Donde, λ_1 y λ_2 son los ponderadores de la función de utilidad de cada miembro del hogar, Chiappori (1992) los considera como medidas del poder en la toma de decisión dentro del hogar.

__Problema del hogar simplificado__

Análogamente al caso individual, la racionalidad de los individuos nos permite considerar a las observaciones como las asignaciones óptimas, y por tanto, dejan de formar parte del problema. Así, el problema anterior es equivalente a resolver:

$$\max_{C^1,t_o^1,C^2,t_o^2} \lambda_1 \, [U(C^1,t_o^1,x_h^{*1}) + U^1(x_{ed}^{*1})] + \lambda_2 \, [U(C^2,t_o^2,x_h^{*2}) + U^1(x_{ed}^{*2})]$$

$s.t. \quad t_l^1 + t_o^1 = T^1 - t_n^1 - t_h^{*1} - t_{ed}^{*1} = t^1$

$t_l^2 + t_o^2 = T^2 - t_n^2 - t_h^{*2} - t_{ed}^{*2} = t^2$

$p(C^1 + C^2) = w^1 t_l^1 + w^2 t_l^2 + W - p_h(y_h^{*1} + y_h^{*2}) - p_{ed}(y_{ed}^{*1} + y_{ed}^{*2}) = I$

$\lambda_1 + \lambda_2 = 1$

Donde $x_h^*, x_{ed}^*, y_h^{*1}, y_h^{*2}, y_{ed}^{*1}, y_{ed}^{*2}, t_h^{*1}, t_h^{*2}, t_{ed}^{*1}, t_{ed}^{*2}$, son las asignaciones que maximizan el problema, simplificando enormemente el problema original. El costo de esta simplificación es la perdida del análisis a detalle sobre las decisiones en la producción de calidad del hogar y la inversión en la educación.

Así, las condiciones de primer orden para el hogar con más de un miembro son:

$$\frac{w^1}{p} = \frac{U_2(1)}{U_1(1)}$$

$$\frac{w^2}{p} = \frac{U_2(2)}{U_1(2)}$$

$$\frac{w^1}{w^2} = \frac{\lambda}{(1-\lambda)} \cdot \frac{U_2(1)}{U_2(2)}$$

Que a su vez implican:

$$\frac{(1-\lambda)}{\lambda} = \frac{U_1(1)}{U_1(2)}$$

$$\frac{w^2}{p} = \frac{(1-\lambda)}{\lambda} \cdot \frac{U_2(2)}{U_1(1)}$$

$$\frac{w^1}{p} = \frac{\lambda}{(1-\lambda)} \cdot \frac{U_2(1)}{U_1(2)}$$

Funciones de utilidad

Emplearemos dos funciones de utilidad, CES y Cobb-Douglas. Aun cuando el Cobb-Douglas es un caso particular de la función CES, el contemplar ambas funciones nos proveerá más posibilidades para el cálculo de los parámetros y nos permitirá buscar congruencia en lo resultados.

Ces de dos factores

Por simplicidad supondremos que la función de utilidad se comporta de la siguiente manera:

$$U\left(C^i, t_o^i, x_h^{*i}, x_{ed}^{*i}\right) = V\left(C^i, t_o^i\right) + W(x_h^{*i}, x_{ed}^{*i})$$

Donde además que $V(\cdot)$ tiene una forma CES, es decir,

$$V\left(C^i, t_o^i\right) = \gamma\left\{\sigma C^{i^{-\rho}} + (1-\sigma) t_o^{i^{-\rho}}\right\}^{-\nu/\rho}$$

Así pues, $U_1\left(C^i, t_o^i, x_h^{*i}, x_{ed}^{*i}\right) = \gamma\nu\sigma C^{i^{-\rho-1}}\left\{\sigma C^{i^{-\rho}} + (1-\sigma) t_o^{i^{-\rho}}\right\}^{-\frac{(\nu+\rho)}{\rho}}$

$$U_2\left(C^i, t_o^i, x_h^{*i}, x_{ed}^{*i}\right) = \gamma\nu(1-\sigma) t_o^{i^{-\rho-1}}\left\{\sigma C^{i^{-\rho}} + (1-\sigma) t_o^{i^{-\rho}}\right\}^{-\frac{(\nu+\rho)}{\rho}}$$

Logarítmica o Cobb-Douglas de dos factores

La función de utilidad esta dada por:

$$U\left(C^i, t_o^i, x_h^{*i}, x_{ed}^{*i}\right) = V\left(C^i, t_o^i\right) + W(x_h^{*i}, x_{ed}^{*i})$$

Donde $V(\cdot)$ tiene la forma logarítmica:

$$V\left(C^i, t_o^i\right) = \alpha_c \log\left(C^i\right) + (1 - \alpha_c) \log\left(t_o^i\right)$$

Y por tanto,

$$U_1\left(C^i, t_o^i, x_h^{*i}\right) = \frac{\alpha_c}{C^i}$$

$$U_2\left(C^i, t_o^i, x_h^{*i}\right) = \frac{(1-\alpha_c)}{t_o^i}$$

Resultados

A continuación, se procederá a la estimación de parámetros mediante las condiciones de primer orden generadas a partir de los problemas simplificados. Dicha estimación se realizara por dos vías: Estimación directa, comparando posteriormente medias; Estimación por regresión, empleando corrección de Heckman y un ejercicio aparte usando únicamente las observaciones que presentan todas las variables que requerimos.

Precios

Para poder llevar a cabo las estimaciones, requerimos un dato adicional, el precio p. Sin embargo debido a la naturaleza de la encuesta contamos con el gasto total, pC, pero no podemos determinar alguno de sus componentes de forma independiente.

Por ello necesitamos un estimado que capture la esencia del concepto de precio y además que sea diferenciable por estrato. El precio refleja la cantidad monetaria requerida para obtener una unidad de consumo, esta unidad monetaria se obtiene mediante el trabajo, el cual recibe un precio especifico por cada hora laboral. De esta forma, el precio establece una suerte de intercambio entre trabajo y consumo, estableciendo el consumo que representa cada hora trabajada.

En los datos contamos con un tipo de trabajo que cualquier individuo puede realizar, o bien puede pagar a otro para que lo realice. Es decir, existe una variable que es perfectamente intercambiable entre el consumo y hora laboral: el trabajo doméstico. Así pues, el salario asociado al trabajo doméstico se convierte en el precio de un consumo que puede ser sustituido por una hora de trabajo. Más aun, esta variable puede ser diferenciada por estrato, como se presento en los datos.

Por lo anterior, emplearemos el estimado de precios al consumo que nos permite la base de datos, y que a su vez satisface el sentido teórico del precio. Y que a su vez captura en cierta medida el efecto de precios relativos que existe en los distintos estratos.

Pruebas

Empleando las funciones de utilidad antes descritas y tomando datos observados, estimaremos el valor de los parámetros que satisfagan las condiciones de primer orden. De esta forma los individuos maximizan su utilidad dadas las decisiones que observamos en la base de datos, cumpliendo con el supuesto de racionalidad.

La aproximación de parámetros se llevara acabo mediante: 1a) regresión sobre los valores observados; 1b) regresión con corrección de Heckman; 2) solución directa por hogar.

Caso CES de dos factores

Empleando inicialmente la función de utilidad CES, observamos que la condición de primer orden para los hogares con un miembro es:

$$w = \frac{(1-\sigma)}{\sigma} \cdot \left(\frac{I}{t_o}\right)^{\rho+1} \cdot P^{-\rho} \qquad \dots (1a)$$

Mientras que para los hogares con dos padres de familia, las condiciones de primer orden son:

$$\frac{w^1}{p} = \frac{1-\sigma}{\sigma}\left(\frac{C^1}{t_o^1}\right)^{\rho+1} \qquad \dots (2a)$$

$$\frac{w^2}{p} = \frac{1-\sigma}{\sigma}\left(\frac{C^2}{t_o^2}\right)^{\rho+1} \qquad \dots (3a)$$

$$\frac{w^1}{w^2} = \left(\frac{\lambda}{1-\lambda}\right)\left(\frac{t_o^2}{t_o^1}\right)^{\rho+1} \cdot \left(\frac{\sigma C^{2-\rho} + (1-\sigma)t_o^{2-\rho}}{\sigma C^{1-\rho} + (1-\sigma)t_o^{1-\rho}}\right)^{\frac{v+\rho}{\rho}} \qquad \ldots (4a)$$

Que implican:

$$\frac{1-\lambda}{\lambda} = \left(\frac{C^2}{C^1}\right)^{\rho+1} \cdot \left(\frac{\sigma C^{2-\rho} + (1-\sigma)t_o^{2-\rho}}{\sigma C^{1-\rho} + (1-\sigma)t_o^{1-\rho}}\right)^{\frac{v+\rho}{\rho}} \qquad \ldots (5a)$$

$$\frac{w^1}{p} = \left(\frac{1-\lambda}{\lambda}\right)\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\left(\frac{C^2}{t_o^1}\right)^{\rho+1} \cdot \left(\frac{\sigma C^{2-\rho} + (1-\sigma)t_o^{2-\rho}}{\sigma C^{1-\rho} + (1-\sigma)t_o^{1-\rho}}\right)^{\frac{v+\rho}{\rho}} \qquad \ldots (6a)$$

$$\frac{w^2}{p} = \left(\frac{1-\lambda}{\lambda}\right)\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\left(\frac{C^1}{t_o^2}\right)^{\rho+1} \cdot \left(\frac{\sigma C^{1-\rho} + (1-\sigma)t_o^{1-\rho}}{\sigma C^{2-\rho} + (1-\sigma)t_o^{2-\rho}}\right)^{\frac{v+\rho}{\rho}} \qquad \ldots (7a)$$

$$\frac{w^1}{w^2} = \left(\frac{C^1 t_o^2}{C^2 t_o^1}\right)^{\rho+1} \qquad \ldots (8a)$$

Estimación por Regresión sobre los datos observados

A partir de las condiciones de primer orden (1a), (2a) y (3a), proponemos una regresión general que agrupa el caso de hogar con un individuo y el caso con más de uno. Esta generalización se obtiene mediante el uso de una función k_i:

$k_i = 1$ si solo hay un padre de familia y $k_i = \begin{cases} \frac{1}{(k+1)} & si\ i = 1 \\ \frac{k}{(k+1)} & si\ i = 2 \end{cases}$

Generando la regresión:

$$\ln(w^i) - ln\left(\frac{Ik_i}{t_o^i}\right) = \beta_0 + \beta_1 ln\left(\frac{Ik_i}{Pt_o^i}\right) + \varepsilon$$

Donde , $\beta_0 = \ln\left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right), \beta_1 = \rho$.

Tras eliminar 142 observaciones atípicas, los errores satisfacen las pruebas de normalidad, y obtenemos los siguientes valores para los coeficientes en regresiones robustas.

Conjunto	Coef	P>|t|	Obs
Bo	0.1246	0	542
B1	-0.8699	0.059	542

Tabla 6. Coeficientes regresión robusta toda la muestra. Elaboración propia.

Y por tanto

Conjunto	Coef
Sigma	0.4689
Ro	-0.8699

Tabla 7. Parámetros relacionados a regresión robusta toda la muestra. Elaboración propia.

Sera de nuestro interés la elasticidad de sustitución que esta dada por $ES = \frac{1}{1+\rho}$. En este caso, $ES = 7.6864$, representando un alto grado de sustitución entre consumo y ocio.

Para determinar si existen diferencias entre estratos, se elabora la misma regresión robusta incluyendo variables dummys para cada estrato, que afecten tanto a la constante como al término. Observando los siguientes valores:

Variable	Coef	P>|t|
B_0	0.1577	0.068
B_0 Estrato 2	-0.2357	0.354
B_0 Estrato 3	-0.3457	0.105
B_0 Estrato 4	0.0614	0.695
B_1	-0.8031	0
B_1 Estrato 2	0.0398	0.792
B_1 Estrato 3	0.0223	0.886
B_1 Estrato 4	-0.2207	0.018

Tabla 8. Coeficientes regresión robusta con dummys por estrato. Elaboración propia.

Donde se observa una diferencia significativa entre el estrato 4 con el resto con respecto al parámetro ρ. Y una diferencia significativa entre el estrato 3 con el resto en cuanto al parámetro σ. Dando los siguientes valores:

Estratos	Parametro	Valor
1 2 3	ro	-0.8031
4	ro	-1.0238
1 2 4	sigma	0.46
3	sigma	0.547
1 2 3	ES	5.078
4	ES	-42.0168

Tabla 9. Parámetros y Elasticidad de Sustitución (ES) relacionados a regresión robusta con dummys. Elaboración propia.

Observamos una suerte de sustitutos perfectos entre el consumo y el ocio dentro de las poblaciones rurales, mientras que en las zonas urbanas, el intercambio no se da de forma tan perfecta.

Estimación por Regresión con modelo de selección de Heckman

Siguiendo la regresión anterior, pero empleando el modelo de selección de Heckman para corregir el sesgo que podría existir al dejar de lado las observaciones que no reportan un salario puesto que no trabajan, o que por alguna otra razón no reportan decisiones en el hogar o relación de consumo, empleamos la variable si se es jefe de hogar y el número de hijos como herramienta para la selección, obteniendo:

Variable	Coef	P>|z|
B_0	0.1567	0.282
B_0 Estrato 2	-0.2585	0.294
B_0 Estrato 3	-0.4127	0.045
B_0 Estrato 4	-0.0033	0.982
B_1	-0.8438	0
B_1 Estrato 2	0.0679	0.642
B_1 Estrato 3	0.0767	0.613
B_1 Estrato 4	-0.1575	0.081

Tabla 10. Coeficientes regresión con corrección de Heckman con dummys. Elaboración propia

Donde únicamente existe una diferencia en el parámetro σ entre el estrato 4 y los demás.

Estratos	Parametro	Valor
1 2 3	ro	-0.8438
4	ro	-1.0013
1 2 3 4	sigma	0.601735
1 2 3	ES	6.402049
4	ES	-769.231

Tabla 11. Parámetros y Elasticidad de Sustitución (ES) relacionados a regresión con corrección de Heckman con dummys. Elaboración propia.

Aquí nuevamente la sustitución entre tiempo de ocio y consumo es perfecta en las poblaciones rurales, mientras que en las urbanas la sustitución no lo es tanto.

Estimación Directa

Resolviendo las condiciones de primer orden para cada hogar, podemos estimar el valor de los parámetros que cada hogar posee, así de la condición (8a), empleando la relación del consumo en el hogar como $kC^1 = C^2$ y usando la función logarítmica podemos estimar el parámetro ρ:

$$\rho = \frac{\ln(w^1) - \ln(w^2)}{\ln(t_o^2) - \ln(k) - \ln(t_o^1)} - 1$$

Obteniendo los siguientes promedios de este parámetro por estrato:

Estrato	ro	Desv Est	Obs
Conjunto	-0.5941	2.2941	232
1	-1.0446	1.4865	140
2	0.4501	4.0558	14
3	0.0316	3.0991	30
4	0.0243	2.699	48

Tabla 12. Promedio de parámetros estimados de forma directa. Elaboración propia.

Con ρ estimado, podemos usar las condiciones (1a), (2a) y (3a) para estimar:

$$w = \frac{(1-\sigma)}{\sigma P^{\rho}} \cdot \left(\frac{I}{t_o}\right)^{\rho+1}$$

$$w^1 = \frac{1-\sigma}{\sigma P^{\rho}} \left(\frac{I}{(k+1)t_o^1}\right)^{\rho+1}$$

$$w^2 = \frac{1-\sigma}{\sigma P^{\rho}}\left(\frac{I}{\left(\left(k+1\right)/_{k}\right)t_o^2}\right)^{\rho+1}$$

O bien, $$w^i = \frac{(1-\sigma)}{\sigma P^{\rho}} \cdot \left(\frac{I}{k^i t_o^i}\right)^{\rho+1}$$

Donde, $k^i = 1$ si solo hay un padre de familia y $k^i = \begin{matrix} (k+1) & si\ i = 1 \\ \frac{(k+1)}{k} & si\ i = 2 \end{matrix}$ en caso contrario.

Así, $$\sigma = \frac{1}{w^i \cdot \left(\frac{k^i t_o^i}{I}\right)^{\rho+1} \cdot P^{\rho} + 1}$$

Obtenemos los siguientes promedios para este parámetro:

Estrato	Sigma	Desv Est	Obs
Conjunto	0.5189	0.3596	208
1	0.482	0.3413	125
2	0.6109	0.6109	12
3	0.5806	0.3401	27
4	0.5608	0.3992	44

Tabla 13. Promedio de parámetros estimados de forma directa. Elaboración propia.

Y finalmente con la condición (7a) podemos estimar la relación

$$v = \rho\left[\frac{(\rho+1)ln\left(\frac{w^1}{w^2}\left(\frac{1-\lambda}{\lambda}\right)\left(\frac{t_o^1}{t_o^2}\right)\right)}{ln\left(\frac{\sigma\left(\frac{kI}{p(k+1)}\right)^{-\rho} + (1-\sigma)t_o^{2^{-\rho}}}{\sigma\left(\frac{I}{p(k+1)}\right)^{-\rho} + (1-\sigma)t_o^{1^{-\rho}}}\right)} - 1\right]$$

Obteniendo los siguientes promedios por estrato del parámetro v, en general este parámetro se considera con valor 1 para simplificar cálculos:

Estrato	v	Desv Est	Obs
Conjunto	0.8586	2.5074	128
1	0.6292	2.1782	73
2	0.6526	4.4921	4
3	1.0385	2.7952	22
4	1.3278	2.8103	29

Tabla 14. Promedio de parámetros estimados de forma directa. Elaboración propia.

Sera de nuestro interés la elasticidad de sustitución entre estratos que esta dada por $ES = \frac{1}{1+\rho}$. En este caso:

Estrato	Elasticidad de Sustitucion
Conjunto	2.463661
1	-22.421525
2	0.689608
3	0.969368
4	0.976276

Tabla 15. Elasticidad de Sustitución resultado de la estimación directa de ρ. Elaboración propia.

Donde se puede apreciar que para las grandes ciudades el tiempo y el consumo se acercan mas a una función de sustitutos perfectos, mientras que para las demás poblaciones se aproxima a una Cobb Douglas. Aunque estos resultados difieren a los obtenidos mediante regresión, se sigue apreciando una diferencia entre los niveles de sustitución entre las grandes ciudades y las poblaciones rurales.

Caso Logarítmica o Cobb-Douglas de dos factores

Mediante la estimación directa para el caso de la CES, se observa que la elasticidad de sustitución tiende a uno para todos los estratos salvo las grandes ciudades. Por ello y para completar el análisis, procederemos a considerar el caso de función de utilidad Cobb Douglas. Con esta, la condición de primer orden para hogares con un miembro es:

$$W = \frac{(1-\alpha_c)}{\alpha_c} \cdot \frac{I}{t_o} \qquad \dots (1b)$$

Mientras que para los hogares con dos padres de familia, las condiciones de primer orden son:

$$w^1 = \frac{\lambda(1-\alpha_c)}{\alpha_c} \cdot \frac{I}{t_o^1} \qquad \ldots(2b)$$

$$w^2 = \frac{(1-\lambda)(1-\alpha_c)}{\alpha_c} \cdot \frac{I}{t_o^2} \qquad \ldots(3b)$$

$$\frac{w^1}{w^2} = \frac{\lambda}{1-\lambda} \cdot \frac{t_o^2}{t_o^1} \qquad \ldots(4b)$$

Que implican:

$$\frac{(1-\lambda)}{\lambda} = \frac{C^2}{C^1} \qquad \ldots\ (5b)$$

<u>Estimación por Regresión sobre los datos observados</u>

Para determinar el valor para el parámetro α_c consideraremos la transformación logarítmica de las condiciones de primer orden (1b), (2b),(3b), generalizada mediante la definición de $\lambda_i = 1$, si es el único miembro del hogar, y $\lambda_i = \lambda$ para el jefe del hogar, $\lambda_i = (1-\lambda)$ para la pareja.

$$\ln(W) = \beta_1 + \beta_2 \ln\left(\frac{I}{t_o}\right) + \beta_3 \ln(\lambda_i) + \varepsilon$$

Donde, $\beta_1 = \ln\left(\frac{1-\alpha_c}{\alpha_c}\right)$

Aplicando las restricciones necesarias, de $\beta_2 = 1, \beta_3 = 1$ y eliminando las 1,097 observaciones atípicas, esta regresión satisface los supuestos de normalidad de los errores.

Y mediante la regresión robusta obtenemos un valor significativo de $\beta_1 = -0.6616$, de 778 observaciones.

Posteriormente incluiremos variables dummys, para determinar si existen diferencias significativas entre estratos, de esta regresión observamos:

Estrato	Coef	P>|t|
B_1	-0.5481	0
Estrato 2	-0.06737	0.683
Estrato 3	-0.02688	0.826
Estrato 4	-0.3362	0

Tabla 16. Regresión robusta con dummys. Elaboración propia.

Donde sólo existe una diferencia significativa entre el estrato 4 con el resto. Recordando que $\beta_1 = \ln\left(\frac{1-\alpha_c}{\alpha_c}\right)$, obtenemos los valores para α_c.

Estratos	α_c
1 2 3	0.633695
4	0.707712

Tabla 17. Parámetros relacionados a regresión robusta con dummys. Elaboración propia.

Observamos un incremento en el peso de la utilidad de la población rural por el consumo con respecto al conjunto de población urbana, donde el ocio se valora más que en la población rural.

Estimación por Regresión con modelo de selección de Heckman

Empleando la misma regresión que en la estimación sobre los datos observados, procedemos a estimar los datos no observados como lo es el salario de las personas que no trabajan, mediante el modelo de selección de Heckman, buscando eliminar cualquier posible sesgo. La variable de selección será el número de hijos y si la persona en cuestión es jefe del hogar. De esta forma obtenemos:

Variable	Coef	P>|z|
B_1	-0.1956	0.048
Estrato 2	-0.07255	0.656
Estrato 3	0.0222	0.853
Estrato 4	-0.283	0.002

Tabla 18. Coeficientes regresión con corrección de Heckman con dummys. Elaboración propia.

Donde nuevamente existe una diferencia significativa entre el estrato 4 y el resto. El valor de los parámetros correspondiente es:

Estratos	α_c
1 2 3	0.548745
4	0.617417

Tabla 19. Parámetros relacionados a regresión con corrección de Heckman con dummys. Elaboración propia.

Al igual que en la regresión sin selección, el ocio pesa más en la utilidad de la población urbana que en la rural, y análogamente, el consumo pesa más en la utilidad de la población rural que en la urbana.

Estimación Directa

De las condiciones de primer orden, la única variable incógnita es el factor α_c, el cual se puede despejar de cualquier ecuación en la que aparece. Generalizando en la siguiente ecuación:

$$\alpha_c = \frac{\left(\frac{\lambda^i I}{w^i t_o^i}\right)}{\left(1 + \frac{\lambda^i I}{w^i t_o^i}\right)}$$

Donde $\lambda^i = \begin{matrix} \lambda & si\ i = 1 \\ 1 - \lambda & si\ i = 2 \end{matrix}$

Y además $\lambda = 1$ si hay un sólo miembro en el hogar.

Calculando directamente los parámetros, y obteniendo el promedio de acuerdo al estrato,

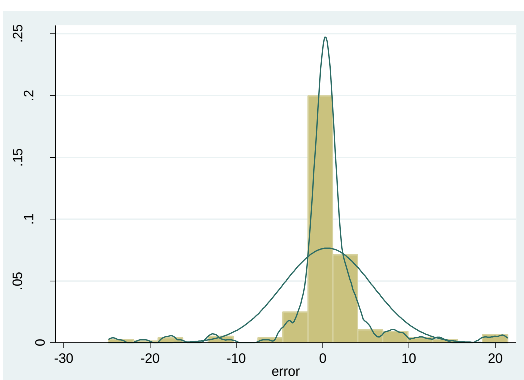
Estrato	a_c	Desv Est	Obs
Conjunto	0.6179	0.2276	793
1	0.5962	0.2298	351
2	0.6031	0.2434	55
3	0.5992	0.2169	117
4	0.6572	0.222	270

Tabla 20. Promedio de parámetros estimados de forma directa. Elaboración propia.

Finalmente podemos estimar que tan adecuada es esta función de utilidad Cobb Douglas, mediante las condiciones de primer orden (4b) y (5b). La verificación puede realizarse mediante la estimación del error entre los datos observados para los hogares con más de un miembro, este error esta dado de la siguiente manera:

$$e = \frac{\hat{\lambda}}{1-\hat{\lambda}} \cdot \frac{\widehat{t_o^2}}{\widehat{t_o^1}} - \frac{\widehat{w^1}}{\widehat{w^2}}$$

Existen 107 observaciones para este error, los errores se distribuyen en la siguiente forma:

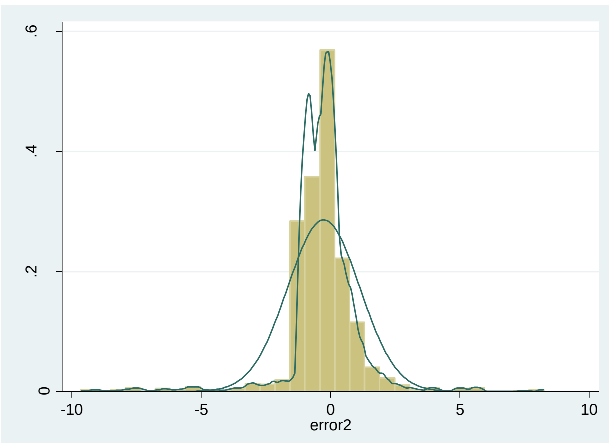


Gráfica 5. Distribución de errores al emplear la función de utilidad Cobb Douglas.

Al aplicar la prueba de hipótesis, de que la media de los errores es 0, encontramos que no se satisface, y que significativamente podemos rechazar esta hipótesis. Por tanto concluimos que esta función parece no se adecuada. Para eliminar posible incertidumbre, procedemos a analizar los errores que arrojan la otra condición de primer orden.

$$e^2 = \hat{k} - \frac{1}{\hat{\lambda}} + 1$$

, para este dato contamos con 1327 después de eliminar aquellas 11 observaciones atípicas por encima de 10 y por debajo de -10, los errores se distribuyes de la siguiente forma:



Gráfica 6. Distribución de errores adicionales al emplear la función de utilidad Cobb Douglas.

Donde nuevamente aplicamos la prueba de hipótesis sobre la media siendo igual a 0. Nuevamente rechazamos esa hipótesis. Por lo que podemos aseverar que la función de utilidad Cobb Douglas no es adecuada para este modelo.

Conclusiones

La función general CES, muestra resultados congruentes entre ambos métodos de estimación por regresión, sin embargo la estimación directa muestra resultados en sentido inverso. Al parecer la estimación directa puede desestimarse, pues dentro de los resultados encontrados, se contempla que tres estratos se comportan conforme al caso particular Cobb Douglas, sin embargo al realizar el análisis bajo dicha función de utilidad, nuevamente la estimación directa nos permite concluir que no es una función adecuada para los datos. Por lo tanto, nos enfocaremos en los resultados obtenidos mediante la estimación por regresión empleando la función de utilidad CES.

En ambas regresiones, la robusta y con selección, observamos que la elasticidad de sustitución difiere entre el estrato 4 y el resto de los estratos, es decir, existe una diferencia en el intercambio entre consumo y ocio para la población rural y la urbana. En la población rural, corresponde a una función de utilidad de sustitutos perfectos, mientras que no lo es en la misma medida para las zonas urbanas.

Este resultado parece en cierta forma razonable, si tomamos en cuenta que en las comunidades rurales es más común encontrar empleos por día (caso ladrilleros en la comunidad rural de Coronango, Puebla)[2], así como actividades que reditúan en bienes directos, como los son las actividades agrícolas y de recolección. Mientras que en las ciudades, los trabajos suelen estar formalizados por un contrato, y el pago se recibe de forma quincenal.

[2] Experiencia propia.

Siguiendo lo dicho antes, podemos encontrar una explicación con respecto a las diferencias de asignación de tiempo. Observamos una menor asignación al ocio y a las actividades laborales en las zonas rurales, con una mayor asignación al hogar y a las necesidades por un efecto combinado entre salarios y la sustitución perfecta entre consumo y tiempo de ocio. Menores salarios implican un menor consumo posible ante las mismas horas trabajadas que una persona en la ciudad, sin embargo la sustitución permite obtener consumo directamente por otras vías. Estas alternativas yacen en las actividades del hogar, y en alguna media en cubrir las necesidades. Adicionalmente, la asignación a satisfacer las necesidades es mayor que en las ciudades, como es capturado por los índices de desarrollo y marginación empleados actualmente por las autoridades Mexicanas.

Ante la posibilidad de que en realidad el presente modelo no capture adecuadamente los cambios en los precios relativos, y por tanto invalide la premisa de las distintas preferencias entre la población rural y urbana, agregamos un análisis alternativo en los anexos, bajo el supuesto de preferencias iguales. El resultado de dicho análisis, fortalece el supuesto de que parte de las diferencias observadas en la asignación del tiempo corresponde a otros factores más allá de los precios relativos. Y por tanto, este trabajo muestra resultados complementarios a los supuestos usuales sobre preferencias iguales.

Bibliografía

De La Torre, R. (2006). El índice de desarrollo humano y la asignación del gasto público por entidad federativa en México. In López-Calva, L.F.& Szekely, M. (Ed.) *Medición del desarrollo humano en México* (pp. 414- 442). México: Fondo de Cultura Económica.

López-Calva, L.F.& Szekely, M. (2006). *Medición del desarrollo humano en México*. México: Fondo de Cultura Económica.

Nussbaum, M.C. & Sen, A. (Ed.) . (1998). *La calidad de vida.* México: Fondo de Cultura Económica.

Chiappori, P.A. (1992). Collective labor supply and welfare, *Journal of Political Economy*, 100, 437-467.

Keane, M.P. & Wolpin, K. I. (1994). The solution and estimation of discrete choice dynamic programming models by simulation and interpolation: Monte Carlo Evidence, *Federal Reserve Bank of Minneapolis.* Research Department Staff Report 181.

Lucas Jr, R.E. & Moll, B. (2011). Knowledge growth and the allocation of time.

Rogerson, R. (2007). Taxation and market work: is Scandinavia an outlier?

Gronau,R. (1977). Leisure, Home Production, and Work—the Theory of Allocation of Time Revisited, *The Journal of Political Economy*. 85, 1099-1124.

Becker, G. (1965). A Theory of the Allocation of Time, *The Economic Journal.*75, 493-517.

Klevmarken, N. (1998). Microeconomic analysis of time-use data. Did we reach the promised land?

Anexos

Otra justificación para asumir diferencia en preferencias

Replicando el modelo multisectorial de Richard Rogerson en su paper Taxation and market work: Is Scandinavia an outlier?, verificamos las condiciones necesarias para que la diferencia en asignaciones no se deba a cambios en las preferencias. El problema de hogar representativo es:

$$\max_{c,x_h,t_l,t_h} \alpha_c log(c) + \alpha_h log(x_h) + \frac{(1-\alpha_c-\alpha_h)}{(1-\gamma)}(1-t_l-t_h)^{1-\gamma}$$

$$s.t.\;\; c + y_h = (1-\tau)t_l$$

$${x_h}^\rho = \alpha(\sigma y_h)^\rho + (1-\alpha){t_h}^\rho$$

Al igual que en el modelo, se considera una solución interior, resultando en las siguientes condiciones de primer orden:

$$\frac{\alpha_c(1-\tau)}{c} = (1-\alpha_c-\alpha_h)(1-t_l-t_h)^{-\gamma}$$

$$\frac{\alpha_h}{\alpha(\sigma y_h)^\rho + (1-\alpha){t_h}^\rho} = (1-\alpha_c-\alpha_h)(1-t_l-t_h)^{-\gamma}$$

$$\frac{\alpha_c}{c} = \frac{\alpha_h \alpha \sigma^\rho {y_h}^{\rho-1}}{\alpha(\sigma y_h)^\rho + (1-\alpha){t_h}^\rho}$$

Dado que el objetivo es verificar las diferentes asignaciones nos enfocaremos al caso extremo, grandes ciudades y poblaciones rurales. Primero calibraremos los parámetros $\alpha, \alpha_{c,} \alpha_h$, empleando los datos de las ciudades grandes. Tomando el valor de los demás parámetros tal y como lo hizo Richard Rogerson: $\rho = 0.8, \gamma = 1$.

Para el caso de las grandes ciudades, consideraremos $\tau = 0$ y $\sigma = 1$. Esto para normalizar los resultados en función de las grandes ciudades. Así mismo consideraremos el promedio en las grandes ciudades de los tiempos asignados, el consumo y el consumo de bienes para el hogar.

Tras la calibración, el equilibrio en las grandes ciudades se obtiene con los valores:

$\alpha = 1.9797, \alpha_c = 0.9705, \alpha_h = 0.0261$.

Ahora, tomando las mismas funciones de utilidad para la población rural, permitimos variación en τ, σ. Estimando los valores que en equilibrio lleven a que las asignaciones observadas empaten. Estos valores de equilibrio son: $\tau = 0.5206, \sigma = 1.8901$.

Sin embargo, en los datos observamos que los salario en grandes ciudades = 19.712, mientras que el salario en las zonas rurales es 13.56, esto es equivalente a $\hat{\tau} = 0.31$. Mientras que $\sigma = 1.8901$, nos lleva a considerar que los inputs del hogar rurales son más eficientes que los inputs del hogar urbanos, esto nos lleva a creer que el consumo de inputs del hogar en las poblaciones rurales debe ser cercano al 52.9% que el consumo en las grandes ciudades. Sin embargo, el consumo de inputs para el hogar en las grandes ciudades es de 30.41, mientras que en la zona rural es de 22.14, esto es un 72.8%. Equivalente a $\hat{\sigma} = 1.3735$

En ambos casos los parámetros observados son menores a los parámetros necesarios. Por tanto la hipótesis de preferencias iguales parece no ser suficiente para explicar la diferencia en las asignaciones de las grandes ciudades y las poblaciones rurales, aun cuando incluimos en el modelo la calidad del hogar de forma explicita. Por esto, se fortalece el modelo desarrollado en este trabajo, donde las preferencias puede variar, mientras que se los precios relativos también cambian conforme al estrato.