



CENTRO DE INVESTIGACIÓN  
Y DOCENCIA ECONÓMICAS

MAESTRÍA EN ECONOMÍA

---

**Penetración y regulación de precios de  
acceso en el mercado de  
telecomunicaciones**

---

*Autor:*

Edgar Manzano

*Asesor:*

Alexander Elbittar

13 de junio de 2014

# Agradecimientos

Agradezco a todos, en especial a mis padres.

# Índice general

<b>1. Antecedentes</b>	<b>6</b>
1.1. La industria de las telecomunicaciones . . . . .	7
1.1.1. Formas de regulación . . . . .	8
1.2. Literatura previa . . . . .	8
1.2.1. Precios de acceso . . . . .	9
1.3. Efecto cama de agua . . . . .	11
<b>2. Fundamentos teóricos</b>	<b>12</b>
2.1. Descripción del modelo . . . . .	12
2.1.1. Externalidad de red . . . . .	16
2.1.2. Excedente del consumidor . . . . .	17
2.1.3. Beneficios . . . . .	20
2.2. Bienestar social . . . . .	20

2.3. Equilibrio en competencia . . . . .	22
<b>3. Experimentos numéricos</b>	<b>27</b>
3.1. Calibración . . . . .	28
3.1.1. Indicadores de resultados . . . . .	31
3.2. Variación en las tarifas de interconexión. . . . .	33
3.2.1. Incremento de tarifas de interconexión . . . . .	33
3.2.2. Incremento asimétrico de tarifas de interconexión . . . . .	37
3.2.3. Reducción de tarifas de interconexión . . . . .	39
3.2.4. Reducción asimétrica de tarifas de interconexión . . . . .	41
3.2.5. Impacto en el bienestar social . . . . .	43
3.3. Otras formas de regulación asimétrica . . . . .	45
<b>4. Discusión y conclusiones</b>	<b>48</b>
<b>A. Apéndice matemático</b>	<b>51</b>
A.1. Definiciones . . . . .	51
A.2. Demostraciones . . . . .	52
Referencias . . . . .	57

# Índice de cuadros

3.1. Especificación de los experimentos numéricos . . . . .	27
3.2. Parámetros utilizados en las simulaciones numéricas . . . . .	30
3.3. Otros esquemas de regulación asimétrica . . . . .	46

# Índice de figuras

2.1. Posición del consumidor en la línea de Hotelling. . . . .	14
2.2. Interpretación del costo de transportación. . . . .	18
3.1. Tarifas y flujos de llamadas. Incremento de tarifas de interconexión. . . . .	34
3.2. Porciones de mercado y bienestar. Incremento de tarifas de interconexión.	35
3.3. Ejemplo de no monotonía. . . . .	36
3.4. Tarifas y flujos de llamadas. Incremento asimétrico de tarifas de interconexión. . . . .	37
3.5. Porciones de mercado y bienestar. Incremento asimétrico de tarifas de interconexión. . . . .	38
3.6. Tarifas y flujos de llamadas. Reducción de tarifas de interconexión. . . . .	40
3.7. Porciones de mercado y bienestar. Reducción de tarifas de interconexión. .	41
3.8. Tarifas y flujos de llamadas. Reducción asimétrica de tarifas de interconexión.	42

3.9. Porciones de mercado y bienestar. Reducción asimétrica de tarifas de inter- conexión. . . . .	43
3.10. Cambios en el bienestar social debido a diversas políticas regulatorias en las tarifas de interconexión. . . . .	44

# Introducción

El mercado de telecomunicaciones en México se caracteriza por una alta concentración y por ofrecer altas tarifas a los consumidores. Un sólo grupo económico acapara la industria: controla el 80 % del mercado de telefonía fija y el 70 % en telefonía móvil. Además, las tarifas al consumidor se encuentran entre las más altas de los 34 países miembros de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico. En cuanto a penetración en telefonía fija, móvil y banda ancha, se coloca en las posiciones 34<sup>a</sup>, 33<sup>a</sup> y 32<sup>a</sup>, respectivamente, entre estos 34 países (OECD, 2012).

La falta de competencia provoca un severo daño al bienestar. Se estima que los consumidores mexicanos sufren una pérdida de bienestar equivalente al 1.8 % del producto interno bruto del país: 0.9 % por los consumidores que pagan altas tarifas y 0.9 % por aquellos que no pueden pagar el servicio (Stryzowska, 2012). En la industria de telecomunicaciones, los proveedores del servicio disponen de la infraestructura necesaria para hacer llegar las llamadas al consumidor final. Cuando otro operador desea usar dichas instalaciones para entregar una llamada que inició en su red, realiza un pago al operador de la red final. Esta tarifa es conocida como *precio de acceso* y es el principal instrumento



regulatorio que se estudia en este trabajo.

A pesar de que existe abundante literatura sobre regulación de precios de venta y regulación de precios de acceso en este mercado, todos los modelos asumen una penetración del mercado completa. Es decir, se restringe la decisión del consumidor a suscribirse a un proveedor u otro, lo cual descarta la posibilidad de que elija no contratar servicio alguno. Además, dichos estudios ignoran por completo la posibilidad de regular a los operadores de forma asimétrica.

El principal problema que aborda este trabajo es encontrar el mejor esquema regulatorio dada la estructura de precios, porciones de mercado e instrumentos disponibles (como la regulación asimétrica) en un país como México, sin dejar de lado el efecto en el bienestar originado por el cambio en la penetración total. Aunque el estudio se concentra específicamente en el mercado de la telefonía móvil, los resultados pueden ser aplicados también en telefonía fija y sistemas bancarios o en cualquier otro mercado donde exista un mecanismo de interconexión entre las redes.

La cualidad que caracteriza a los mercados de telecomunicaciones es la existencia de múltiples y fuertes efectos de red. En estos mercados, los individuos consideran el tamaño de red de los operadores para tomar sus decisiones de consumo. Aunado a esto, los proveedores típicamente ofrecen tarifas de dos partes y discriminan los precios de llamada según termine en su propia red o en otra. Estas características provocan que en algunos casos, como éste, el estudio sea analíticamente intratable, lo que obliga al uso de métodos numéricos .

Existen diversas maneras de pagar una llamada. Puede pagar quien la origina (“el que

llama paga”), quien la recibe (“el que recibe paga”) o una mezcla de ambas. El objetivo de esta investigación no es involucrarse en el debate de quién debe pagar, por lo que el análisis se limitará al esquema que impera en México.

modelo estándar para el análisis de precios de acceso fue introducido por J.-J. Laffont, Rey, y Tirole (1998a, 1998b). En él, los consumidores poseen una función de utilidad iso-elástica y eligen pertenecer a la red de uno de los dos proveedores simétricos. Estos últimos compiten con una tarifa compuesta por una parte que depende del número de llamadas que el cliente realiza y otra que no. Además los operadores discriminan precios por terminación de la llamada. Entre los resultados sobresalientes, y que perduran en el resto de literatura, se encuentra que la discriminación de precios intensifica la competencia y que los operadores fijan el precio de llamada por minuto al costo marginal percibido.

Jeon, Laffont, y Tirole (2004) diseñan una teoría para analizar la modalidad de “el que recibe paga” e introdujeron en el modelo estándar la posibilidad de que el consumidor goce de utilidad por recibir llamadas. Uno de los resultados importantes es que las firmas generan incentivos muy fuertes para interrumpir la conectividad cuando el usuario disfruta tanto o más recibir llamadas que realizarlas.

Peitz (2005a, 2005b) añadió un componente de asimetría al modelo de J.-J. Laffont y cols. (1998a, 1998b), el componente es originado por diferencias de reputación y calidad de servicio entre los operadores. Así Peitz estudió la regulación asimétrica y argumentó que el aumento del precio de acceso del entrante mejora el bienestar para este operador y los consumidores. Asimismo, el aumento del precio de acceso del entrante ayuda a éste a ganar presencia en el mercado con mayor rapidez que en un esquema de precio de acceso igual a costo marginal.

Berger (2005) analizó el esquema de *Bill and Keep*, en el que se establece un precio de acceso igual a cero para todos los competidores. De acuerdo con su trabajo, este esquema es mejor que el de precio de acceso igual a costo marginal cuando se considera la externalidad por recepción de llamadas.

Una de las aportaciones del presente estudio es que los cambios en el mercado originados por la variación de precios de acceso no son necesariamente monótonos. Los esquemas que mejor cumplen con el objetivo de incrementar la penetración de mercado y con ello el bienestar de los consumidores son de naturaleza asimétrica. Los esquemas de regulación por precio de acceso son socialmente preferibles que otros como la prohibición de discriminación de precios y la fijación directa de precios de venta, ambos asimétricos

En el primer capítulo de este trabajo, se describe brevemente la estructura del mercado de telecomunicaciones y se revisa a grandes rasgos el contexto de México. En el segundo capítulo, se expone el modelo teórico y se discuten las diferencias analíticas con los estudios previos. En el tercer capítulo, se calibra el modelo para el caso de México y se realizan varios experimentos numéricos sobre dos esquemas regulatorios: regulación de precios de acceso simétrica y asimétrica. En el cuarto capítulo, se discuten los resultados y el alcance del modelo y se presentan las conclusiones.

## Antecedentes

A diferencia del mercado de telefonía fija en México, que fue liberalizado hasta 1990 para convertirse en un monopolio regulado, en telefonía móvil existe competencia desde 1987. No obstante, el desempeño de ambos mercados no ha sido distinto. El sector se encuentra altamente concentrado pues el operador dominante controla aproximadamente el 70%<sup>1</sup> de las suscripciones. También, la penetración total del mercado es baja (a lo más del 78%) en comparación con la de países similares, como Venezuela donde es del 98% o Ecuador que registra el 97% (OECD, 2012).

En un principio, el sistema adoptado de cobro a suscriptores era el “el que recibe paga”. En 1997, se introdujo la modalidad “el que llama paga”, lo cual tuvo un importante impacto en la penetración de mercado (Judith Mariscal y United Nations, 2007). El hecho de que las llamadas sólo fuesen cobradas al originarlas causó que muchos individuos con baja demanda de llamadas se conectaran para tener la oportunidad de recibirlas.

---

<sup>1</sup>Muchos suscriptores poseen más de una línea de telefonía móvil, por ello no es posible calcular de manera precisa el número de usuario que se encuentran conectados. Esta estimación está basada en el reporte del IFT para el año 2011.

## **1.1. La industria de las telecomunicaciones**

El mercado de telecomunicaciones pertenece a una clase de industrias conocidas como economías de red. Este tipo de economías poseen las siguientes características (Shy, 2001):

- Externalidades de red.
- Fuertes economías de escala.
- Costos de sustitución.
- Compatibilidad y estándares.

Los usuarios del servicio toman en cuenta el uso de red de otros clientes para establecer su propio nivel de consumo, esto se denomina externalidades de red. En otras palabras, mientras más grande es una red, ésta resulta más atractiva para los usuarios pues pueden comunicarse con un mayor número de personas.

La presencia de fuertes economías de escala es una característica de la infraestructura en telecomunicaciones. Por un lado, se requiere una gran inversión inicial y por otro lado, una vez establecida la infraestructura, el costo por dar el servicio a cada usuario es relativamente despreciable.

En estas economías, los usuarios incurren en un costo por cambiar de proveedor. El costo puede ser material (por ejemplo, realizar un nuevo contrato) o inmaterial (por ejemplo, el tiempo que toma informarse del servicio que ofrecen otros proveedores). Debido a que mientras más grande es la red, ésta se hace más atractiva para los usuarios,

los proveedores poseen incentivos para mantener protocolos compatibles y terminar el tráfico telefónico en una red distinta a la de origen (Katz y Shapiro, 1985). En el presente estudio, se ignora esta última característica puesto que se considera que el mercado con redes compatibles está dado.

### **1.1.1. Formas de regulación**

Tal vez la forma mas drástica de fomentar la competencia en el mercado de telecomunicaciones es la desintegración, como la que FCC aplicó sobre AT&T en 1984 en los Estados Unidos. Otros instrumentos, no tan tajantes, se basan en el control de algún precio. Por ejemplo, la fijación de precios tope para la venta al menudeo, la prohibición de discriminación de precios o la fijación del precio de acceso. Este estudio pone especial atención en la fijación del precio de acceso.

## **1.2. Literatura previa**

J. Laffont y Tirole (2001) describieron detalladamente tres tipos de costos y llamadas en el mercado de telecomunicaciones. Su clasificación se mantiene en el resto de la literatura. Los operadores del mercado de telecomunicaciones encaran un costo fijo que es independiente del número de suscriptores y del tráfico de llamadas; un costo variable respecto al número de clientes, pero fijo respecto al tráfico de la red; por último, un costo variable dependiente del tráfico de llamadas.

Existen tres clases de llamadas: llamadas *on-net* son aquellas que se originan y termi-

nan en la misma red; llamadas *off-net* son las que se originan en la red de determinado proveedor y terminan en una red distinta; finalmente, las llamadas entrantes son las que se originan en una red externa y terminan en la red de determinado proveedor.

### **1.2.1. Precios de acceso**

En un inicio, el término precio de acceso se refería a una situación sustancialmente diferente a la concierne este trabajo. Algunas industrias (como la ferroviaria, la eléctrica y la de transportación aérea) necesitan de un bien primario (red ferroviaria, red eléctrica o aeropuerto) que se encuentra mantenido por un monopolio natural, para luego, hacer uso de dicho primer bien y competir en un mercado secundario (transporte férreo, energía o transporte aéreo). De este modo, el mercado del bien secundario es competitivo y posiblemente el monopolio natural que controla la red también lo sea. Por ello, para que las firmas contribuyan al mantenimiento de la infraestructura y el monopolio no abuse e intente sacarlas del mercado, es necesario fijar una cuota conocida como precio de acceso. J.-J. Laffont y Tirole (1994) estudiaron el precio de acceso en este contexto y describieron un mecanismo para revelar el nivel de eficiencia del monopolio y fijar un precio de acceso óptimo.

El precio de acceso al que nos referimos en telecomunicaciones es conocido técnicamente como precio de acceso de dos direcciones. Esto es debido a que en vez de que una sola empresa administre el bien esencial y mientras que otras solo requieren usarlo; son varias las firmas que poseen el bien esencial: una red local y/o troncal, donde participan como monopolios administradores, es por ello que las empresas desean estar

interconectadas y para que esta interconexión tenga lugar, hace falta un precio de acceso. Armstrong (1998) explicó muy bien la relación entre estos tipos de precios de acceso y señaló que el precio de acceso de dos direcciones adquirió mayor relevancia que el de una sola dirección debido a la liberación de las telecomunicaciones en los años noventas.

Sin duda, dos de los artículos que son referencia obligada sobre el precio de acceso en telecomunicaciones son J.-J. Laffont y cols. (1998b, 1998a). En el primero, los autores revisaron el caso en que los operadores no ejercen discriminación de precios. En el segundo, se revisó el caso en que sí existe discriminación. Para facilitar el análisis usaron una función de utilidad iso-elástica. Sin embargo, esta estrategia implicó una limitación: su análisis se restringió a demandas elásticas. Se estudiaron solamente demandas en las que el cambio de un punto porcentual en el precio origina un cambio de más de un punto porcentual en la demanda, un comportamiento que no se observa en los datos.

El primero de estos artículos arrojó que ante un esquema de precios de acceso recíproco, sólo el operador con la red mas grande obtiene beneficios positivos. Asimismo, se observó que cuando los operadores se aproximan a ser sustitutos perfectos, los precios al menudeo se aproximan a los óptimos sociales. Si los operadores cuentan con discriminación de precios, se origina en el mercado una externalidad de red adicional puesto que los operadores tienden a cobrar tarifas más altas por las llamadas off-net que por las on-net. Como consecuencia, los usuarios prefieren el operador con la red mas amplia. La discriminación de precios es socialmente costosa, ésta no debería existir en el óptimo de Ramsey. A pesar de ello, apuntaron un par de razones por las que no se debería prohibir la discriminación de precios: cuando se trata con operadores débilmente sustituibles, el bienestar es mayor con discriminación de precios y, la competencia es mas intensa con



precios diferenciados.

La mayor parte de los artículos relacionados hacen el supuesto de tráfico balanceado: ante un esquema de precios iguales *on-net* y *off-net* para todos los operadores, el tráfico de llamadas entrantes y salientes es el mismo para determinada red sin importar su proporción de mercado. Este es un supuesto muy fuerte dado que en la realidad un operador podría especializarse en acaparar clientes (como las pizzerías) con alta demanda de llamadas entrantes. Armstrong (2004) relajó este supuesto y, como resultado principal, obtuvo que la regulación de precios de acceso óptima es *Bill & Keep*, la cual exige que los operadores no cobren el uso de su red y que a cambio reciban un trato igual.

### **1.3. Efecto cama de agua**

Se denomina al comúnmente “efecto cama de agua” (*waterbed effect*) a la respuesta a la disminución del bienestar que sufren los consumidores al reducirse las tarifas de interconexión (Genakos y Valletti, 2011). La intuición es la siguiente: cuando se disminuye la tarifa de interconexión, “artificialmente” también disminuyen los precios de llamada por minuto, lo cual aumenta la utilidad que los consumidores obtienen por contratar el servicio de telefonía móvil. Desde la perspectiva de los operadores, es un desplazamiento positivo en la demanda, por lo que tienen incentivos para incrementar su tarifa fija. No obstante, el resultado de la suma de estos dos fenómenos, la disminución del precio de llamada por minuto y el aumento en la tarifa fija, es ambiguo y sólo se resuelve para condiciones específicas de calibración.

## Fundamentos teóricos

En este capítulo se describe el modelo utilizado en el Capítulo 3 para realizar simulaciones numéricas. Del mismo modo se exhiben algunos resultados teóricos que sostienen la confiabilidad de los experimentos realizados, entre ellos destaca una prueba que garantiza la unicidad de equilibrios.

### 2.1. Descripción del modelo

El modelo es una variante del que Hoernig (2009) expone, y puede interpretarse como una generalización del modelo de J.-J. Laffont y cols. (1998b, 1998a) y Peitz (2005a, 2005b).

Se tiene una masa de individuos igual a 1;  $n - 1$  operadores, cada uno con una porción del mercado  $\alpha_i$  y además un segmento de individuos que elige no contratar ningún operador  $\alpha_1$ , de este modo se denota con  $N = \{2, 3, \dots, n\}$  al conjunto de operadores en la industria.

Si un individuo pertenece a la red del proveedor  $i$  entonces gozará utilidad por realizar

llamadas hacia la red  $j$ ,  $u(q_{ij})$  que es una función estrictamente creciente y cóncava, con un precio de llamada por minuto  $p_{ij}$ . De este modo su función de utilidad indirecta es  $v(p_{ij}) = \max_{q_{ij}} \{u(q_{ij}) - p_{ij}q_{ij}\}$ ,  $v'(p_{ij}) = -q_{ij}$ . Recibe utilidad por recibir llamadas de otros usuarios  $\gamma u(q_{ji})$ , donde  $\gamma \in [0, 1)$  es un factor de descuento y realiza un pago fijo  $F_i$ . Asumiendo que se tiene un patrón de llamas balanceado, es decir, que la probabilidad de que el consumidor llame a un usuario de la red  $j$  es igual al tamaño de esa proporción de mercado, el total de utilidad que disfruta por realizar y recibir llamadas es:

$$w_i = \sum_{j \in N} \alpha_j (v(p_{ij}) + \gamma u(q_{ji})) - F_i$$

Además de la utilidad que el consumidor derivada del tráfico de llamadas, recibe un beneficio  $A_i$  debido a la calidad, reputación y facilidades de servicio que ofrece el operador  $i$ , no se impondrá ninguna restricción con este respecto a la red 1 de individuos sin servicio; de este modo, si la diferencia  $A_i - A_1$  es negativa, ésta representará los costos económicos por contratar el proveedor  $i$ , por ejemplo el tiempo que le toma informarse y transportarse a la sucursal del operador a realizar el contrato. En el momento en que tiene que escoger alguna de las redes (incluyendo la red 1) cada consumidor tiene una propensión nata a elegir alguna de ellas, esto se modela mediante una línea de Hotelling entre cada uno de los proveedores. De este modo, todas las redes están interconectadas a través de  $\frac{n(n-1)}{2}$  líneas de Hotelling, cada una de tamaño  $\frac{2}{n(n-1)}$  para mantener la masa de individuos sea igual a uno.

El *tipo* de preferencias ( $x$ ) de cada consumidor se localiza entre cada una de estas líneas, como se muestra en la Figura 2.1. La distancia entre su tipo y la posición del

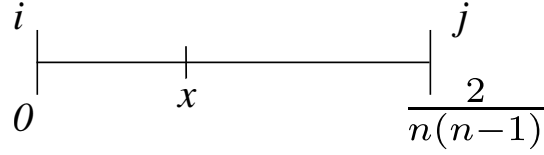


Figura 2.1: Posición del consumidor en la línea de Hotelling.

operador multiplicado por un costo de transportación  $t = \frac{1}{2\sigma}$ , representa la penalización que sufre el usuario por contratar un proveedor que no es su preferido o bien encarar diversas barreras operativas para adquirir el servicio (en la Sección 2.1.2 se discute con mayor precisión esta interpretación). De este modo, el beneficio total que reciben los consumidores por estar conectado a la red  $i$  es  $w_i + 2tA_i - t|\ell_i - x|$ , donde  $\ell_i$  es la posición del proveedor  $i$ .

Sea  $h$  la matriz con entradas  $h_{i-1,j-1} = v(p_{ij}) + \gamma u(q_{ji})$ ,  $F$  un vector columna con las cuotas fijas de los  $n - 1$  operadores y  $\alpha$  el vector con la proporciones del mercado. Entonces el vector de utilidades por realizar llamadas se puede expresar

$$\hat{w} = \hat{h}\alpha - \hat{F} \quad (2.1)$$

Donde

$$\hat{h} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0}' \\ \mathbf{0} & h \end{pmatrix} \quad \hat{F} = \begin{bmatrix} 0 \\ F \end{bmatrix}$$

El consumidor que se encuentra indiferente al elegir entre las redes  $i$  y  $j$  se caracteriza por

$$w_i + 2tA_i - t_{ij} = w_j + 2tA_j - t \left( \frac{2}{n(n-1)} - x_{ij} \right)$$

$$x_{ij} = \frac{1}{n(n-1)} + A_i - A_j + \sigma(w_i - w_j) \quad (2.2)$$

entonces el segmento de usuarios que prefiere no contratar el servicio que contratar al operador  $j$  es

$$x_{1j} = \frac{1}{n(n-1)} + A_1 - A_j - \sigma w_j$$

A partir de la ecuación (2.2) se suma sobre todos los los segmentos en los que interviene el operador  $i$  y se obtiene su participación del mercado

$$\alpha_i = \frac{1}{n} + (n-1)A_i - \sum_{i \neq j} A_j + \sigma \left( (n-1)w_i - \sum_{j \neq i, j \neq 1} w_j \right) \quad (2.3)$$

y en notación matricial

$$\alpha = \alpha_0 + B(A + \sigma \hat{w}) \quad (2.4)$$

donde  $\alpha_0$  es un vector columna con el valor  $\frac{1}{n}$  en todas sus entradas y  $B$  es un vector con  $n-1$  en la diagonal y  $-1$  en el resto de sus entradas.

Sustituyendo el vector  $\hat{w}$  (2.1) en la ecuación anterior se obtiene

$$\alpha = \alpha_0 + B(A + \sigma \hat{w})$$

$$\alpha = \alpha_0 + B(A + \sigma(\hat{h}\alpha - \hat{F}))$$

$$(I - \sigma B \hat{h})\alpha = \alpha_0 + B(A - \sigma \hat{F})$$

Finalmente, obtenemos una expresión para las porciones de mercado, dados los precios.

$$\alpha = (I - \sigma B \hat{h})^{-1}(\alpha_0 + B(A - \sigma \hat{F})) \quad (2.5)$$

### 2.1.1. Externalidad de red

Un bien de red es tal que los beneficios de su consumo aumentan cuando aumenta el número de individuos que lo consume (Klemperer, 2008).

$$w_i = \sum_{j \in N} \underbrace{\alpha_j}_{(a)} \left( v(\underbrace{p_{ij}}_{(b)}) + \gamma u(\underbrace{q_{ji}}_{(c)}) \right) - F_i$$

De esta manera podemos encontrar diversos efectos de red en la función de utilidad del modelo descrito:

- (a) Explícitamente, la utilidad que los consumidores obtienen por realizar llamadas depende positivamente del porcentaje de consumidores que adopta el servicio.
- (b) En el modelo se permite que los operadores realicen discriminación de precios por terminación de llamada. Como se verá mas adelante, los precios *off-net* dependen

de las cuotas de mercado, es decir, del número de consumidores que se suscriben a su red.

- (c) Por si fuera poco, cuando  $\gamma > 0$ , los consumidores obtienen utilidad por las llamadas que reciben, la intensidad de ésta depende de la demanda de llamadas entrantes a su red y del tamaño de la red donde se originan las llamadas.

La especificación de este modelo replica muy bien el tipo de fenómenos que acontecen en este tipo economía; no obstante, la existencia de estos múltiples efectos de red provoca que el cálculo del equilibrio en competencia sea sumamente complicado, asequible solo por medio de métodos numéricos.

### **2.1.2. Excedente del consumidor**

El excedente del consumidor tiene tres componentes, la utilidad generada por el tráfico de llamadas menos el pago de la tarifa fija, la calidad y reputación que ofrece el operador y el costo de transportación. Este ultimo aspecto merece atención especial en este modelo; comúnmente se le interpreta como una pérdida de utilidad que el consumidor sufre por suscribirse con un proveedor que originalmente no era su preferido. En esta ocasión, esta interpretación sólo es válida parcialmente.

Tome como ejemplo el caso en el que existen dos operadores compitiendo, por lo que existen tres porciones de mercado: dos con la participación de cada firma y una para representar los consumidores que prefieren no contratar ningún proveedor.

En la Figura 2.2 las esquinas representan las opciones,  $P_1$  y  $P_2$  son los operadores 1 y 2, respectivamente, y la esquina  $O$  representa la opción de mantenerse sin operador. De esta

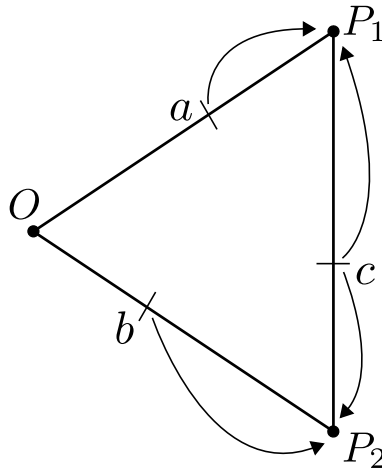


Figura 2.2: Interpretación del costo de transportación.

forma, los consumidores que se encuentran en la línea  $\overline{P_1P_2}$  escogen entre el operador uno y el operador dos, mientras más cerca se encuentren de la esquina de determinado operador, mas propensos son, inicialmente, a contratar este operador. Los puntos  $a$ ,  $b$ , representan a los consumidores indiferentes; de este modo, la suma de los segmentos  $\overline{bO}$  y  $\overline{Oa}$  representa la porción residual del mercado, que no contrata ningún operador,  $\overline{aP_1c}$  y  $\overline{bP_2c}$  representan las porciones del operador 1 y 2, respectivamente. Si un consumidor se encuentra en la línea  $\overline{P_1P_2}$ , mientras más cerca se encuentre del punto  $P_1$  más preferirá al operador 1 sobre el 2 debido a su poder de marca, calidad y facilidades. Por lo tanto, si este usuario que inicialmente contaba con una alta *afinidad* a contratar el operador 1 pero los altos precios que este ofrecen lo obligan a elegir el otro operador, entonces sufre una pérdida de felicidad por no contratar la firma que inicialmente era su preferida. Esta pérdida de utilidad cuenta como costo de transportación en el excedente del consumidor.

Por otro lado, el costo de transportación cambia de significado para los consumidores que se encuentran en las líneas  $\overline{OP_1}$  y  $\overline{OP_2}$ , ellos enfrentan la prerrogativa de contratar determinado operador o mantenerse sin el servicio, por lo que el costo de transportación



de, digamos, el punto  $a$  al proveedor  $P_1$  es el costo que el consumidor allí situado enfrenta por informarse de los servicios del proveedor y encarar diversos obstáculos operativos para obtener el contrato. Esta es una labor que todos los usuarios realizan en algún momento para obtener el servicio, los usuarios que se encuentran en la línea  $\overline{P_1 P_2}$  ya incurrieron previamente en este costo. Por esta razón, el costo de transportación de los consumidores que recién entran al mercado en realidad es un costo hundido y por ello no se toma en cuenta en el excedente del consumidor.

Finalmente, definimos el excedente del consumidor como la integral de la utilidad de cada consumidor derivada del tráfico de llamadas y su respectivo precio  $w(z)$ , así como el poder de marca del operador que contrata  $A(z)$  y su costo de transportación  $t(z)$  (ignorando el de los consumidores que recién entran al mercado) sobre la masa total de individuos.

$$\begin{aligned}
S &= \int_0^1 w(z) + 2t(z)A(z) - t(z) dz \\
&= \sum_{i=1}^n \left[ \alpha_i (w_i + 2tA_i) - \sum_{\substack{i,j \in \{1, \dots, n\} \\ j \neq i}} \int_0^{x_{ij}} t z dz \right] \\
&= \sum_{i=1}^n \left[ \alpha_i \left( w_i + \frac{A_i}{\sigma} \right) - \frac{1}{2\sigma} \sum_{\substack{i \in \{1, \dots, n\} \\ j \in N, j \neq i}} x_{ij}^2 \right] \\
&= \alpha' \left( \hat{h}\alpha - \hat{F} + \frac{1}{\sigma} A \right) - \frac{1}{2\sigma} \sum_{\substack{i \in \{1, \dots, n\} \\ j \in N, j \neq i}} x_{ij}^2 \tag{2.6}
\end{aligned}$$

### 2.1.3. Beneficios

Las firmas incurren en un costo independiente del tráfico de red por suscriptor  $f_i$ , así como costos de origen de llamada ( $c_{oi}$ ) y de terminación ( $c_{ti}$ ), por lo que una llamada *on-net* del operador  $i$  tiene un costo  $c_i = c_{oi} + c_{ti}$ . El cargo por acceso de red es  $a_i$ , de este modo, una llamada *off-net* que terminan en la red  $j$  es  $c_{ij} = c_{oi} + a_j$ . Los beneficios por operador son

$$\pi_i = \alpha_i \left( \sum_{j \in N} \alpha_j R_{ij} + F_i - f_j \right), \quad (2.7)$$

recuerde que la red 1 representa a los usuarios que no contratan proveedor.  $R_{ij} = (p_{ij} - c_{oi} - a_j)q_{ij} + (a_i - c_{ti})q_{ji}$ , son los beneficios originados por el tráfico entre las redes  $i$  y  $j$ . Sea  $R_i$  el renglón con entradas  $R_{ij}$ , y  $(R_i)_1 = 0$ , entonces podemos representar los beneficios en forma matricial:

$$\pi_i = \alpha_i (R_i \alpha + F_i - f_j), \quad (2.8)$$

## 2.2. Bienestar social

El dictador benevolente busca maximizar el bienestar social, la suma del excedente del consumidor y los beneficios de los operadores.

$$\begin{aligned}
W &= S + \sum_{i \in N} \pi_i \\
&= \alpha' \left( (R+h) + \frac{A}{\sigma} - f \right) \alpha - \frac{1}{4\sigma} \sum_{\substack{i \in \{1, \dots, n\} \\ j \in N, j \neq i}} x_{ij}^2
\end{aligned} \tag{2.9}$$

De esta forma se obtiene el siguiente resultado

**Teorema 1.** *Los precios que maximizan el bienestar social (2.9) son*

$$p_{ij}^* = \frac{c_{oi} + c_{tj}}{1 + \gamma} \tag{2.10}$$

*Demostración.* De la expresión (2.9), sólo la parte

$$(R + \hat{h})\alpha = \sum_{i, j \in N} \alpha_i \alpha_j ((p_{ij} - c_{oi} - c_{tj})q_{ij} + v_{ij} + \gamma u_{ij})$$

depende del precio, por lo que la condición de primer orden es

$$q_{ij} + (p_{ij} - c_{oi} - c_{tj})q'_{ij} - q_{ij} + \gamma u'_{ij}q'_{ij} = 0$$

como se cumple  $u'_{ij} = p_{ij}$ , se sigue  $p_{ij}^* = \frac{c_{oi} + c_{tj}}{1 + \gamma}$

□

La expresión  $p_{ij}^* = \frac{c_{oi} + c_{tj}}{1 + \gamma}$  es la misma que Hoernig (2009) encuentra. Como los consumidores se benefician por realizar y recibir llamadas, el precio socialmente óptimo absorbe la externalidad de llamada para que los usuarios que inician la llamada, no se

inhiban en hacerlo y generen bienestar para quien la recibe.

### 2.3. Equilibrio en competencia

Como los operadores compiten fijando un vector de precio  $(\vec{p}_i, F_i)'$  en el espacio  $\mathbb{R}^n$ , usaremos la definición *Equilibrio de Nash diferencial* (Revise el apéndice A.1) para caracterizar el equilibrio. Como de demostrará mas adelante, este equilibrio es también un *Equilibrio de Nash diferencial global* y por ende un equilibrio de Nash. Dados los precios que el resto de los operadores ofrece, la firma  $i$  fija los suyos tal que se cumple

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial p_{ij}} = \frac{\partial \alpha}{\partial p_{ij}} (R_i \alpha + F_i - f_i) + \alpha_i \left( \frac{\partial R_i}{\partial p_{ij}} \alpha + R_i \frac{\partial \alpha}{\partial p_{ij}} \right) = 0 \quad \forall i, j \in N \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial F_i} = \frac{\partial \alpha_i}{\partial F_i} (R_i \alpha + F_i - f_i) + \alpha_i \left( R_i \frac{\partial \alpha}{\partial F_i} + 1 \right) = 0 \quad \forall i \in N \quad (2.12)$$

de la última expresión, hace falta determinar explícitamente el término  $\frac{\partial \alpha_k}{\partial p_{ij}}$  para encontrar el equilibrio en precios de los operadores.

Usando la identidad  $\frac{\partial A(x)^{-1}}{\partial x} = -A(x)^{-1} \frac{\partial A(x)}{\partial x} A(x)^{-1}$ , sobre  $\alpha_i$  en la Ecuación 2.4 obtenemos el cambio de la red  $i$  cuando el operador  $i \in N$  varía alguno de sus precios  $p_{ij}$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha}{\partial p_{ij}} &= (I - \sigma B \hat{h})^{-1} \left( \sigma B \frac{\partial \hat{h}}{\partial p_{ij}} \right) (I - \sigma B \hat{h})^{-1} (\alpha_0 + B(A - \sigma \hat{F})) \\ &= (I - \sigma B \hat{h})^{-1} \left( \sigma B \frac{\partial \hat{h}}{\partial p_{ij}} \right) \alpha \end{aligned} \quad (2.13)$$

donde

$$\frac{\partial \hat{h}}{\partial p_{ij}} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{\partial}{\partial p_{ij}} v + \gamma \frac{dq_{ij}}{dp_{ij}} \left( \frac{\partial}{\partial q_{ij}} u \right)' \end{pmatrix}$$

con  $\frac{\partial v}{\partial p_{ij}}$  una matriz  $(n-1) \times (n-1)$  con  $-q_{ij}$  en la entrada  $i-1, j-1$  y cero en el resto, y

$\frac{\partial}{\partial q_{ij}} u$  es una matriz  $(n-1) \times (n-1)$  con  $\frac{\partial}{\partial q_{ij}} u_{ij}$  en la entrada  $i-1, j-1$  y ceros en el resto.

De este modo, la Ecuación 2.11 determina los precios de llamada del operador  $i$ , donde la forma del cambio en porciones de mercado  $\partial \alpha_k / \partial p_{ij}$  es de la forma en que se encontró líneas arriba.

Mientras que en la parte fija

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_i}{\partial F_i} &= \frac{\partial \alpha_i}{\partial F_i} \left( \sum_{i \in N} \alpha_j R_{ij} + F_i - f_i \right) + \alpha_i \left( \sum_{i \in N} \frac{\partial \alpha_j}{\partial F_i} R_{ij} + 1 \right) \\ &= 0 \\ \Rightarrow F_i^* &= \left( f_i - \sum_{i \in N} \alpha_j R_{ij} \right) - \frac{\alpha_i}{\partial \alpha_i / \partial F_i} \left( \sum_{i \in N} \frac{\partial \alpha_j}{\partial F_i} R_{ij} + 1 \right) \end{aligned} \quad (2.14)$$

Donde  $\frac{\partial \alpha_j}{\partial F_i}$  se obtiene de la expresión (2.5).

El lector puede notar que las expresiones suficientes de equilibrio (2.11) y (2.14) son de naturaleza no lineal para la mayoría de los casos, el cálculo de los equilibrios se hace inasequible de manera analítica. No obstante, es posible encontrar algunas propiedades de dichos equilibrios, entre ellas su unicidad.

**Proposición 1.** *Para un costo de transportación  $t$  suficientemente grande, precios de acceso  $a_i$  cercanos al costo marginal  $c_{t,i}$  y una función de utilidad con imagen contenida en los*

reales positivos, se cumple la siguiente relación:

$$-\frac{\partial \alpha_i}{\partial F_i} > (n-1) \frac{\partial \alpha_i}{\partial F_k} \quad \forall i, j \in N, i \neq j$$

*Demostración.* Vea el Apéndice A.2. □

Cuando un operador incrementa su tarifa fija, pierde parte de su cuota de mercado y ésta se distribuye en el resto de las porciones. La Proposición 2 expresa que el cambio en la cuota de mercado de determinado operador  $i$ , por efecto del incremento de su tarifa fija, es al menos  $n - 1$  veces más intenso que el que es originado por una variación en la tarifa fija de cualquier otro operador, esta propiedad además resulta ser indispensable para probar la unicidad del equilibrio.

A continuación se presenta el resultado analítico clave de este estudio pues manifiesta las condiciones suficientes para que dado un *equilibrio de Nash diferencial local*, éste sea único.

**Teorema 2.** *Para una externalidad de red  $\gamma$  suficientemente pequeña, precios de acceso  $a_i$  cercanos al costo marginal  $c_{i_i}$  y una función de utilidad directa e indirecta con imagen contenida en los reales positivos se cumple la relación*

$$\frac{\partial F_i}{\partial F_k} = \varphi + \sum_{j \in N} \left( \varphi \frac{\partial \alpha_i}{\partial F_i} - \frac{\partial \alpha_j}{\partial F_k} \right) R_{ij} < \frac{1}{n-1} \quad \forall F \in \mathbb{R}_+^{n-1}, \quad i \in N \quad (2.15)$$

con ello, existe una única matriz  $V \in \mathcal{M}_{n \times (n-1)}$  cuyas columnas son punto crítico de la

función de beneficios de cada uno de los operadores  $\{\pi_2, \dots, \pi_n\}$ .

$$D\pi_i(V_i) = 0 \quad \forall \quad i \in N;$$

Además, en el punto crítico se cumple lo siguiente:

- $p_{ii} = \frac{c_{ii}}{1+\gamma}$
- $p_{iK} = \frac{\sum_{j \in K} c_{ij} \alpha_j}{\sum_{j \in K} \alpha_j^{-\gamma} \frac{\alpha_i^{|K|}}{n-1}}$

donde  $K$  representa un subconjunto de operadores  $K \subseteq N$

*Demostración.* Vea el Apéndice A. □

El lector debe notar que para  $\gamma > 0$  la expresión (2.15) depende de las porciones de mercado a través de los precios por minuto *off-net* por lo que no es útil para determinar si existirá un punto crítico único sólo a partir de los parámetros; no obstante, cuando se encuentra uno, esta expresión discrimina perfectamente su unicidad. Si las condiciones del Teorema 2 se cumplen, y además se cumple que cada función de beneficio evaluada en punto crítico  $V_i$  es cóncava ( $D^2\pi_i(V_i) < 0 \forall \quad i \in N$ ), entonces existe un único *equilibrio de Nash diferencial*.

Finalmente, esta es la rutina con que se calculan los equilibrios de Nash diferencial en el siguiente capítulo

1. Dados los parámetros del modelo, se busca numéricamente una matriz  $V$  cuyos vectores son puntos críticos de cada una de las funciones de beneficios<sup>1</sup>  $D\pi_i(V_i) =$

---

<sup>1</sup>El vector  $V_1$  se normaliza en cero  $\mathbf{0}$ .

**0**  $\forall i \in N$ .

2. Evalúa si se cumple la condición 2.15, si es así se puede asegurar que la matriz  $V$  es única.
3. Si se cumple lo anterior entonces se calcula numéricamente la matriz *Hessiana* de cada función  $\pi_i$  evaluada en  $V_i$ , si todas estas matrices son definidas negativas entonces se puede asegurar que el conjunto de columnas que integra la matriz  $V$  es un equilibrio de Nash diferencial único.



## Experimentos numéricos

En esta sección se exponen los resultados de diversos esquemas de regulación de precio de acceso; previo a ello se presenta la especificación de las funciones y parámetros que se usaron. Se realizaron cuatro experimentos basados en los precios de acceso: reducción e incremento de tarifas de interconexión, cada una con una especificación simétrica y asimétrica. Como un añadido, también se muestran los resultados de otros dos esquemas de regulación asimétrica directa sobre los precios de llamada. En el Cuadro 3.1 se resumen estos esquemas de regulación, el escenario de referencia para todos los experimentos es el de fijación de precios de interconexión en Costos Incrementales de Largo Plazo (CILP),

Cuadro 3.1  
*Especificación de los experimentos numéricos*

Esquema de regulación	Parámetros
(a) Costos incrementales de largo plazo	$a_2 = a_3 = 36$
(b) Incremento de tarifas de interconexión	$a_2 = a_3 \in [36, 64]$
(c) Incremento asimétrico de tarifas de interconexión	$a_2 = 36, a_3 \in [36, 64]$
(d) Reducción de tarifas de interconexión	$a_2 = a_3 \in [0, 36]$
(e) Reducción asimétrica de tarifas de interconexión	$a_2 \in [0, 36], a_3 = 36$
(f) Prohibición asimétrica de discriminación de precios	$p_{22} = p_{23}$
(g) Fijación asimétrica de precios de llamada	$p_{22} = p_{23} = 60$

es decir la tarifa de terminación móvil se fija en 36 centavos, el costo marginal del modelo. Las filas (b) y (d) se refieren a esquemas de regulación simétricos, se fija la misma tarifa de interconexión para ambos operadores, en el primero se varía desde 36 centavos hasta 64, mientras que en el segundo se reduce paulatinamente desde 36 hasta cero. Los renglones (c) y (e) son esquemas de regulación asimétrica, en el primero la tarifa de interconexión del operador dominante se mantiene constante en 36 centavos entretanto el precio de acceso del operador menor tamaño es incrementado desde los 36 centavos hasta 64. Las filas (f) y (g) representan políticas de regulación que rigen directamente los precios de llamada del operador establecido, manteniendo sin cambios la regulación sobre el entrante; en la primera se impide que el incumbente discrimine precios según la terminación de la llamada, en el segundo se le impone ofrecer el precio de llamada con la tarifa socialmente óptima.

### **3.1. Calibración**

El escenario que nos interesa simular es el de México, que replique las cuotas de mercado, penetración y costos que posee, por simplicidad se modelarán solo dos operadores: uno dominante y un entrante. No obstante, en el mercado de telefonía móvil los usuarios suelen contratar más de una línea, por ende, los indicadores de cuotas de mercado están sobrestimados, por medio de los datos podemos concluir que la penetración de mercado es a lo mas del 86% y que el incumbente atiende a aproximadamente el 70% de los usuarios con telefonía móvil.

Para la realización de las simulaciones se simplificaron estas estimaciones a un 70% de

penetración total. Entre los usuarios conectados, el 70% lo controla el operador establecido y el resto el entrante. Recordando que la primera porción corresponde a los usuarios que no están conectados, el vector inicial de porciones de mercado es  $\alpha' = (0.30, 0.49, 0.21)$ .

Como se mencionó con anterioridad, es un requerimiento del modelo que la función de utilidad directa e indirecta posea una imagen contenida en el conjunto de los reales positivos, la función de utilidad isoelástica no cumple con este requerimiento para la elasticidad-precio que desea modelar. Por este motivo se usa una función de utilidad cuadrática para aproximarla.

$$u(q) = aq - \frac{bq^2}{2} \quad (3.1)$$

con función de demanda  $q = \frac{a-p}{b}$ , y elasticidad  $\eta = \frac{dq}{dp} \frac{p}{q} = -\frac{p}{a-p}$ .

Los parámetros  $a, b$  son calibrados de tal forma que aproximen la demanda de minutos por trimestre para el año 2013 (IFT, 2013). En equilibrio y con la regulación inicial, la elasticidad  $\eta$  se aproxime a  $-0.46$ , como fue estimado por Acosta, Carreón, Elbittar, y Rivera (2013). Se supone que los costos son simétricos, de tal forma que la única fuente de asimetría en la industria es la utilidad fija  $A_i$ , el Cuadro 3.2 muestra los valores con que se realizó la calibración, basado en información del IFT (2013). Note que  $A_2 > A_1 > A_3$ , es decir si un usuario que se encuentra sin servicio de telefonía desea contratar al entrante, ignorando la utilidad por realizar llamadas, tendrá que incurrir implícitamente en un costo de sustitución para hacerlo, no así si contrata el servicio del incumbente. Una forma de interpretar este hecho es que la calidad y reputación del entrante no está lo suficientemente desarrollada para que el usuario disfrute del simple hecho de buscar el

Cuadro 3.2

*Parámetros utilizados en las simulaciones numéricas*

Categoría	Parámetro	Valor
Parámetros de demanda	$a$	209.4783 centavos
	$b$	0.6563 centavos por minuto
	$t$	45000 centavos
	$A_1$	0.0725
	$A_2$	0.21158
	$A_3$	0
Parámetros de costos	$f_1 = f_2$	1300 centavos de peso
	$c_{1o} = c_{2o}$	30 centavos por minuto
	$c_{1t} = c_{2t}$	36 centavos por minuto

distribuidor y contratarlo.

En las simulaciones realizadas con variación en el precio de acceso, el precio de llamada dentro de la red se mantiene en 60 centavos, puesto que por el resultado mostrado en la Sección 2.3 los operadores fijan el precio *on-net* de la forma

$$p_{ii} = \frac{c_{oi} + c_{ti}}{1 + \gamma}$$

como en los experimentos, nunca varían los costos y la externalidad de llamada se presupone 0.1, el precio es fijado  $p_{ii} = \frac{c_{oi} + c_{ti}}{1 + \gamma} = \frac{30 + 36}{1.1} = 60$  centavos. Con este planteamiento del problema las preferencias son bien comportadas dentro del dominio de estudio, es común esperar la respuesta en el excedente del consumidor, los beneficios de los operadores y las porciones de mercado sea monótona ante una distorsión en la tarifa de interconexión.

Con el fin de exponer los resultados de manera intuitiva y eficaz, se exhiben en una serie de gráficas que utilizan los indicadores que se muestran en la siguiente subsección.

### 3.1.1. Indicadores de resultados

Debido a que los operadores fijan varios precios de llamada por minuto además de la tarifa fija, es confuso y tedioso analizar toda la información que arrojan las simulaciones. Es por eso que se implementan los siguientes indicadores para facilitar el análisis de la información obtenida.

**Precios promedio** Como los operadores discriminan precios por terminación de llamada, resulta complicado analizar al mismo tiempo todos los precios, es por ello que se adoptó el concepto de precio promedio. Definido como una media de los precios de llamada, ponderada por el porcentaje de minutos consumido de ese tipo de llamada respecto al total de minutos aprovechados.

$$\bar{p}_i = \frac{1}{\sum_{j \in N} q_{ij}} \sum_{j \in N} q_{ij} p_{ij}$$

Del mismo modo, definimos el precio promedio del mercado ( $\bar{p}_M$ ) como una media ponderada de los precios promedios de cada operador respecto a sus porciones de mercado, entre la penetración total.

$$\bar{p}_M = \frac{1}{1 - \alpha_1} \sum_{j \in N} \alpha_j \bar{p}_j$$

Los precios promedio se pueden interpretar como el precio que un usuario de determinada red paga en realidad por las llamadas que realiza. De igual forma, el precio promedio del mercado se interpreta como la cuota que un individuo que se encuentra sin

contratar algún operador encara por entrar en el mercado, si se asume que la probabilidad de contratar cierto operador es proporcional a la calidad de su servicio y con ello a su porción de mercado.

**Cambio porcentual de la tarifa fija** Las tarifas fijas son muy diferentes entre los operadores, el nivel de las mismas aporta escasa o nula información, por ello es preferible adoptar el cambio porcentual respecto al estado de referencia como indicador.

$$\frac{\Delta F}{F_0} = \frac{F - F_0}{F_0}$$

**Tarifa total promedio** Con el objetivo de sintetizar en un solo indicador todos los precios que cobra determinado operador surge la tarifa total promedio. Convierte las tarifas a un sólo monto trimestral para luego ponderarlo respecto al número de minutos consumidos.

$$\bar{T}_i = \frac{\sum_{j \in N} p_{ij} q_{ij} + F_i}{\sum_{j \in N} q_{ij}}$$

**Beneficios por acceso** Los experimentos consisten principalmente en distorsionar la tarifa de terminación móvil para los operadores, resulta interesante calcular cuanto, de manera contable, se beneficia uno u otro ante la distorsión. Para ello definimos los beneficios por acceso  $\pi_i^a$ , que son la suma de las transacciones que el operador  $i$  obtiene por permitir el acceso a su red.

$$\pi_i^a = \sum_{i, j \in N, j \neq i} \alpha_i \alpha_j (a_i - c_{ii}) q_{ji} \quad (3.2)$$

Recuerde que  $q_{ji}$  es la demanda de minutos de llamada desde la red  $j$  hacia la red  $i$ .

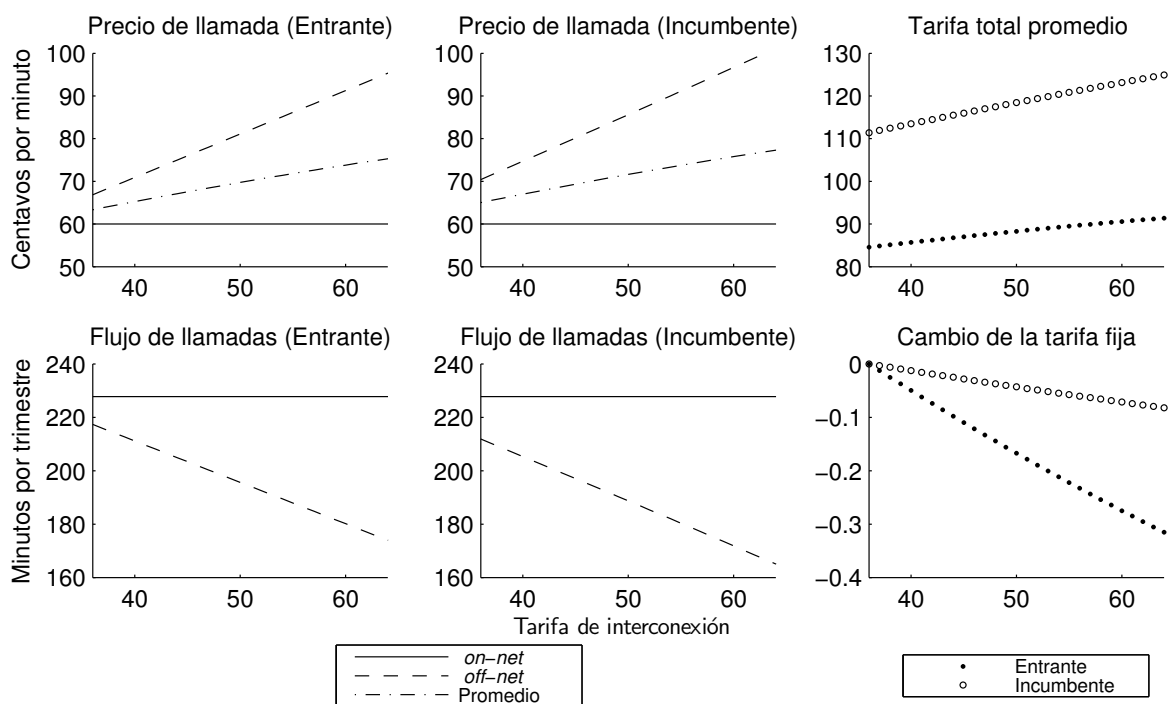
## **3.2. Variación en las tarifas de interconexión.**

En los experimentos numéricos de esta sección se distorsionan los precios de acceso en la industria. En el estado de partida el precio de acceso se encuentra regulado al costo incremental de largo plazo (36 centavos), a partir de allí se aumenta o disminuye paulatinamente esta tarifa de manera simétrica o asimétrica.

### **3.2.1. Incremento de tarifas de interconexión**

Cuando se incrementa la tarifa de terminación móvil, de manera casi directa (Sección 2.3), se incrementa el precio de llamada por minuto *off-net* para cada operador, mientras que el precio de llamada *on-net* se mantiene constante. Como se muestra en la Figura 3.1, el precio promedio del entrante es superior al del incumbente puesto que el tamaño de la red del competidor es mayor a la suya, la distorsión regulatoria lo impacta en mayor medida. Por otro lado, como se esperaba (Sección 1.3), los operadores responden disminuyendo su tarifa fija; dado que la distorsión provoca un desplazamiento negativo en la curva de demanda, los operadores disminuyen su tarifa fija para evitar perder demasiada presencia en el mercado, como la distorsión en el precio promedio del entrante es mayor relativamente, también la respuesta en su tarifa fija es mayor.

El resultado es un aumento en la penetración del mercado, el cambio es de hasta 0.78 puntos porcentuales (Figura 3.2). Como el cambio porcentual de la tarifa fija del entrante



**Figura 3.1:** Tarifas y flujos de llamadas. Incremento de tarifas de interconexión.

*Nota:* En el estado de referencia las tarifas fijas del incumbente y el entrante son 20386.68 y 9436.58 centavos, respectivamente.

es mayor, captura una pequeña parte del mercado para precios de acceso menores a cuarenta; para valores superiores no puede disminuir suficientemente su tarifa fija y pierde presencia en el mercado. Por otro lado, el incumbente es impactado en menor medida por la regulación, además aprovecha la externalidad de red a su favor, disminuye su tarifa fija en menor media que el entrante y consigue capturar 1.1 puntos porcentuales más de usuarios con la variación más severa: 0.78 de nuevos usuarios y 0.32 de los que inicialmente estaban suscritos con el otro proveedor.

En lo que respecta a los consumidores, comienzan ganando bienestar para precios de acceso menores a cincuenta y cinco centavos (Figura 3.2). Después, el efecto del aumento en precios de llamada domina al de la disminución en la tarifa fija y pierde excedente.



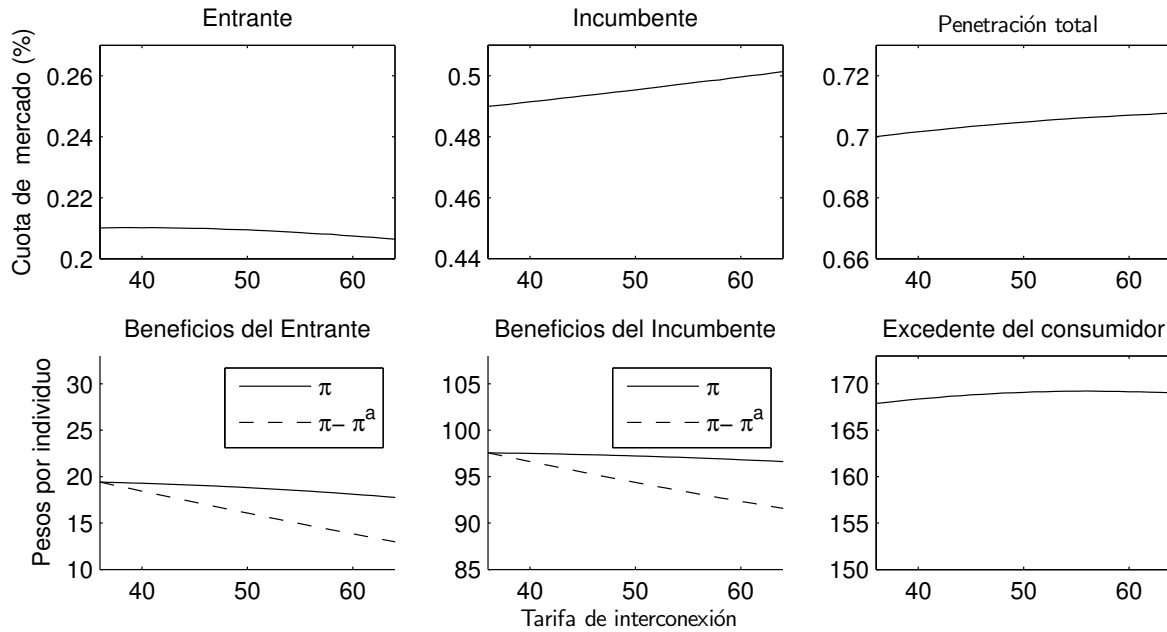


Figura 3.2: Porciones de mercado y bienestar. Incremento de tarifas de interconexión.

### Origen de los resultados no monótonos

Por si el lector lo omitió, el excedente del consumidor tiene un comportamiento no monótono; comienza creciendo y a partir de los cincuenta y cuatro centavos decrece. La no monotonía en los resultados es un comportamiento que se repite en el resto de las simulaciones. En primera instancia, el lector podría pensar que se trata de un error en el modelado o bien un caso particular de la forma de utilidad; no obstante, este no es el caso. Es bien sabido que una forma cuadrática en la función de utilidad sólo cumple las condiciones estándar de las preferencias en un determinado intervalo donde es creciente y cóncava; los experimentos realizados siempre varían en este intervalo. También podría pensarse que este comportamiento se debe al cambio en elasticidad; si bien es cierto que la elasticidad de demanda varía a través del precio por minuto de equilibrio, y este último varía con el precio de acceso, estos cambios se mantienen en un intervalo “seguro” entre  $-0.2$  y  $-0.65$ ; es decir, la demanda se mantiene inelástica y no cambia de signo.

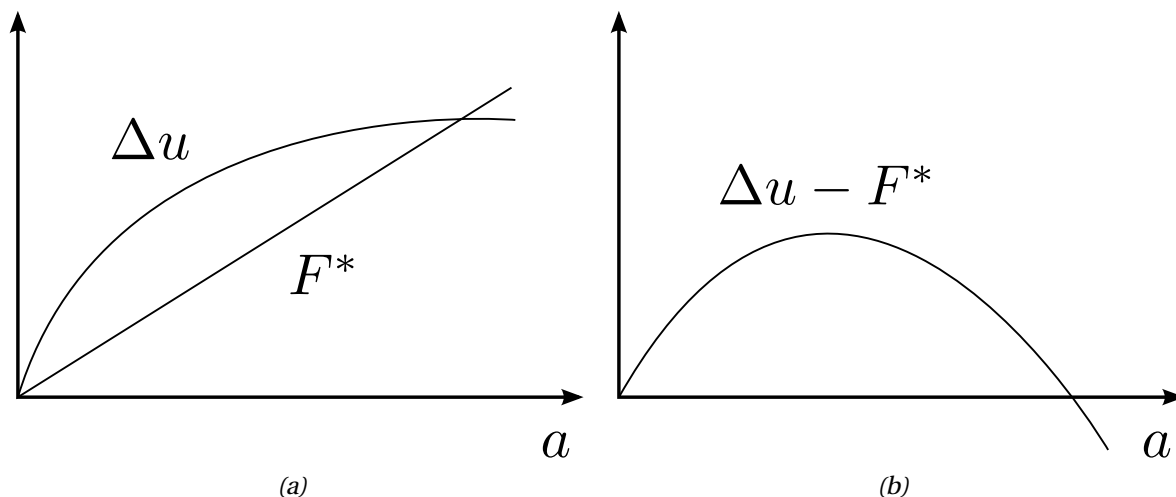
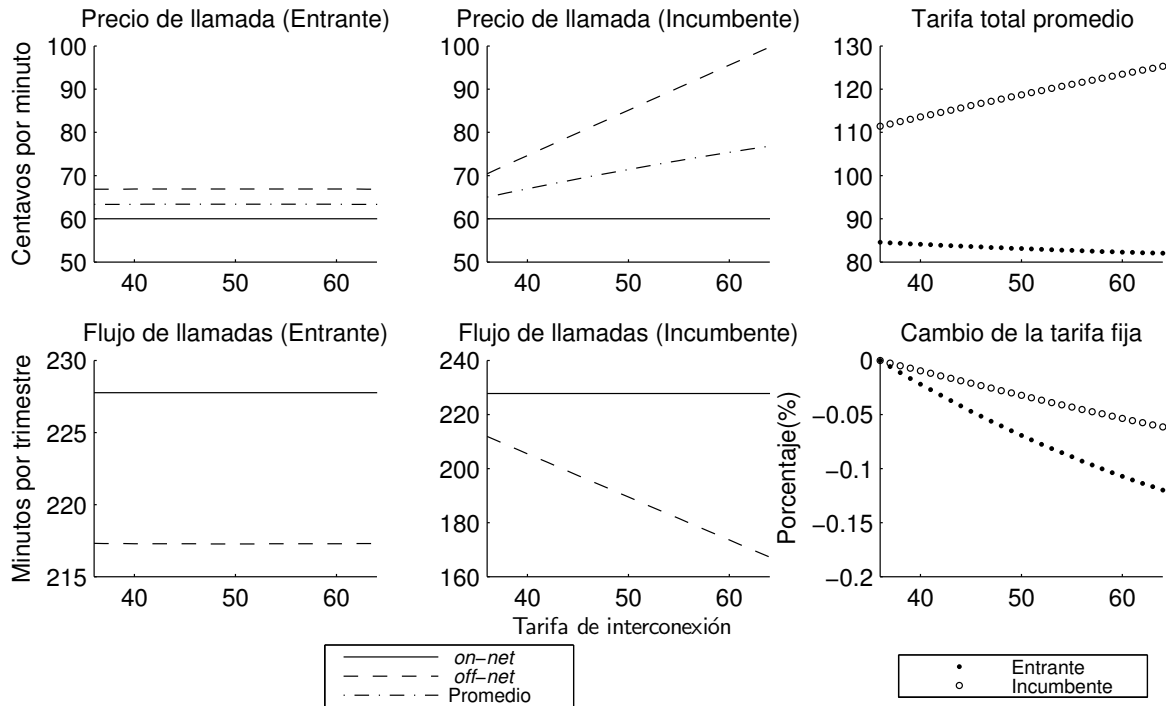


Figura 3.3: Ejemplo de no monotonía.

La origen de la forma inesperada<sup>1</sup> de las curvas es que en cada experimento intervienen dos efectos; por un lado, la distorsión del precio de llamada por parte del regulador y por otro, la respuesta de los operadores en la tarifa fija. La intervención en el precio de acceso causa que los operadores respondan alterando sus tarifas de forma casi lineal (puede revisarlo en la Figura 3.1); por otro lado, el cambio en el bienestar del consumidor causado por la variación de precios de llamada es no lineal puesto que es transformado por la función de utilidad.

A manera de ejemplo, considere un experimento en el que disminuye alguno de los precios de acceso y con ello los precios de llamada, los operadores responden aumentando la tarifa fija como lo muestra la Figura 3.3.a, la utilidad del consumidor aumentará con una magnitud que es cóncava con la distorsión de los precios por minuto ( $\Delta u = u(a) - u_0 > 0$ ) y disminuirá por la respuesta del operador en la tarifa fija; de este modo el excedente del consumidor adquiere la forma no monótona como en la Figura 3.3.b. Ahora bien, no solo el excedente del consumidor (Ecuación 2.6) sufre este encuentro de efectos,

<sup>1</sup>Hasta donde el autor tiene conocimiento, se trata de un hallazgo que no se ha reportado antes.



**Figura 3.4:** Tarifas y flujos de llamadas. Incremento asimétrico de tarifas de interconexión.   
*Nota:* En el estado de referencia las tarifas fijas del incumbente y el entrante son 20386.68 y 9436.58 centavos, respectivamente.

sino también las asignaciones del mercado (Ecuación 2.5) por medio de la matriz  $\hat{h}$  y de manera indirecta el beneficio de las firmas por medio de las porciones del mercado (Ecuación 2.7).

### 3.2.2. Incremento asimétrico de tarifas de interconexión

En esta sección se muestran los resultados de un esquema de regulación en que el operador dominante cobra una tarifa de terminación móvil igual al costo marginal, mientras que el otro operador cobra un monto superior por finalizar las llamadas que ingresan a su red.

De este modo, el entrante no varía su precio de llamada y el incumbente la incrementa por el aumento en el costo de llamadas *off-net*. Este último, para evitar perder mercado,

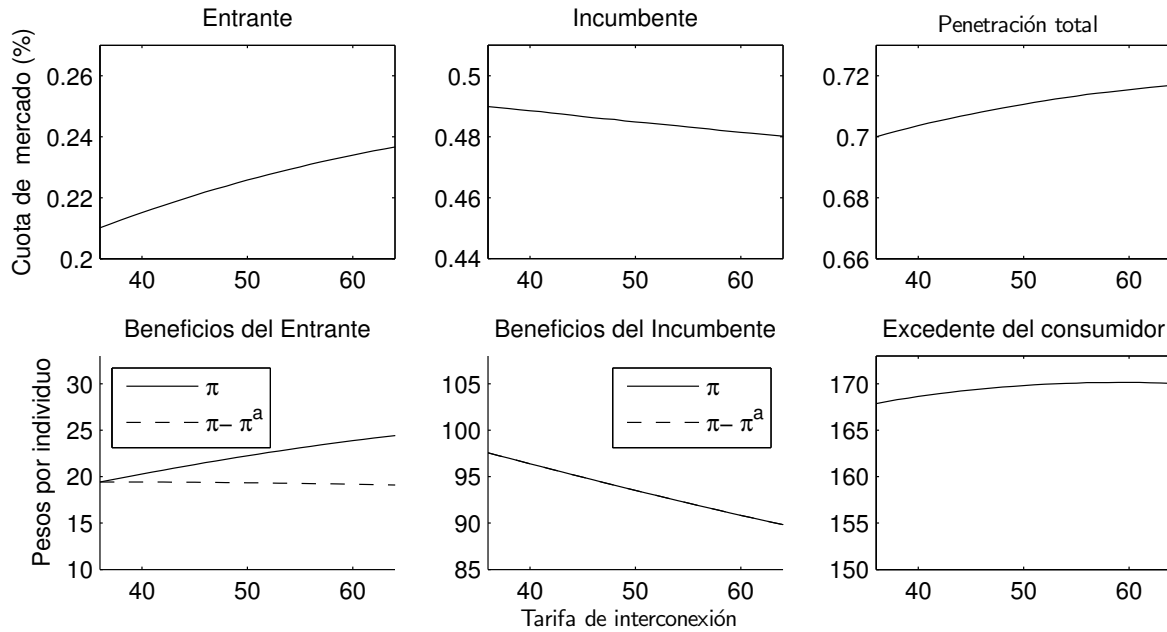


Figura 3.5: Porciones de mercado y bienestar. Incremento asimétrico de tarifas de interconexión.

reduce su tarifa fija. El entrante cuenta con la ventaja de ofrecer precios de llamada menores y responde a la disminución de tarifa fija de su contendiente disminuyendo también su tarifa fija, pero no en la misma amplitud que lo hace el incumbente (Figura 3.4).

Respecto a la regulación con precios de acceso simétricos mayores al costo marginal, la penetración en el mercado es superior. Puede integrar a la red de telefonía a más de punto porcentual y medio de individuos cuando el precio de acceso supera los sesenta centavos. Como el entrante no cambia el precio por minuto de llamada pero disminuye su tarifa fija, el tamaño de su red siempre aumenta y logra capturar hasta 2.5 puntos porcentuales del mercado (Figura 3.5), la mayor parte, 1.5 puntos porcentuales, originada por nuevos usuarios; a pesar de que el incumbente disminuye su tarifa fija, el cambio no es suficiente y pierde parte de su cuota de mercado.

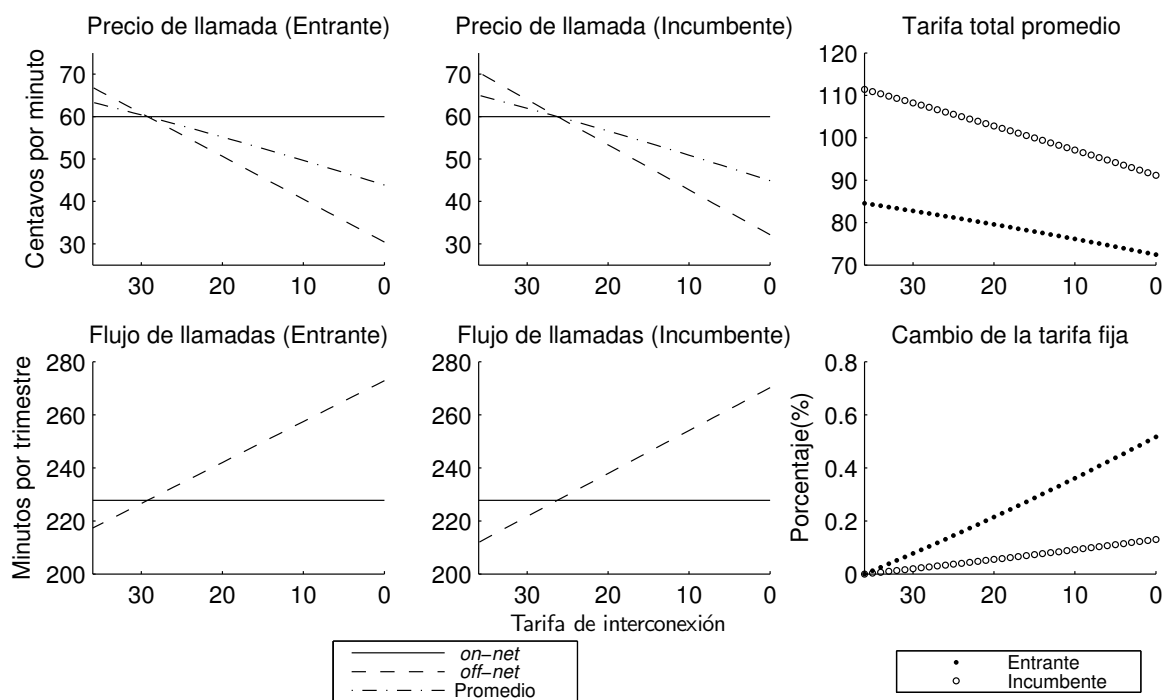
La Figura 3.5 revela que la estrategia de respuesta del entrante es variar su tarifa fija

de tal manera que, ante la respuesta del incumbente, logra que el beneficio del aumento de tamaño de su red con la disminución de beneficios por tarifa fija se contrarreste, así que sus utilidades originadas por el tráfico interno se mantiene constante; no obstante, obtiene beneficios adicionales por interconexión. El incumbente pierde beneficios para todo valor de precio de acceso, puesto que este esquema es equivalente a un aumento externo de sus costos. Por otro lado, los consumidores se benefician un poco más que con la regulación de precios de acceso simétricos mayores al costo marginal; además el punto máximo de su excedente se alcanza con nivel de distorsión inferior al del otro esquema, en sesena y dos centavos.

### **3.2.3. Reducción de tarifas de interconexión**

En este experimento se varían los precios de acceso de manera simétrica por abajo del costo incremental de largo plazo. De manera contraria a la variación por sobre el costo marginal, los operadores disminuyen el precio de llamada *on-net* y esto origina incentivos para aumentar su tarifa fija (Sección 1.3), el resultado es una disminución de la penetración de mercado y una pérdida de excedente del consumidor.

En esta simulación se hace claro la diferencia que tiene una reducción de precios de llamada de una de tarifas fijas, a pesar que el precio total promedio disminuye sustancialmente el impacto en el bienestar de los consumidores es negativo (Figuras 3.6 y 3.7). Debido a que el incumbente enfrenta una mayor porción de llamada *off-net* (por las porciones de red iniciales), esta media regulatoria distorsiona sus precios con mayor amplitud que su contraparte (Figura 3.6). Por ello aumenta sus tarifas fijas más agresiva-



**Figura 3.6:** Tarifas y flujos de llamadas. Reducción de tarifas de interconexión.

*Nota:* En el estado de referencia las tarifas fijas del incumbente y el entrante son 20386.68 y 9436.58 centavos, respectivamente.

mente, y pierde hasta 1.5 puntos porcentuales de su presencia de mercado (Figura 3.7). De la misma manera para el entrante, el efecto del aumento de su tarifa fija domina al de la disminución del precio de llamada y pierde cuota del mercado. De este modo la penetración del mercado disminuye casi en tres puntos porcentuales.

En este esquema regulatorio, ambos operadores pierden utilidades debido a la interconexión, terminar una llamada les cuesta mas de lo que cobran. Así es que en el equilibrio, la estrategia que cada operador sigue es fijar sus tarifas de modo en que su beneficio neto se mantenga –casi– constante (Figura 3.7) a pesar de las pérdidas por interconexión. Respecto a los consumidores, el impacto en su bienestar por el aumento de las tarifas fijas domina al de la disminución del precio de llamada, por lo tanto su excedente disminuye para todos los valores de regulación.

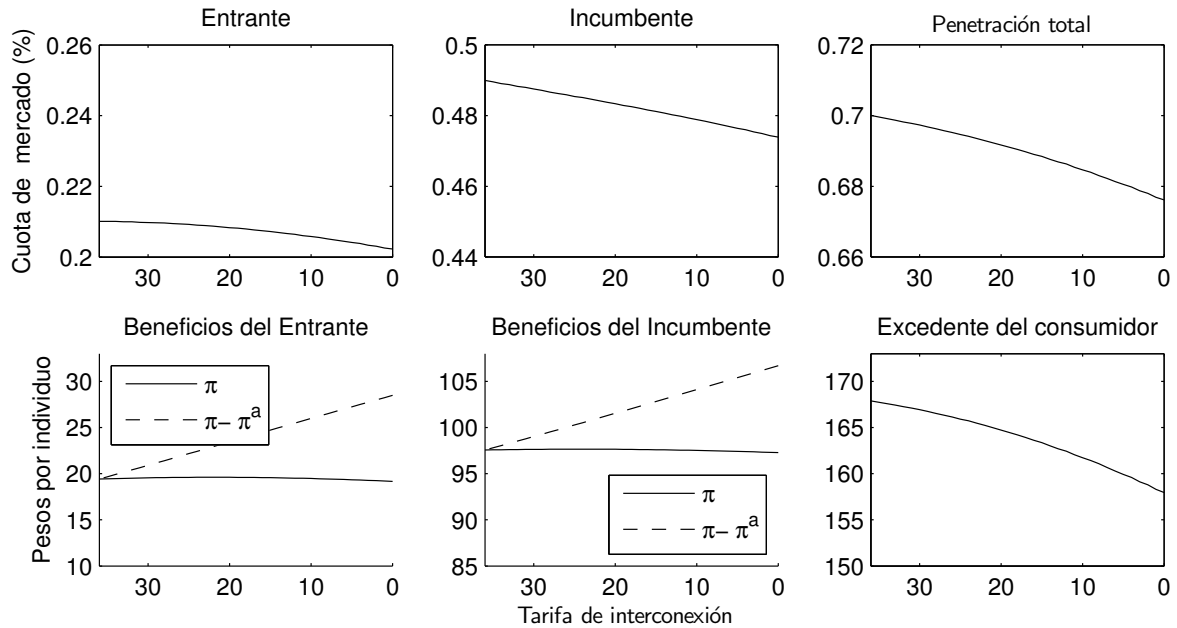


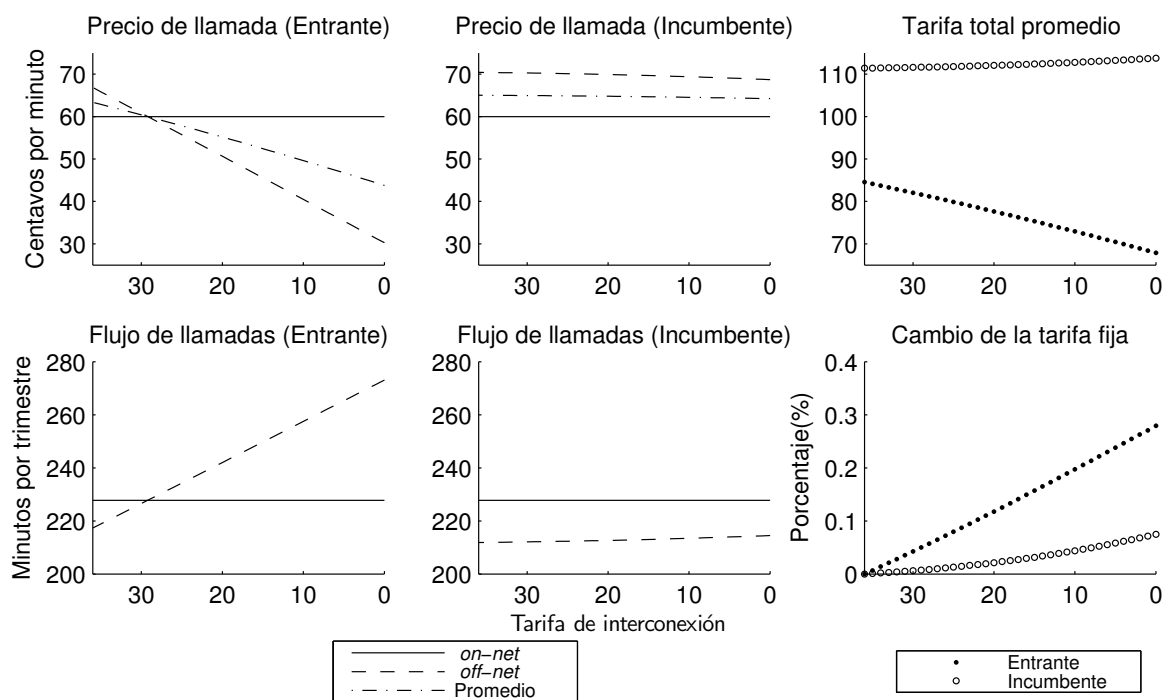
Figura 3.7: Porciones de mercado y bienestar. Reducción de tarifas de interconexión.

### 3.2.4. Reducción asimétrica de tarifas de interconexión

En este experimento se discuten los resultados de la simulación del mercado cuando el regulador decide imponer un precio de acceso igual al costo incremental de largo plazo para el entrante y un precio de acceso menor al costo marginal para el operador con mayor presencia en el mercado.

En este esquema de regulación, el entrante aprovecha la disminución del precio de terminación de llamada y disminuyendo también el precio de venta por minuto; aunado a esto, aumenta su tarifa fija (Figura 3.8). El operador dominante busca recuperar las pérdidas originadas por la interconexión (Figura 3.9) y aumenta su tarifa fija, en menor media que el entrante a pesar de perder mercado haciéndolo.

Finalmente, el incumbente pierde hasta cinco puntos porcentuales, con la intervención más agresiva, de su cuota de mercado; mientras que el entrante gana la porción



**Figura 3.8:** Tarifas y flujos de llamadas. Reducción asimétrica de tarifas de interconexión.   
*Nota:* En el estado de referencia las tarifas fijas del incumbente y el entrante son 20386.68 y 9436.58 centavos, respectivamente.

de mercado que el establecido pierde. Respecto a la penetración de mercado, es marcadamente no monótona, aunque despreciable respecto al cambio de porciones de los operadores; a lo más, medio punto porcentual de los individuos ingresará al mercado cuando se fija el precio de acceso igual a diecinueve centavos.

En cuanto a los beneficios, esta medida regulatoria es similar a otorgarle una transferencia al entrante con fondos del operador dominante (Figura 3.9). El consumidor lentamente pierde bienestar cuando el precio de acceso desciende hasta los veintidós centavos, puesto que el efecto del aumento de las tarifas fijas domina el de la disminución de precios de llamada.



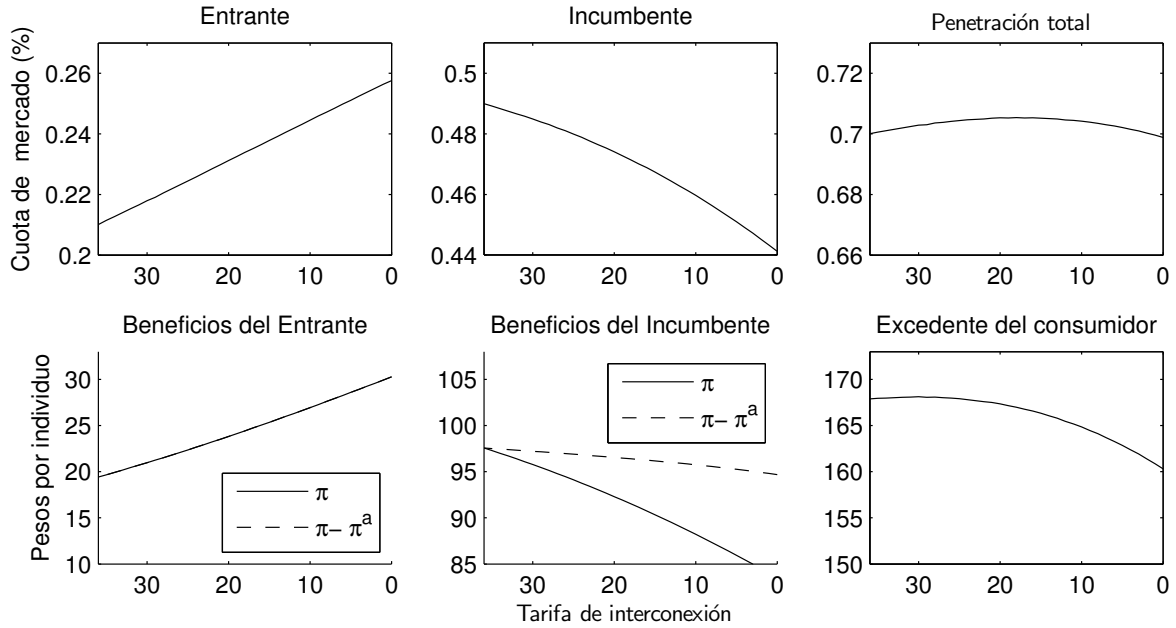


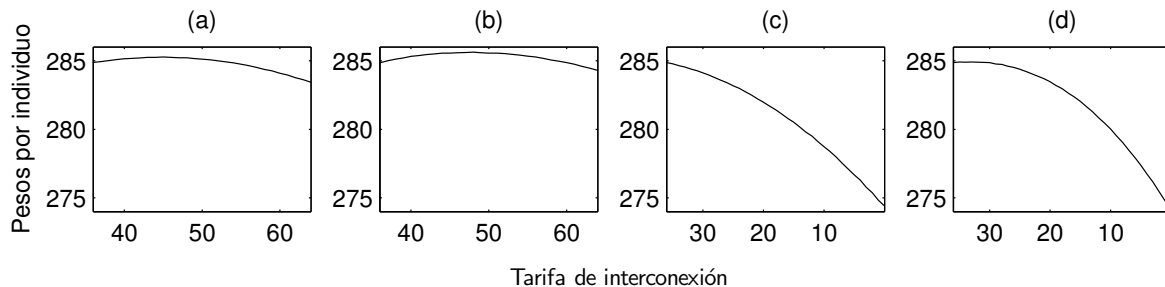
Figura 3.9: Porciones de mercado y bienestar. Reducción asimétrica de tarifas de interconexión.

### 3.2.5. Impacto en el bienestar social

Dentro de las cuatro simulaciones numéricas mostradas previamente, no es claro si una de ellas es mejor que el resto debido a que en cada una los participantes de la industria obtienen resultados mixtos: unos pierden bienestar mientras que otros ganan. Si asumimos que al regulador le importa de igual manera el bienestar de los consumidores que el de los poseedores de las firmas entonces podemos suponer que el bienestar social se representa así:

$$\begin{aligned}
 W &= S + \sum_{i \in N} \pi_i \\
 &= \alpha' \left( (R + h) + \frac{A}{\sigma} - f \right) \alpha - \frac{1}{4\sigma} \sum_{\substack{i \in \{1, \dots, n\} \\ j \in N, j \neq i}} x_{ij}^2
 \end{aligned}$$

En la Figura 3.10 se muestra el nivel del bienestar social para los experimentos realiza-



*Figura 3.10:* Cambios en el bienestar social debido a diversas políticas regulatorias en las tarifas de interconexión.

(a) Bienestar social ante un aumento simétrico de las tarifas de interconexión. (b) Bienestar social ante un aumento asimétrico de las tarifas de interconexión. (c) Bienestar social ante una reducción simétrica de las tarifas de interconexión. (d) Bienestar social ante una reducción asimétrica de las tarifas de interconexión.

dos. Se encuentra que, entre estos cuatro esquemas de regulación, el primero que debería descartarse es la reducción simétrica de tarifas de interconexión ya que propicia una fuerte pérdida de penetración de mercado y con ello daña el bienestar social. El incremento asimétrico de tarifas parece ser benéfico para un precio de acceso igual a cuarenta y seis centavos; no obstante, intensifica la brecha de tamaños de los operadores y esto podría tener repercusiones en el largo plazo que no se capturan en este modelo. Recordemos que el escenario simulado es estático, la calidad y reputación de los operadores se mantiene fija. Si el lector cree que sensato suponer que la calidad y reputación de los operadores es creciente respecto a su tamaño a través del tiempo, entonces esta forma de regulación intensificará los problemas de competencia en el largo plazo.

Los dos esquemas de regulación asimétrica coinciden en que redistribuyen el mercado entre los operadores e impactan positivamente la penetración de mercado. Si se implementa un esquema de regulación asimétrico en precios de acceso, el bienestar se maximiza en cuarenta y nueve centavos mientras que para la reducción asimétrica el bienestar se mantiene casi constante hasta los veintidós centavos. El primer esquema origina un avance de 0.9 puntos porcentuales en la penetración total del mercado, el en-

trante gana 1.6 y el establecido pierde 0.7 puntos porcentuales. En contraste, la diferencia de tamaño de los operadores se reduce en mayor medida con el segundo esquema: el entrante gana 1.9 puntos porcentuales, el incumbente pierde 1.2 y el incremento en la penetración total es de 0.4 puntos porcentuales. Por el mismo argumento del párrafo anterior, el aumento asimétrico de tarifas de interconexión origina beneficios superiores en el corto plazo; no obstante, la reducción asimétrica reduce en mayor magnitud la desproporción de los operadores y con ello podría aventajar los beneficios del otro esquema en el largo plazo.

Para desdicha de la investigación, el juicio final depende de cómo cambie la industria a través del tiempo y este análisis queda fuera del alcance modelo, quizás esta prerrogativa podrá ser resuelta a través de la discreción del regulador.

### **3.3. Otras formas de regulación asimétrica**

En esta sección se discutirán dos formas adicionales de regulación asimétrica. En la primera se prohíbe al operador dominante discriminar precios, mientras que en la segunda se le impone ofrecer precios de llamada iguales al óptimo social. Estos experimentos se realizan asumiendo una externalidad de llamada positiva ( $\gamma = 0.1$ ), con los parámetros calibrados de manera idéntica al estado de referencia de la Sección 3.1.

Mediante un razonamiento superficial, se podría pensar que inhibir al operador dominante de discriminar de precios disminuiría el efecto de la externalidad de red, mejorando el nivel de competencia y beneficiando a los consumidores. No obstante, el resultado es el contrario. Esta intervención genera una relajación en el nivel de competencia, primero

Cuadro 3.3  
Otros esquemas de regulación asimétrica

		Escenarios		
		(a)	(b)	(c)
	<i>Porción 1</i>	30.0%	30.10%	30.11%
	<i>Porción 2</i>	49.0%	48.98%	48.99%
	<i>Porción 3</i>	21.0%	20.92%	20.90%
	<i>Excedente del consumidor**</i>	16787.769	16763.599	16763.374
	<i>Variación porcentual</i>		<b>-0.14%</b>	<b>-0.15%</b>
<b>Operador 1</b>	<i>Precio on-net*</i>	60.000	62.918	60.000
	<i>Precio off-net*</i>	70.424	62.918	60.000
	<i>Tarifa Fija*</i>	20386.876	20409.166	20885.418
	<i>Beneficio total**</i>	9757.060	9761.351	9763.336
	<i>Variación porcentual</i>		<b>0.04%</b>	<b>0.06%</b>
<b>Operador 2</b>	<i>Precio on-net*</i>	60.000	60.000	60.000
	<i>Precio off-net*</i>	66.859	66.747	66.721
	<i>Tarifa Fija*</i>	9437.583	9524.793	9545.580
	<i>Beneficio total**</i>	1941.548	1949.119	1951.352
	<i>Variación porcentual</i>		<b>0.39%</b>	<b>0.50%</b>

Simulaciones realizadas con externalidad de llamada  $\gamma = 0.1$ .

- (a) Escenario de referencia; sin regulación, tarifa de terminación de llamada igual al costo marginal.  
 (b) Se prohíbe al *operador 1* realizar discriminación de precios.  
 (c) Se impone al *operador 1* precios de venta al menudeo iguales al óptimo social.

\* Precios expresados en centavos.

\*\* Indicadores expresados en centavos por individuo de la población total.

por parte del entrante que aprovecha la disminución del efecto de red e incrementa su tarifa fija, el operador dominante responde a ello incrementando las suyas. El resultado es una pérdida del excedente del consumidor con aumento de beneficios para ambos operadores (Tabla 3.3; escenario (b)).

Por otro lado, el efecto de imponer el precio por minuto eficiente al operador dominante es similar a la prohibición de discriminación. El operador dominante recupera parte de la renta que pierde del tráfico de llamadas a través de un aumento en su tarifa fija, el entrante responde aumentando su tarifa de la misma manera. Ambos operadores resultan beneficiados con la intervención, mientras que el consumidor absorbe las pérdidas.

## Discusión y conclusiones

En los modelos que estudian el impacto en la industria de telecomunicaciones por la regulación de precios de acceso, se supone que la utilidad que los consumidores reciben es tan alta que todos contratan una línea de telefonía. Este supuesto es sensato en países desarrollados en donde las facilidades del servicio garantizan una penetración total de mercado. Sin embargo, es diferente para países en vías de desarrollo en donde los datos no muestran una inclusión total y ésta es potencialmente sensible a cambios en la regulación. El objetivo de este trabajo fue llenar ese espacio y se pueden resumir los resultados en cuatro puntos principales.

Primero, la reducción simétrica de precios de acceso daña severamente el bienestar de los consumidores, disminuye significativamente la penetración de mercado a través del efecto “cama de agua”. Como el precio por llamada disminuye, los operadores tienen incentivos a aumentar la tarifa fija y de esta manera muchos consumidores abandonan la industria.

Segundo, aumentar el precio de acceso del entrante, manteniendo el otro constante,

genera un importante avance en la penetración total del mercado; sin embargo, disminuye el consumo de minutos de llamada para los usuarios que se conectan a la red, este efecto puede ser recibido negativamente por la población en general.

Tercero, si en vez de aumentar el precio de acceso del entrante, se disminuye el del establecido hasta veintidós centavos, la presencia relativa de los operadores cambia más intensamente que con una distorsión de la misma magnitud para el resto de los esquemas; aunado a esto, los usuarios que pertenecen a la red disfrutan de al menos el mismo tráfico de llamadas que antes de la intervención. No obstante, el avance en penetración no es tan profundo y alcanza un máximo en 19 centavos.

Cuarto, otros esquemas de regulación asimétrica aplicados directamente sobre el precio de llamada resultan inefectivos (3.3), disminuyen la penetración de mercado y dañan el bienestar del consumidor.

En suma, los dos esquemas de regulación asimétrica del precio de acceso dominan en resultados al resto de los esquemas estudiados, ambos consiguen disminuir la diferencia de tamaño de los operadores avanzando en la dirección correcta respecto a la penetración de mercado. La diferencia entre uno y otro radica en cuanto bienestar de los consumidores ya conectados se está dispuesto a sacrificar para conseguir mejores resultados en el largo plazo. Este juicio es meramente normativo, perteneciente a la discrecionalidad del regulador.

Finalmente, solo falta resumir cuales fueron los problemas de este trabajo. El lector debe recordar que el modelo tratado es estático y replica sólo los efectos en el corto plazo, sería muy conveniente extenderlo a un entorno dinámico para calcular los resultados de

la intervención en el largo plazo. Únicamente se realizó la simulación para una externalidad de llamada ponderado con 0.1, el autor no realizó pruebas con ponderaciones superiores debido a que el tiempo de computo se eleva sustancialmente con este tipo de implementaciones; quizás una mejora en el algoritmo de cálculo de equilibrios o un método distinto para encontrarlos será de mucha utilidad para eliminar esta barrera. Por último, el teorema sobre la unicidad de equilibrios es bastante restrictivo, aunque no lo suficiente para entorpecer el análisis mostrado en este documento, una investigación más meticulosa en este sentido podría ampliar el tipo e intensidad de las intervenciones estudiadas.

La conclusión final de esta investigación es que la regulación asimétrica es una imprescindible herramienta para el órgano regulador de la industria de telecomunicaciones, un uso preciso generará beneficios al menos dos objetivos de política: el incremento del nivel de competencia en el sector y la inclusión de más consumidores.



## Apéndice matemático

En este apéndice amplía el contenido del Capítulo 2, definiendo y mostrando formalmente los resultados enunciados. El análisis del modelo se restringió a la búsqueda *equilibrios de Nash diferencial*, a continuación se define el concepto de *equilibrio de Nash local* y su relación con el *equilibrio de Nash diferencial*.

### A.1. Definiciones

**Definición 1.** Sean  $M_i \subseteq \mathbb{R}^{m_i}$  el espacio de estrategias del jugador  $i$  y  $J_i : \times M_{j \in (N-i)} \rightarrow \mathbb{R}$  la función de pagos. Una estrategia  $(p_i, p_{-i}) \in \times M_{j \in N}$  es un **equilibrio de Nash local** si existen espacios abiertos  $W_j \subset M_j$  tal que  $p_j \in W_j$  y lo siguiente se cumpla

$$J_i(p_i, p_{-i}) \geq J_i(p', p_{-i}) \forall p' \in W_i \forall i \in N$$

Si  $W_i = M_i \forall i \in N$  entonces  $p$  es un **equilibrio de Nash global**. Además, si las desigualdades de arriba son estrictas, entonces decimos que  $p$  es un **equilibrio de Nash local estricto**.

**Definición 2.** Sean  $M_i$  espacios de estrategias de dimensión finita, entonces una estrategia  $p \in \times_{j \in N} M_j$  es un **equilibrio de Nash diferencial** si

- $DJ_i(p) = 0 \forall i \in N$
- la matriz  $D^2 J_i(p)$  es definida positiva

Las funciones del modelo de estudio son todas diferenciales de orden dos en su dominio, en especial las funciones de beneficios son así; por lo tanto, un equilibrio de Nash diferencial es también un equilibrio de Nash local, y si además éste es único entonces será un equilibrio de Nash global.

## A.2. Demostraciones

En esta sección se demuestra el principal resultado teórico de este trabajo, por motivos de legibilidad, primero se demuestra una proposición necesaria para la construcción del resultado fundamental

**Proposición 2.** Para un costo de transportación  $t$  suficientemente grande, precios de acceso  $a_i$  cercanos al costo marginal  $c_{t_i}$  y una función de utilidad con imagen contenida en los reales positivos, se cumple la siguiente relación:

$$-\frac{\partial \alpha_i}{\partial F_i} > (n-1) \frac{\partial \alpha_i}{\partial F_k}, \quad \forall i, j \in N, k \neq i$$

*Demostración.* De la ecuación (2.5) encontramos que las derivadas de la porción  $i$  res-

pecto a  $F_i$  y  $F_k$  son respectivamente

$$\frac{\partial \alpha_i}{\partial F_i} = -\sigma e'_i (I - \sigma B \hat{h})^{-1} B e_i$$

$$\frac{\partial \alpha_i}{\partial F_k} = -\sigma e'_i (I - \sigma B \hat{h})^{-1} B e_k$$

Para un costo de transportación suficientemente grande,  $\sigma$  será lo suficientemente pequeña para que

$$\lim_{k \rightarrow \infty} (\sigma B \hat{h})^k = \mathbf{0}$$

Entonces la expresión  $(I - \sigma B \hat{h})^{-1}$  se puede escribir como una suma de Neumann

$$(I - \sigma B \hat{h})^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} (\sigma B \hat{h})^k$$

De este modo se obtiene

$$\frac{\partial \alpha_i}{\partial F_i} = -\sigma (n - 1 + g_i)$$

$$\frac{\partial \alpha_i}{\partial F_k} = -\sigma (-1 + g_k)$$

Donde  $g_i$  y  $g_k$  son número positivos<sup>1</sup> y para un  $\sigma$  suficientemente pequeño, serán menores que uno. Si lo último se cumple entonces  $\frac{\partial \alpha_i}{\partial F_i} < 0$  y  $\frac{\partial \alpha_i}{\partial F_k} > 0$ , por lo tanto

---

<sup>1</sup>Esto se puede mostrar aproximando la matriz  $(I - \sigma B \hat{h})^{-1} B$  con forma de sumas de Neuman suponiendo que las entradas, a excepción de la primera columna y primera fila, son números positivos aproximadamente iguales debido a la imagen positiva de la función directa e indirecta de utilidad. El segundo y el tercer término de la suma son números positivos, mientras que el resto se puede despreciar para un  $\sigma$  suficientemente pequeño.

$$\begin{aligned}
& -\frac{\partial \alpha_i}{\partial F_i} > (n-1) \frac{\partial \alpha_i}{\partial F_k} \\
\iff & 0 > (n-1) \frac{\partial \alpha_i}{\partial F_k} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial F_i} \\
\iff & 0 > -\sigma \left( (n-1)(-1+g_k) + n-1+g_i \right) \\
\iff & 0 > -\sigma \left( (n-1)g_k + g_i \right)
\end{aligned}$$

Como  $g_k$  y  $g_i$  son números positivos, el resultado se cumple.  $\square$

**Teorema 3.** *Para una externalidad de red  $\gamma$  suficientemente pequeña, precios de acceso  $a_i$  cercanos al costo marginal  $c_{ti}$  y una función de utilidad directa e indirecta con imagen contenida en los reales positivos se cumple la relación*

$$\frac{\partial F_i}{\partial F_k} = \varphi + \sum_{j \in N} \left( \varphi \frac{\partial \alpha_i}{\partial F_i} - \frac{\partial \alpha_j}{\partial F_k} \right) R_{ij} < \frac{1}{n-1} \quad \forall F \in \mathbb{R}_+^{n-1}, \quad i \in N \quad (\text{A.1})$$

con ello, existe una única matriz  $V \in \mathcal{M}_{n \times (n-1)}$  cuyas columnas son punto crítico de la función de beneficios de cada uno de los operadores  $\{\pi_2, \dots, \pi_n\}$ .

$$D\pi_i(V_i) = 0 \quad \forall \quad i \in N;$$

Además, en el punto crítico se cumple lo siguiente:

- $p_{ii} = \frac{c_{ii}}{1+\gamma}$
- $p_{iK} = \frac{\sum_{j \in K} c_{ij} \alpha_j}{\sum_{j \in K} \alpha_j^{-\gamma} \frac{\alpha_i |K|}{n-1}}$

donde  $K$  representa un subconjunto de operadores  $K \subseteq N$

*Demostración.* Debido a que dados los precios  $p_{ij}$ , las porciones de mercado  $\alpha_i$  y la tarifa fija  $F_i$  son uno a uno, se sigue el método de solución que Jeon y cols. (2004) proponen: realizar un cambio de variable de las las tarifas fijas a las proporciones de mercado, maximizar respecto a estas y los precios de llamada por minuto; luego regresar a las tarifas fijas y maximizar respecto a ellas. Las relaciones de precios se calculan de forma idéntica a Hoernig (2009).

A partir de la relación (2.3) se despeja  $F_i$  y se sustituye en (2.7)

$$F_i = \sum_{j \neq i} \alpha_j (v_{ij} + \alpha_{ji}) - \frac{\alpha_i}{n-1} \sum_{j \neq i} \gamma u_{ij} + \text{constantes}$$

$$\pi_i = \alpha_i \left( \sum_{j=1}^n \alpha_j (R_{ij} + v_{ij}) + \alpha_i \gamma u_{ii} - \frac{\alpha_i \gamma}{n-1} \sum_{j \neq i} u_{ij} \right) + \text{constantes}$$

Restringiendo la atención a los precios *on-net* se obtiene la condición de primer orden

$$\begin{aligned} 0 &= q_{ii} + (p_{ii} - c_{ii})q'_{ii} - q_{ii} + \gamma u'_{ii} q'_{ii} \\ &= q'_{ii} ((p_{ii} - c_{ii}) + \gamma p_{ii}) \\ \implies p_{ii} &= \frac{c_{ii}}{1 + \gamma} \end{aligned} \tag{A.2}$$

Supongamos ahora que se desea calcular el precio que se asigna a un grupo de operadores

$K$ , de nuevo se obtienen las condiciones de primer orden

$$\begin{aligned}
0 &= \sum_{j \in K} \alpha_j (q_{iK} + (p_{iK} - c_{ij}) q'_{iK} - q_{iK}) - \frac{\alpha_i |K|}{n-1} \gamma u'_{iK} q_{iK} \\
&= \sum_{j \in K} \alpha_j ((p_{iK} - c_{ij}) q'_{iK}) - \frac{\alpha_i |K|}{n-1} \gamma p_{iK} q_{iK} \\
p_{iK} &= \frac{\sum_{j \in K} c_{ij} \alpha_j}{\sum_{j \in K} \alpha_j - \gamma \frac{\alpha_i |K|}{n-1}}
\end{aligned}$$

De la Ecuación 2.14 se toma  $F^*$ , el operador  $i$  elija su mejor respuesta dadas las tarifas del resto de las firmas,  $F_i^* = r_i(F_{-i})$  en tarifas fijas. Entonces calculamos su derivada parcial

$$\begin{aligned}
\frac{\partial r_i(F_{-i})}{\partial F_k} &= -\frac{\partial \alpha_i}{\partial F_k} \frac{\sum_{i \in N} \frac{\partial \alpha_i}{\partial F_i} R_{ij} + 1}{\partial \alpha_i / \partial F_i} - \sum_{j \in N} \frac{\partial \alpha_i}{\partial F_k} R_{ij} \\
&= \varphi + \sum_{j \in N} \left( \varphi \frac{\partial \alpha_i}{\partial F_i} - \frac{\partial \alpha_j}{\partial F_k} \right) R_{ij} \tag{A.3}
\end{aligned}$$

Donde  $\varphi = -\frac{\partial \alpha_i}{\partial F_k} / \frac{\partial \alpha_i}{\partial F_i}$ , y como se demostró en la Proposición 2,  $0 < \varphi < \frac{1}{n-1}$ . Con base en la primera parte de la demostración, los operadores fijan sus precios muy cerca del costo marginal por lo que  $R_{ij} \approx 0$  y esta regla se distorsiona cuando se incrementa  $\gamma$  desde cero o se cambia el precio de acceso a partir del costo marginal. Si se cumple lo anterior, entonces  $\frac{\partial r(F_{-i})}{\partial F_k} < \frac{1}{n-1} \quad \forall i \in N$ , el sistema de mejores respuestas  $F_i = r_i(F_{-i})$ , es una aplicación contractiva (Ortega, 1990, capítulo 8.2) y por el teorema de Banach, existe un único punto fijo: por lo tanto existe un único punto crítico  $V_i$  para la función de beneficios del operador  $i$ , dado que el resto de los operadores fija sus precios en el punto crítico. De este modo se compone la matriz  $V = (\mathbf{0}, V_2, \dots, V_n)$ .

□

## Referencias

- Acosta, B., Carreón, V., Elbittar, A., y Rivera, H. (2013, julio-sep). Licitación del espectro radioeléctrico y su efecto en el bienestar social en México. *El Trimestre Económico*, 0(319), 687-718.
- Armstrong, M. (1998, May). Network interconnection in telecommunications. *Economic Journal*, 108(448), 545-64.
- Armstrong, M. (2004, September). Network interconnection with asymmetric networks and heterogeneous calling patterns. *Information Economics and Policy*, 16(3), 375-390.
- Berger, U. (2005, January). Bill-and-keep vs. cost-based access pricing revisited. *Economics Letters*, 86(1), 107-112.
- Genakos, C., y Valletti, T. (2011, December). Testing The “Waterbed” Effect In Mobile Telephony. *Journal of the European Economic Association*, 9(6), 1114-1142.
- Hoernig, S. (2009, February). *Competition between multiple asymmetric networks: A toolkit and applications*.
- IFT. (2013, Marzo). *Sistema de información estadística de mercado de telecomunicaciones*. Base de datos electrónica. Descargado de <http://siemt.cft.gob.mx/SIEM/>
- Jeon, D.-S., Laffont, J.-J., y Tirole, J. (2004, Spring). On the Receiver-Pays Principle. *RAND Journal of Economics*, 35(1), 85-110.
- Judith Mariscal, S., y United Nations. (2007). *Regulación y competencia en las telecomunicaciones mexicanas*. Naciones Unidas, Comisión Económica para América Latina y el Caribe, Unidad de Comercio Internacional e Industria.

- Katz, M. L., y Shapiro, C. (1985, June). Network externalities, competition, and compatibility. *American Economic Review*, 75(3), 424-40.
- Klemperer, P. (2008). Network goods (theory). En S. N. Durlauf y L. E. Blume (Eds.), *The New Palgrave Dictionary of Economics*. Basingstoke: Palgrave Macmillan.
- Laffont, J., y Tirole, J. (2001). *Competition in telecommunications*. MIT Press.
- Laffont, J.-J., Rey, P., y Tirole, J. (1998a, Spring). Network competition: Ii. price discrimination. *RAND Journal of Economics*, 29(1), 38-56.
- Laffont, J.-J., Rey, P., y Tirole, J. (1998b, Spring). Network competition: I. overview and nondiscriminatory pricing. *RAND Journal of Economics*, 29(1), 1-37.
- Laffont, J.-J., y Tirole, J. (1994, December). Access pricing and competition. *European Economic Review*, 38(9), 1673-1710.
- OECD. (2012). Oecd review of telecommunication policy and regulation in mexico. *OECD Publishing*. doi: <http://dx.doi.org/10.1787/9789264060111-en>
- Ortega, J. (1990). *Numerical analysis: A second course*. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Peitz, M. (2005a, February). Asymmetric access price regulation in telecommunications markets. *European Economic Review*, 49(2), 341-358.
- Peitz, M. (2005b, November). Asymmetric regulation of access and price discrimination in telecommunications. *Journal of Regulatory Economics*, 28(3), 327-343.
- Shy, O. (2001). *The economics of network industries*. Cambridge University Press.
- Stryzowska, M. (2012). Estimation of loss in consumer surplus resulting from excessive pricing of telecommunication services in mexico. *OECD Publishing*. doi: <http://dx.doi.org/10.1787/5k9gtw51j4vb-en>