CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DOCENCIA ECONÓMICAS, A.C.

EVOLUCIÓN Y ESTABILIDAD DE REDES: UN MODELO DE PLATAFORMA

TESINA

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

MAESTRO EN ECONOMÍA

PRESENTA

JOSÉ JAIME SAN JUAN CASTELLANOS

DIRECTOR DE LA TESINA: DR. ANTONIO JIMÉNEZ MARTÍNEZ

MÉXICO, D.F. MAYO, 2014

Contenido

Lista de figuras

Sección 1

Introducción

Las relaciones bilaterales que se dan entre agentes para transmitir información o comercializar algún producto, por ejemplo, así como las estructuras de red que se obtienen como consecuencia de las decisiones de los agentes son un tema importante en la economía. En un contexto en el cual los agentes toman decisiones de formar o romper relaciones en el tiempo, el análisis que resulta interesante es sobre las redes que son estables en el largo plazo. En Myerson (1977) se considera inicialmente un modelo de formación de redes en el que cada agente anuncia simultáneamente los agentes con quienes desea crear una relación; de este modo un enlace es creado sólo cuando ambos agentes involucrados están de acuerdo. En tal modelo se utilizan conceptos de juegos cooperativos para analizar estabilidad. En su análisis, una red es estable si los agentes que forman enlaces están de acuerdo en formarlo, mientras que los enlaces que no aparecen en la red es porque alguno de los agentes no está de acuerdo en formar tal relación. En Aumann y Myerson (1988) se estudia un juego de formación endógena de enlaces utilizando grafos cooperativos y se considera que los agentes no son miopes, es decir, son capaces de ver las consecuencias futuras de sus decisiones.

Un enfoque diferente al de Myerson es el introducido por Jackson y Wolinsky en (1996), en donde se presenta un modelo de red económica y social en el cual los agentes actúan como se describe a continuación: para que pueda existir un enlace entre dos agentes es necesario que ambos estén de acuerdo en crearlo, mientras que para deshacer una relación basta que alguno de los dos agentes involucrados así lo desee. En el mismo trabajo se introduce un nuevo concepto de solución: *estabilidad a pares*, según el cual una red se considera estable si ningún individuo o par de individuos tiene incentivos para modificar la red, ya sea rompiendo un enlace o añadiendo alguno. En Bala y Goyal (2000) se describe un modelo donde los agentes tienen la posibilidad de crear relaciones unidireccionales (además de relaciones bidireccionales), es decir, la formación de enlaces no requiere estrictamente el consentimiento de ambos agentes involucrados; sin embargo, el agente dispuesto a formar un enlace asume un cierto costo en la formación del mismo. La ventaja de este enfoque es que permite la noción de equilibrio de Nash como concepto de solución. Los resultados que obtienen contrastan con los de Jackson y Wolinsky (1996).

Los enfoques descritos anteriormente consideran las redes en un contexo estático. Es en Jackson y Watts (2002) en donde el modelo de Jackson y Wolinsky (1996) se extiende a un contexto dinámico, pues como se advierte en el trabajo, la noción de estabilidad a pares es débil en el sentido de que no considera algún proceso de formación de la red en específico. La forma en que se extiende el modelo a un contexto dinámico es mediante la consideración de que una red evoluciona de dos formas: dos individuos pueden formar una conexión si la utilidad que obtendrían sería mayor a la que la configuración actual les ofrece, o un individuo puede romper un enlace si esta decisión mejora su utilidad en términos de la estructura actual. Aparte de considerar la evolución de la red, Jackson y Watts (2002) añaden un factor estocástico al modelo al considerar la posibilidad de que un agente tome una decisión errónea. En su trabajo encuentran que siempre es posible encontrar una red estable a pares o un ciclo cerrado de redes, que es un conjunto de redes tal que desde cualquier red del conjunto es posible evolucionar[1] a cualquier otra red dentro del conjunto. Bala y Goyal (2000) también desa-

[1]El concepto de evolución que se utiliza es el de camino de mejora. En la Sección 2 se describen con más detalle los aspectos teóricos del modelo de redes.

rrollan un modelo de formación de redes dinámico, en donde el juego de elección de agentes con quien se desea formar o romper un enlace se repite en cada periodo de tiempo y cada agente puede ver la red del periodo anterior y con cierta probabilidad mantiene su estrategia y con la probabilidad restante eligen una mejor respuesta a la estrategia de los demás agentes basando su decisión únicamente en la observación de la red previa. El enfoque utilizado en su trabajo es no cooperativo.

Un supuesto relevante en el modelo de Jackson y Watts (2002) es el hecho de que un agente o un par de agentes toma una decisión comparando únicamente su utilidad actual con la utilidad que se obtiene inmediatamente después de llevar a cabo la acción. Jackson y Watts (2002) hacen la observación de que bajo el protocolo de evolución propuesto es posible que un agente tome una decisión que le mejore su utilidad actual, sin embargo, esta decisión podría hacer que un segundo agente tome otra decisión que deje al primer agente igual o peor que como estaba inicialmente. El supuesto en el modelo es que los agentes son miopes, es decir, son incapaces de predecir que pasará después de tomar ellos su decisión y tener en cuenta el comportamiento futuro de los demás agentes para decidir. Como se señala en Herings, Mauleon, y Vannetelbosch (2009), este supuesto de miopía puede resultar inadecuado en situaciones en las que un agente decide aceptar una desutilidad actual si se da cuenta que en un futuro podría obtener una mayor utilidad. A manera de ejemplo, en Herings et al. (2009) se presenta un modelo de redes criminales en el cual los agentes se ven limitados a no alcanzar una mayor utilidad a causa de su miopía. El nuevo concepto de solución que se introduce en Herings et al. (2009) es el de conjunto estable a pares con previsión perfecta, y para poder comparar sus resultados con los de la literatura se extiende también el concepto de estabilidad a pares a uno de conjunto estable a pares miope. También se señala que la forma en que se define la previsión en el modelo tiene sentido cuando los agentes aceptan que los posibles pagos futuros sólo pueden ser alcanzados después de llegar a una red estable, de este modo se asume que un agente es lo suficientemente paciente como para ignorar todos los pagos o posibles pérdidas antes de que se logre la estabilidad.

Un enfoque de previsión en la evolución de redes donde se considera no sólo la utilidad futura sino todos los pagos que obtiene un agente camino a una red estable es el de Dutta, Ghosal, y Ray (2005); sin embargo, el análisis es más sofisticado y menos manejable que el llevado a cabo por Herings et al. (2009).

Una consideración adicional es sobre los incentivos que tiene un agente para formar enlaces. Mantener una relación de amistad, por ejemplo, conlleva un cierto costo (tiempo, dinero, etc.), un investigador que es coautor con otros investigadores tiene que enfrentar un costo por el tiempo que dedica a escribir un artículo con cada investigador. Una relación de comercio puede llevar consigo un costo para las partes involucradas, ya sea lo que le cuesta al consumidor acceder al producto o lo que tiene que pagar el vendedor por acceder al mercado. En general, existen situaciones como las anteriores en que los agentes no tienen incentivos para formar enlaces, a pesar de que las relaciones les brindan utilidad. Esto sucede cuando los ingresos marginales derivados de sucesivas conexiones disminuyen y/o cuando los costos marginales de conexiones adicionales aumentan provocando una congestión en la expansión de la red. En la vida real una solución a este tipo de problemas son las plataformas, tales como las redes sociales, de trabajo o de intercambio de información, por ejemplo, que ofrecen ventajas a sus usuarios como una reducción en el costo de la formación de enlaces a cambio de una cierta tarifa, motivándolos a expandir su número de relaciones.

En el presente trabajo se aborda este último aspecto. La idea, motivada por la discusión anterior, es establecer una plataforma (administrada por una firma) sobre una red de tal manera que le permita a los agentes pagar una cuota fija para poder relacionarse con los demás agentes involucrados en la plataforma con ningún costo adicional. De este modo, se tratan de modificar los incentivos de los agentes para que formen más enlaces. Los conceptos de solución que se utilizan son el de estabilidad a pares propuesto por Jackson y Wolinsky (1996) y el de estabilidad a pares con previsión perfecta propuesto por Herings et al. (2009).

La estructura del trabajo es como sigue: en la Sección 2 se presenta la teoría de formación de redes económicas existente y que es utilizada en este trabajo. Se presenta el concepto de estabilidad a pares de Jackson y Wolinsky (1996) y la extensión de este concepto que hacen Herings et al. (2009) a conjunto estable a pares miope. También se introduce un conjunto estable a pares con previsión perfecta, concepto de solución que considera a un agente capaz de tomar en cuenta más de un solo movimiento al momento de tomar su decisión de formar o romper un enlace. Se presentan los resultados obtenidos por Herings et al. (2009) con los que es posible caracterizar un conjunto estable a pares con previsión perfecta cuando es que existe. También se discuten algunos ejemplos con el objetivo de ayudar a la comprensión de la teoría presentada. En la Sección 3 se establece un modelo de red con plataforma, motivado por la presencia de una congestión en la red y utilizando como base el modelo de conexiones simétricas introducido como ejemplo en la Sección 2. Al hacer un análisis de estabilidad utilizando el modelo de conexiones simétricas con plataforma se demuestra que bajo ciertas condiciones de los parámetros la red completa es la única red estable a pares miope, mientras que bajo otras condiciones se prueba que una forma de red estable a pares miope es aquella en la que el grupo de agentes que forman la plataforma están todos conectados entre sí y todos los agentes fuera de la plataforma están todos conectados a un solo agente dentro de la plataforma. A esta forma de red nos referiremos como pseudoestrella. Utilizando el concepto de estabilidad a pares con previsión perfecta se considera el caso en que la red completa forma un conjunto único estable a pares miope con previsión perfecta. Mediante un ejemplo con cuatro jugadores, dos de ellos en una plataforma, se verifica que las dos redes en forma de pseudoestrella forman cada una un conjunto estable a pares con previsión perfecta bajo ciertas condiciones sobre los parámetros. Finalmente, en la Sección 4 se discuten las conclusiones.

Sección 2

Conceptos y definiciones

En esta sección se presenta el marco conceptual de la teoría de formación de redes económicas y sociales. Algunas de las definiciones son estándares en la literatura actual. El modelo descrito a continuación fue introducido por Jackson y Wolinsky (1996). Se presenta el protocolo de evolución dinámico que aparece en Jackson y Watts (2002), así como la propuesta de evolución con previsión de Herings et al. (2009). Finalmente se introducen algunos ejemplos de redes.

2.1 Modelo

A partir de ahora, supondremos que existe un número finito de agentes $N = \{1, 2, \ldots, n\}$. Cada uno de ellos establece relaciones bilaterales con los demás agentes bajo las siguientes condiciones:

i) La formación de un enlace es una decisión conjunta entre dos jugadores.

ii) Para que un enlace desaparezca basta con que uno de los dos jugadores involucrados así lo decida.

La herramienta matemática que se ajusta a estas condiciones es la teoría de grafos. Cada jugador se representa por un nodo en un grafo y un enlace entre dos jugadores indica una relación bilateral entre ambos. De este modo, dado un conjunto de jugadores $N = \{1, 2, \dots, n\}$, una *red* g es un conjunto de pares no ordenados ij, con $i, j \in N$. Utilizaremos $g + ij$ para representar la red que se obtiene al añadir el enlace ij (relación entre el jugador i y el jugador j) a la red g, mientras que $g - ij$ representará la red que se obtiene al eliminar el enlace entre i y j. La *red completa*, denotada por g^N, es el conjunto de todos los subconjuntos de tamaño 2 de N. El conjunto de todas las redes sobre N lo denotaremos por $\mathbb{G}$; y será el conjunto de todos los subconjuntos posibles de g^N.

Definición 1. *Sea* $g \in \mathbb{G}$ *y* $N(g) = \{i | \exists\ j \ \text{ tal que } \ ij \in g\}$. *Un camino en* g *que conecta* i *con* j*, para* $i, j \in N(g)$*, es un conjunto de nodos distintos* $\{i_1, i_2, \dots, i_k\} \subseteq N(g)$ *tal que* $i_1 = i$*,* $i_k = j$ *y* $\{i_1 i_2, i_2 i_3, \dots, i_{k-1} i_k\} \subseteq g$*.*

En el contexto económico la formación y evolución de una red se lleva a cabo de forma estratégica, pues el objetivo ahora es que los agentes decidan a partir del protocolo descrito y de un esquema de incentivos la formación o eliminación de enlaces en la red. La manera de introducir este comportamiento en el modelo es mediante una estructura de valuación que se define a continuación.

Definición 2. *Una* **función de asignación** *es una función* $Y : \mathbb{G} \to \mathbb{R}^n$ *que describe cómo se distribuye el valor de una red entre sus jugadores.*

De la anterior definición se sigue que la utilidad que obtiene un agente i, esto es, Y_i, depende no sólo de sus enlaces, sino de la configuración total de la red.

2.1.1 Ejemplo: El modelo del coautor

El modelo del coautor fue introducido en Jackson y Wolinsky (1996). La red está formada por investigadores que escriben artículos en colaboración con otros investigadores. La utilidad de cada investigador es una función de sus enlaces con los demás. El tiempo que un investigador invierte en un proyecto es inversamente proporcional al número de proyectos en los que está trabajando. La función de utilidad de un investigador i está dada como sigue:

$$
\begin{aligned}
Y_i(g) &= \sum_{j:ij\in g} \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} + \frac{1}{n_i n_j} \right) \\
&= \sum_{j:ij\in g} \frac{1}{n_i} + \sum_{j:ij\in g} \frac{1}{n_j} + \left(\frac{1}{n_i} \sum_{j:ij\in g} \frac{1}{n_j} \right) \\
&= 1 + \left(1 + \frac{1}{n_i} \right) \sum_{j:ij\in g} \frac{1}{n_j}
\end{aligned} \tag{2.1}
$$

Donde se considera que $Y_i(g) = 0$ si $n_i = 0$. La interpretación de Y_i es como sigue: el valor del proyecto depende del tiempo invertido por ambos investigadores, esto es $\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}$, más un valor extra, considerado la sinergía entre ambos $\frac{1}{n_i n_j}$. La utilidad de cada individuo en cada posible red (distinta hasta una permutación de los jugadores) cuando $n = 4$ se muestra en la Figura 2.1.

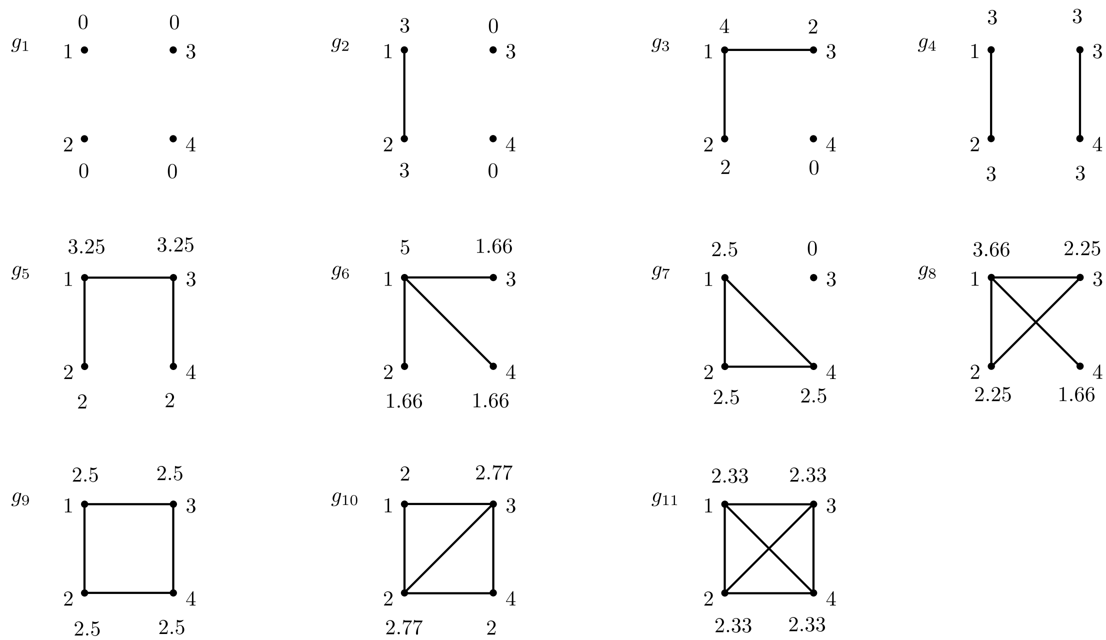

Figura 2.1: Distintas redes posibles con $n = 4$ con sus respectivos pagos en el modelo del coautor

2.2 Conceptos de estabilidad en redes

Para predecir qué redes son más probables de formarse en el largo plazo, describiremos a continuación el concepto de solución de *estabilidad a pares* introducido en Jackson y Wolinsky (1996). Bajo este concepto, una red es estable siempre que ningún par de individuos tiene incentivos a formar un nuevo enlace y ningún individuo en particular se beneficia de romper un enlace existente. Formalmente tenemos:

Definición 3. *Una red g es estable a pares con respecto a la regla de asignación Y si:*

i) $\forall ij \in g$, $Y_i(g) \geq Y_i(g - ij)$ *e* $Y_j(g) \geq Y_j(g - ij)$, *y*

ii) $\forall ij \notin g$, *si* $Y_i(g) < Y_i(g + ij)$, *entonces* $Y_j(g) > Y_j(g + ij)$.

Diremos que g' es *adyacente* a g si $g' = g + ij$ ó $g' = g - ij$ para algún ij. Una red g' *vence* a g si $g' = g - ij$ y $Y_i(g') > Y_i(g)$ o $Y_j(g') > Y_j(g)$, o si $g' = g + ij$ con $Y_i(g') \geq Y_i(g)$ y $Y_j(g') \geq Y_j(g)$, con al menos una desigualdad estricta. La definición de estabilidad a pares es equivalente a la proposición de que una red no sea vencida por cualquier otra red.

Este concepto de estabilidad a pares no toma en cuenta ningún proceso de formación. La forma en que se discute la evolución de una red a otra es introduciendo el concepto de camino de mejora, que nos dice cómo se evoluciona de una red a otra. De este modo, se pasa de estudiar redes en un contexto estático a uno dinámico.

Definición 4. *Un camino de mejora de una red g a una red $g' \neq g$ es una sucesión finita de redes adyacentes $g_1, g_2, \ldots, g_K$ con $g_1 = g$ y $g_K = g'$ tal que para cada $k = 1, \ldots, K-1$ se cumple:*

i) $g_{k+1} = g_k - ij$ *para algún* ij *tal que* $Y_i(g_{k+1}) > Y_i(g_k)$, *ó bien*

ii) $g_{k+1} = g_k + ij$ *para algún* ij *tal que* $Y_i(g_{k+1}) > Y_i(g_k)$ *e* $Y_j(g_{k+1}) \geq Y_j(g_k)$.

La definición anterior se interpreta como sigue: en el primer caso, se romperá un enlace en una red existente si la utilidad que tiene un individuo involucrado en ese enlace incrementa sin el enlace; mientras que en el segundo caso, una red pasa a tener un enlace más si ambos individuos que forman el enlace obtienen una utilidad al menos igual que la que tenían con la red anterior, con uno de ellos obteniendo una utilidad estrictamente mayor.

Definición 5. *Un conjunto de redes C forman un ciclo si para cada $g, g' \in C$ existe un camino de mejora que conecta a g con g'. Un ciclo es maximal si no es un subconjunto propio de un ciclo. Un ciclo es cerrado si ninguna red de C está en algún camino de mejora hacia una red que no está en C.*

La idea detrás de un ciclo de redes es la siguiente: en el momento en que un agente toma una decisión únicamente se fija en su utilidad actual y la que obtendría con su decisión. En el siguiente instante de tiempo, algún otro agente podría tomar otra decisión que hiciera que la utilidad del primer agente fuera igual o peor, de donde el primer agente tendría incentivos a tomar una decisión que le permita obtener la utilidad que tenía inicialmente. Notemos que el comportamiento descrito es consecuencia directa del supuesto de miopía de los agentes, pues no son capaces de predecir la posible decisión de los demás una vez que toman su decisión.

El siguiente resultado aparece en Jackson y Watts (2002):

Teorema 1. *Para cualquier Y, existe al menos una red estable a pares o un ciclo cerrado de redes.*

Este teorema es muy importante, pues nos asegura que siempre será posible encontrar alguna red (o conjunto de redes) que pueden ser estables en el largo plazo en un contexto dinámico, pues recordemos que bajo un contexto estático no existía la noción de ciclo.

A continuación se presenta el concepto de estabilidad con previsión que se utiliza en este trabajo. La idea que se utiliza es la de previsión perfecta introducida en Herings et al.

(2009), donde el agente es capaz de ver todas las posibles decisiones de los demás una vez que él ha tomado la suya. La forma en que se establece la idea de previsión es cambiando la definición de camino de mejora[1] por uno de camino de mejora con previsión, que se define a continuación:

Definición 6. *Un camino de mejora con previsión de una red g a una red $g' \neq g$ es una sucesión finita de redes adyacentes $g_1, g_2, \ldots, g_K$ con $g_1 = g$ y $g_K = g'$ tal que para cada $k = 1, \ldots, K-1$ se tiene:*

i) $g_{k+1} = g_k - ij$ *para algún* ij *tal que* $Y_i(g_K) > Y_i(g_k)$*, ó*

ii) $g_{k+1} = g_k + ij$ *para algún* ij *tal que* $Y_i(g_K) > Y_i(g_k)$ *e* $Y_j(g_K) \geq Y_j(g_k)$.

Si existe un camino de mejora con previsión de una red g a una red g', entonces escribiremos $g \to g'$; g' es la red final de algún camino de mejora con previsión perfecta desde g. Entre dos redes pueden existir distintos caminos de mejora con previsión perfecta. Se define para una red g el conjunto $F(g) = \{g' \in G \,|\, g \to g'\}$, que consiste en todas las redes que pueden ser alcanzadas por un camino de mejora con previsión desde g. La diferencia de esta definición de camino de mejora con la de camino de mejora normal es que ahora la utilidad se compara respecto a la red del final del camino g_K, y no respecto a la red adyacente g_{k+1}. Con esta definición a la mano, el concepto de solución que se introduce en Herings et al. (2009) es el de conjunto estable a pares con previsión. Se dice que un conjunto de redes G es estable a pares con previsión si cumple tres condiciones: *i)* dada una red $g \in G$ ningún agente o par de agentes tiene incentivos a desviarse, pues terminarían igual o peor que como estaban inicialmente, *ii)* existe un camino de mejora con previsión desde cualquier red fuera de G hacia alguna red de G y *iii)* no existe subconjunto propio de G que cumpla las condiciones anteriores. De manera formal se tiene:

Definición 7. *Un conjunto de redes $G \subseteq \mathbb{G}$ es estable a pares con previsión perfecta si:*

i) *Para toda red* $g \in G$*:*

[1]En Herings et al. (2009) se le denomina camino de mejora miope.

ia) $\forall ij \notin g$ *tal que* $g + ij \notin G$, $\exists\ g' \in F(g+ij) \cap G$ *tal que* $(Y_i(g'), Y_j(g')) = (Y_i(g), Y_j(g))$, *ó* $Y_i(g') < Y_i(g)$ *ó* $Y_j(g') < Y_j(g)$,

ib) $\forall ij \in g$ *tal que* $g - ij \notin G$, $\exists\ g', g'' \in F(g-ij) \cap G$ *tal que*

$$Y_i(g') \leq Y_i(g) \quad e \quad Y_j(g'') \leq Y_j(g).$$

ii) $\forall g' \in \mathbb{G} \setminus G$, $F(g') \cap G \neq \emptyset$.

iii) $\nexists G' \nsubseteq G$ *tal que* G' *satisface las condiciones ia), ib) y ii).*

Para poder comparar los resultados con este nuevo concepto de equilibrio, los autores extienden el concepto de solución de estabilidad a pares de Jackson y Wolinsky (1996) a uno de un conjunto estable a pares miope. Para esto, se define antes $M(g) = \{g' \in \mathbb{G} \mid g \mapsto g'\}$, donde $g \mapsto g'$ quiere decir que existe un camino de mejora de g a g'.

Definición 8. *Un conjunto de redes* $G \subseteq \mathbb{G}$ *es estable a pares miope si:*

i) Para toda red $g \in G$*:*

ia) $\forall ij \notin g$ *tal que* $g + ij \notin G$, $(Y_i(g+ij), Y_j(g+ij)) = (Y_i(g), Y_j(g))$, *ó* $Y_i(g+ij) < Y_i(g)$ *ó* $Y_j(g+ij) < Y_j(g)$,

ib) $\forall ij \in g$ *tal que* $g - ij \notin G$, $Y_i(g-ij) \leq Y_i(g) \quad e \quad Y_j(g-ij) \leq Y_j(g)$.

ii) $\forall g' \in \mathbb{G} \setminus G$, $M(g') \cap G \neq \emptyset$.

iii) $\nexists G' \nsubseteq G$ *tal que* G' *satisface las condiciones ia), ib) y ii).*

El resultado relevante es el siguiente:

Teorema 2. *El conjunto de redes que consiste de todas las redes que pertenecen a un ciclo cerrado es el único conjunto estable a pares miope.*

El resultado anterior nos dice que hay únicamente un conjunto estable a pares miope, y es el formado por todas las redes que son estables a pares (pues ellas solas forman un ciclo cerrado de una sola red) más las redes que pertenecen a un ciclo cerrado.

En Herings et al. (2009) se demuestra que siempre existe un conjunto estable a pares con previsión y adicionalmente se demuestran los siguientes resultados que ayudan a caracterizarlo.

Teorema 3. *Si para cada $g' \in \mathbb{G} \setminus G$ tenemos $F(g') \cap G \neq \emptyset$ y para cada $g \in G$ se tiene $F(g) \cap G = \emptyset$, entonces G es un conjunto estable a pares con previsión.*

Teorema 4. *El conjunto $\{g\}$ es un conjunto estable a pares con previsión perfecta si y sólo si para cada $g' \neq g$ se tiene $g \in F(g')$.*

Teorema 5. *El conjunto G es el único conjunto estable a pares con previsión si y sólo si*

$$G = \{g \in \mathbb{G} \mid F(g) = \emptyset\}$$

y para cada $g' \in \mathbb{G} \setminus G$, se tiene $F(g') \cap G \neq \emptyset$.

A continuación mostraremos algunos modelos de redes existentes en la literatura a manera de ejemplo.

2.3 Ejemplos de redes

2.3.1 Modelo del coautor

El modelo del coautor es el introducido en la Subsección 2.1.1. La forma en que evolucionan las redes se representa en la Figura 2.2, de donde se sigue que la única red estable a pares es la red completa g_{11}, pues es la única red que vence a las demás.

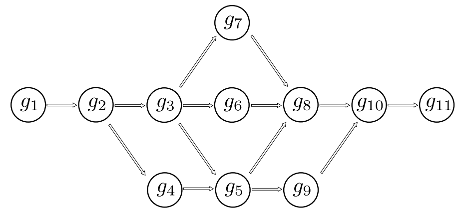

Figura 2.2: Diagrama de evolución de las redes en el modelo del coautor

2.3.2 Modelo de conexiones simétricas

Este modelo también aparece en Jackson y Wolinsky (1996) y representa la interacción social entre individuos que se comunican directamente con aquellos con quienes están relacionados. Por medio de esos enlaces los individuos también se benefician de la comunicación indirecta de los vecinos de aquellos con quien están conectados y así sucesivamente. Formalmente, el pago del individuo i viene dado como sigue:

$$Y_i(g) = \sum_{j \neq i} \delta^{t(ij)} - \sum_{j:ij \in g} c, \tag{2.2}$$

donde $0 < \delta < 1$, $c > 0$ es el costo en el que incurre un individuo al formar un enlace y $t(ij)$ es la longitud del camino más corto entre los individuos i y j, que se toma como infinito cuando no están conectados. En este caso, la relación entre δ y c determina las redes estables a pares miopes. El resultado aparece en forma de proposición en Jackson y Wolinsky (1996). En la Figura 2.3 aparecen las redes distintas cualitativamente para el caso $n = 4$ con sus respectivos pagos.

2.3.3 Modelo de redes criminales

El siguiente modelo aparece como ejemplo en Herings et al. (2009) y es una versión simplificada del presentado en Calvó-Armengol y Zenou (2005). Supongamos que hay n jugadores en donde cada uno es un criminal y todos compiten por llevarse el botín. Si dos jugadores están relacionados, entonces forman parte de la misma red criminal. Cada grupo de criminales

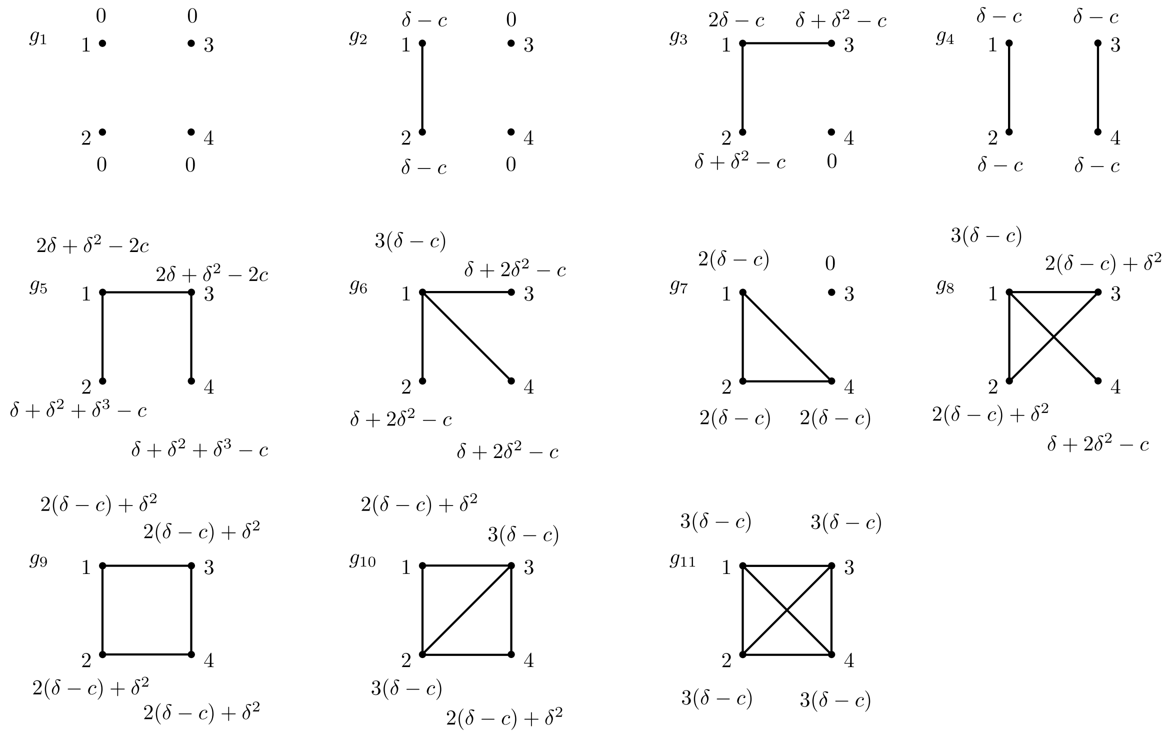

Figura 2.3: Modelo de conexiones simétricas con $n = 4$

tiene una probabilidad positiva de ganar el botín, que una vez obtenido es repartido entre los integrantes de la red en función de la estructura de la misma. Denotemos por $Y_i(g)$ el pago del criminal i. Entonces:

$$
\begin{aligned}
Y_i(g) &= p_i(g)\left[y_i(g)(1-\phi)\right] + (1 - p_i(g))y_i(g) \\
&= y_i(g)\left[1 - \phi p_i(g)\right],
\end{aligned}
$$

donde:

$p_i(g)$**:** Probabilidad del individuo i de ser atrapado.

ϕ**:** Unidad porcentual del botín que tiene que pagar por su delito.

$y_i(g)$**:** Fracción esperada del botín que le corresponde al jugador i.

La forma de repartir el botín es como sigue: en una red, aquellos con igual número de enlaces mayor que los demás se reparten el botín entre ellos solos, mientras que a los demás no les toca nada. Formalmente, sea $S \in C(g)$ un grupo criminal y sea $\tilde{n} = \max_{i \in S}\{n_i\}$. El pago del criminal i está dado como sigue:

$$y_i(g) = \frac{|S|}{n} \cdot \alpha_i(g) \cdot B$$

donde:

$|S|$**:** Número de individuos en el grupo S.

n**:** Total de criminales.

$\alpha_i(g)$**:** Porcentaje del botín que le corresponde al individuo i

B**:** Botín, B>0.

$$\alpha_i(g) = \begin{cases} \frac{1}{\#\{j \in S | n_j = \tilde{n}(S)\}} & \text{si } \ n_i = \tilde{n}(S) \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

En Herings et al. (2009) se describe el ejemplo para $n = 3$, en donde se observa que si $\phi < 3/2$ el conjunto estable a pares miope es el formado por las redes con un solo enlace y por la red completa, mientras que para $\phi \geq 3/2$ el conjunto estable a pares miope es el formado únicamente por la red completa. De igual forma se hace la observación que en el caso $\phi < 3/2$ la red completa forma un conjunto estable a pares con previsión perfecta.

Sección 3

Un modelo de plataforma en una red

En esta sección se describe la idea central y novedosa de este trabajo, que es introducir una plataforma en una red, motivando primero el por qué introducirla y después mostrando un ejemplo donde se puede ver como actúa la plataforma sobre la red y como toma relevancia el concepto de previsión bajo este modelo. Ésta constituye la aportación original del trabajo. Como la principal modificación que hace la plataforma es sobre la función de utilidad de los agentes, el protocolo de evolución de la red no se ve alterado[1], por tanto, podremos utilizar los conceptos de estabilidad y los resultados descritos en la Sección 2.

3.1 Motivación

En los modelos de redes la función de valuación de un individuo se define en relación a la arquitectura de la red de la que forma parte. En el modelo del coautor, por ejemplo, la utilidad de un individuo depende de los trabajos que está actualmente realizando y de con quienes los está realizando. En el modelo de redes criminales la utilidad esperada depende también de los agentes con quien está conectado un individuo. En el modelo de conexiones simétricas la utilidad de un agente está dada por la forma en que se conecta con los demás agentes

[1] Los agentes continuan utilizando el protocolo de evolución descrito en la Sección 2, en el cual forman enlaces si es que a ambos les conviene, con al menos uno estrictamente, y rompen enlaces si algún agente obtiene una mayor utilidad sin el enlace.

(arquitectura de la red) y por una desutilidad que se debe a los costos que le genera a un individuo mantener un enlace directo en la red. Si los ingresos de los agentes son cóncavos y la función de costos es convexa la red tiene dificultades para expandirse, pues, después de cierto momento, los individuos no tienen tantos incentivos para formar más enlaces. La idea de introducir una plataforma en la red nace entonces de tratar de cambiar los incentivos que los agentes tienen para formar más enlaces asignando en lugar de un pago individual por cada enlace una cuota fija para acceder a la plataforma y formar enlaces con los demás individuos en la plataforma con ningún costo adicional. Con previsión perfecta, la plataforma genera externalidades para que los agentes fuera de la plataforma se conecten con los que están en la plataforma. Para poder describir a mayor detalle la forma en que esta plataforma operaría en la red, se dan a continuación las especificaciones del modelo propuesto.

3.2 Características del modelo

La plataforma es una institución que permite a los agentes que son miembros de la misma relacionarse con otros agentes pagando una tarifa fija por permanecer en la plataforma y ningún costo adicional por cada relación que establezcan con otros usuarios de la plataforma. Supondremos que $N^P \subset N$ es un subconjunto de agentes que serán los miembros de la plataforma. Los agentes que forman parte de este subconjunto son elegidos de forma exógena y esta característica permanece inalterada. La función de utilidad de un agente i, $Y_i : \mathbb{G} \to \mathbb{R}$ será de la forma

$$Y_i(g) = R_i(g) - C_i(g),$$

en donde R_i es una función de ingresos y C_i es una función de costos. Tenemos que $R_i, C_i : \mathbb{G} \to \mathbb{R}$. Para poder hacer un análisis previo, consideraremos que la función de valuación depende del número de conexiones que tiene un individuo. Para esto, definamos lo siguiente:

- $n_i(g)$: Número de conexiones *directas* del individuo *i* en la red g (individuos con quienes está conectado directamente).

- $s_i(g)$: Número de conexiones *indirectas* del individuo *i* en la red g (individuos con quienes está conectado indirectamente).

Para poder plantear la función de valuación, supondremos para R y C lo siguiente:

$$R : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+ \quad \text{y} \quad C : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+,$$

supuesto con el que la utilidad del agente depende únicamente del total de conexiones del individuo y no de la forma en particular en que el agente tiene establecidas tales relaciones. De este modo, si los agentes son ex-ante idénticos tenemos:

$$Y(g) = R(n_i(g) + s_i(g)) - C(n_i(g)),$$

de esta especificación de la función de utilidad tenemos lo siguiente:

$$\frac{d^2 Y_i(g)}{dn_i^2} = \frac{d^2 R_i(g)}{dn_i^2} - \frac{d^2 C_i(g)}{dn_i^2}.$$

Asumiendo que al agente le resulta beneficioso mantener enlaces (directos o indirectos) pero que la utilidad que obtiene se ve mermada conforme aumenta la cantidad de conexiones, se tiene $R'(\cdot) > 0$ (creciente) y $R''(\cdot) < 0$ (cóncava), es decir, la función de ingresos presente rendimientos marginales decrecientes. Además suponiendo que los costos son crecientes y que la función C exhibe costos marginales crecientes se tiene $C'(\cdot) > 0$ y $C''(\cdot) > 0$. Bajo estas condiciones generales se tiene que

$$\frac{d^2 Y_i(g)}{dn_i^2} = \frac{d^2 R_i(g)}{dn_i^2} - \frac{d^2 C_i(g)}{dn_i^2} < 0,$$

es decir, la utilidad marginal del agente es decreciente, lo que hace que llegue un momento en el cual al agente no le resulte tan atractivo formar más enlaces. Esta situación la interpretaremos naturalmente como congestión, y es el principal problema que la plataforma trata de resolver cambiando los incentivos que el agente tiene en la formación de enlaces.

Para la función de ingresos supondremos que es la misma para todos los agentes, esto es, $R_i = R$, $i = 1, \ldots, n$. Sin embargo, la diferencia está en la función de costos, pues supondremos que $C_i = C^P$ para cada $i \in N^P$, mientras que $C_i = C$ para todo $i \in N \setminus N^P$. Se definen los siguientes conjuntos:

$$N_i^P(g) = \{j \in N^P \setminus \{i\} \mid ij \in g\}, \quad N_i(g) = \{j \in (N \setminus N^P) \setminus \{i\} \mid ij \in g\},$$

así, los vecinos de i que están en la plataforma (aquellos agentes que pertenecen a N^P) son $N_i^P(g)$ y los que no están son $N_i(g)$. Especificamos $n_i^P(g) = |N_i^P(g)|$ y $n_i(g) = |N_i(g)|$.

Para un agente que no está en la plataforma $i \in N \setminus N^P$, tenemos

$$C_i = C\left(n_i^P(g) + n_i(g)\right)$$

mientras que para $i \in N^P(g)$, se tiene

$$C_i = C^P = f + C\left(n_i(g)\right).$$

De la definición de las funciones de costos anteriores, se sigue que f es la cuota que los agentes dentro de la plataforma (los agentes de N^P) pagan por formar parte de la plataforma. La ventaja que estos agentes tienen de este pago fijo es que sus costos no dependen más de sus relaciones directas con individuos dentro de la plataforma (C no depende más de $n_i^P(g)$), mientras que para los agentes que no están en la plataforma sus costos dependen tanto de sus enlaces con individuos de la plataforma (aquellos agentes en N^P) como de sus enlaces con agentes fuera de la plataforma (agentes en $N \setminus N^P$).

En el modelo de conexiones simétricas introducido en 2.3.2 se establecen los ingresos que un agente obtiene de sus enlaces como

$$R(g) = \sum_{j \neq i} \delta^{t(ij)}$$

donde recordemos que $t(ij)$ es el número de enlaces en el camino más corto entre los agentes i y j, y se define como ∞ en el caso en que no existe camino alguno. Los costos en este modelo son proporcionales al número de enlaces directos que tiene un individuo.

3.3 Modelo de conexiones simétricas con plataforma

Para ilustrar el modelo de red con plataforma, consideraremos el modelo de conexiones simétricas introducido en la Subsección 2.3.2. La función de ingresos es $R(g) = \sum_{j \neq i} \delta^{t(ij)}$. La función de utilidad para los agentes que no están en la plataforma viene dada por la Ecuación (2.2), mientras que para los agentes que están en la plataforma su función de utilidad es como sigue:

$$Y_i(g) = \sum_{j \neq i} \delta^{t(ij)} - f - \sum_{\substack{j:ij \in g \\ j \notin N^P}} c, \tag{3.1}$$

Si consideramos el concepto de estabilidad a pares de Jackson y Wolinsky (1996), es posible establecer el siguiente resultado. Es interesante notar que el mensaje de este resultado coincide con el que ofrece la Proposición 2 de Jackson y Wolinsky (1996).

Proposición 1. *Consideremos el modelo de conexiones simétricas con plataforma descrito previamente. Entonces:*

i) Para $c < \delta - \delta^2$, la única red estable a pares (miope) es la red completa g^N.

ii) Para $\delta(1 - \delta) < c < \delta$, cualquier red en la que todos los individuos de la plataforma están interconectados entre sí y los de fuera de la plataforma están conectados todos con uno solo de la plataforma es una red estable a pares.

Prueba.

i) Sea g una red arbitraria distinta de la red completa g^N, y sean $i, j \in N$ tal que $ij \notin g$. Entonces pueden ocurrir tres casos:

1. $i \in N^P, j \in N^P$. En este caso ambos individuos están en la plataforma; además, se cumple lo siguiente:

$$Y_i(g + ij) \geq Y_i(g) + \delta - \delta^2 > Y_i(g),$$
$$Y_j(g + ij) \geq Y_j(g) + \delta - \delta^2 > Y_j(g).$$

   Las desigualdades anteriores nos dicen que si i y j forman un enlace entonces la utilidad en la nueva red sería mayor que la que obtienen actualmente, pues es más benéfico un enlace directo (δ) que uno indirecto (δ^2), por tanto ambos agentes tienen incentivos a formar un enlace. Luego en este caso la red g puede desviarse hacia la red $g + ij$.

2. $i \in N^P, j \notin N^P$. De forma similar al caso anterior tenemos

$$Y_i(g + ij) \geq Y_i(g) + \delta - \delta^2 - c > Y_i(g),$$
$$Y_j(g + ij) \geq Y_j(g) + \delta - \delta^2 - c > Y_j(g).$$

   Por tanto, i y j tienen incentivos a crear un enlace y así hacer que g se desvíe a $g + ij$.

3. $i \notin N^P, j \notin N^P$. Este caso es exactamente igual al anterior, en el que ambas utilidades mejoran.

De lo anterior, se sigue que en cualquier caso dos agentes no conectados tienen incentivos a conectarse, pues la utilidad obtenida supera los costos. Por tanto, como siempre que haga falta un enlace habrá incentivos a crearlo, se sigue que la única red estable a pares es la red completa.

ii) Sea g^* una red como la descrita en el resultado. Denotemos por a al agente que es el centro de la pseudoestrella, es decir, el agente que está en la plataforma y está conectado con todos los de fuera de la plataforma. Sea j un agente tal que $j \neq a$. Si j no está en la plataforma, entonces tenemos:

$$Y_a(g^*) = (n-1)\delta - f - (n - n^P)c,$$
$$Y_a(g^* - aj) = (n-2)\delta - f - (n - n^P - 1)c,$$

entonces como $Y_a(g^*) - Y_a(g^* - aj) = \delta - c > 0$, se sigue que $Y_a(g^*) > Y_a(g^* - aj)$, luego, a no tiene incentivos para romper su enlace con j. Si j es parte de la plataforma, entonces

$$Y_a(g^* - aj) = (n-2)\delta + \delta^2 - f - (n - n^P)c,$$

luego se tiene $Y_a(g^*) - Y_a(g^* - aj) = \delta - \delta^2 > 0$, es decir, $Y_a(g^*) > Y_a(g^* - aj)$. En cualquier caso, a no tiene incentivos para romper ninguno de sus enlaces.

Verifiquemos los casos restantes. Sea $i \in N^P$, $j \notin N^P$. Probemos que el enlace ij no se forma. En efecto:

$$Y_i(g^*) = (n^P - 1)\delta + (n - n^P)\delta^2 - f,$$
$$Y_i(g^* + ij) = n^P\delta + (n - n^P - 1)\delta^2 - f - c,$$

de lo anterior, $Y_i(g^*) - Y_i(g^* + ij) = c - \delta + \delta^2 > 0$, por tanto i (y j) no desea formar el enlace, pues su utilidad actual es mayor.

Sean ahora $i, j \in N^P$, Veamos que el enlace ij no se rompe:

$$Y_i(g^*) = (n^P - 1)\delta + (n - n^P)\delta^2 - f,$$
$$Y_i(g^* - ij) = (n^P - 2)\delta + (n - n^P - 1)\delta^2 - f,$$

entonces se tiene $Y_i(g^*) - Y_i(g^* - ij) = \delta - \delta^2 > 0$, por lo que i (y tampoco j) no desea romper el enlace.

El último caso es cuando $i \notin N^P,\ j \notin N^P.$ Veamos que ambos no desean formar el enlace:

$$Y_i(g^*) = \delta + (n-2)\delta^2 - c,$$
$$Y_i(g^* + ij) = 2\delta + (n-3)\delta^2 - 2c,$$

así se tiene $Y_i(g^*) - Y_i(g^* + ij) = -\delta + c + \delta^2 > 0$, de donde se sigue que $Y_i(g^*) > Y_i(g^* + ij)$, es decir, no se forma el enlace ij.

De todos los casos anteriores se comprueba que g^* es una red estable a pares.

□

Como ilustración mostramos el caso en que $n = 11,\ n^P = 6$. Una red estable a pares en el caso en que $\delta(1-\delta) < c < \delta$ sería como la que se muestra en la Figura 3.1. Todos los agentes de la platafora se relacionan entre ellos mismos, mientras que los de fuera tratan de aprovechar esa externalidad conectándose con un sólo agente dentro la plataforma.

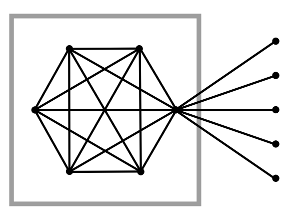

Figura 3.1: Ejemplo de una red estable a pares en el caso $\delta(1-\delta) < c < \delta$.

Considerando ahora el concepto de estabilidad a pares con previsión perfecta, también es posible establecer el siguiente resultado. Recordemos que en este caso no hablamos de redes estables, sino de conjuntos estables a pares con previsión perfecta. Aunque la naturaleza del resultado que sigue es similar a la del caso *i)* del Resultado 1, no podemos decir que es el mismo, pues la naturaleza de la evolución es distinta: en el caso de estabilidad a pares miope (concepto de Jackson y Wolinsky (1996)) los agentes van mejorando su utilidad periodo a periodo, mientras que en el caso de estabilidad a pares con previsión perfecta (concepto de Herings et al. (2009)) los usuarios desde el principio de la evolución *se dan cuenta* de que la red completa es la que mayor utilidad les ofrece y hacen lo posible por llegar a ella.

Proposición 2. *En el modelo de conexiones simétricas con plataforma, si $c < \delta - \delta^2$, entonces el único conjunto estable a pares con previsión perfecta es el formado por la red completa $\{g^N\}$.*

La idea de la prueba es que el pago que reciben los jugadores tanto los que están en la plataforma como los que no están es el mayor posible en la red completa que en cualquier otra red, por tanto, para cualquier red que haga falta un enlace, los agentes involucrados decidirán añadirlo ambos considerando que la utilidad que obtendrán en la red completa es mayor que la utilidad que les ofrece la red actual. Esto se debe a que la externalidad de formar un enlace es positiva para los demás agentes, pues en el peor de los casos si un agente decide formar un enlace la utilidad de sus vecinos se queda como estaba inicialmente, pero nunca disminuye, pues la externalidad no es negativa[2]. De este modo, si $g \neq g^N$ entonces $g^N \in F(g)$, además, como la utilidad de los agentes en g^N es la mayor posible, ningún agente deseará romper algún enlace, de donde se tiene que $F(g^N) = \emptyset$. Una aplicación directa del Teorema 5 nos da como resultado que el único conjunto estable a pares con previsión perfecta es $\{g^N\}$.

3.4 Ejemplo $n = 4$

En la Figura 3.2 aparecen las distintas redes cualitativas y los respectivos pagos de los agentes en el modelo de conexiones simétricas con plataforma cuando $n = 4$, $N^P = \{1, 2\}$. Podemos establecer el siguiente resultado bajo el concepto de estabilidad a pares con previsión perfecta de Herings et al. (2009):

[2]Algo que no ocurre en el modelo del coautor, por ejemplo, pues si un investigador decide formar un enlace adicional automáticamente disminuye la utilidad de aquellos agentes que ya son sus vecinos. En este caso la externalidad de formar enlaces es negativa.

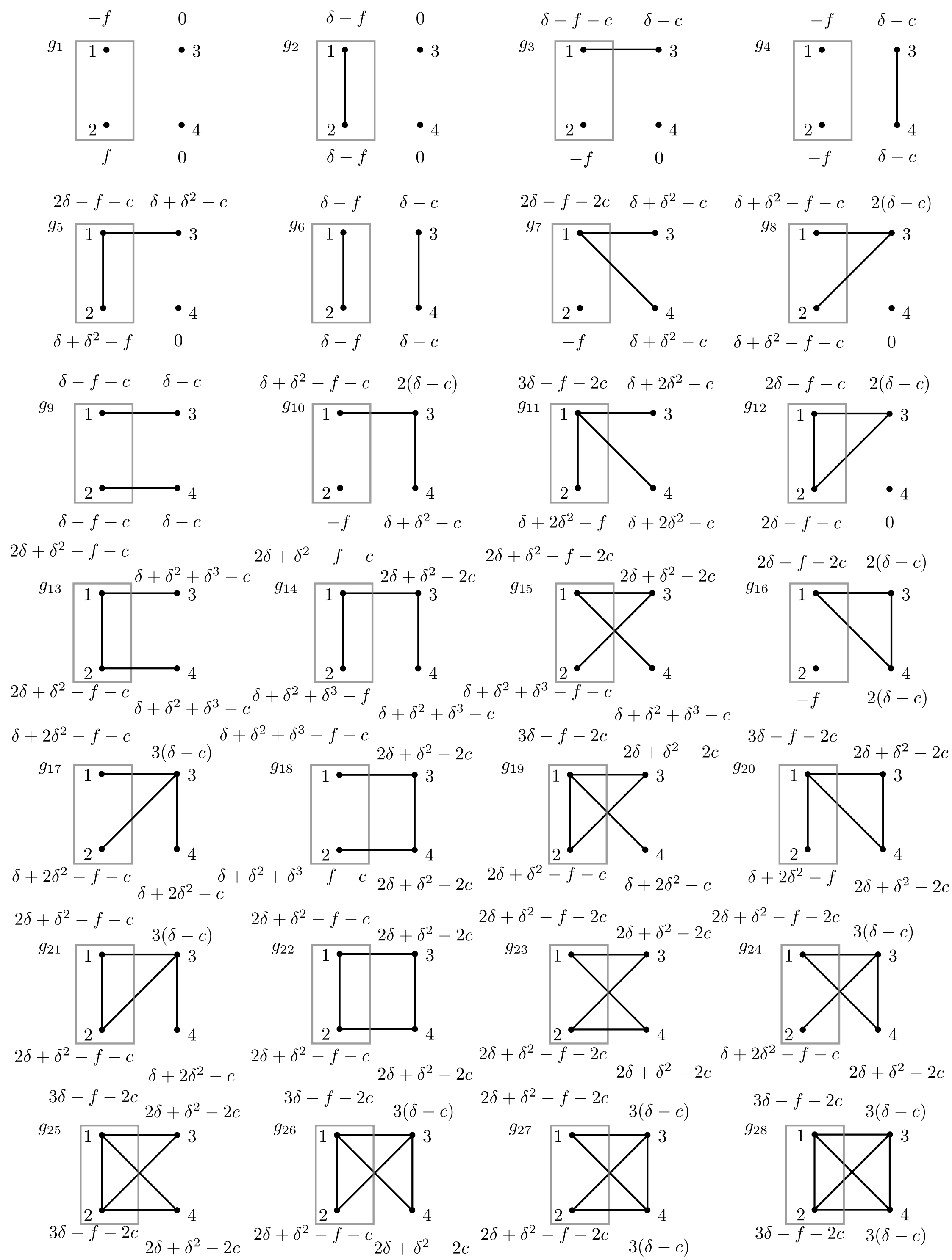

Figura 3.2: Modelo de conexiones simétricas con $n = 4$ con plataforma

Proposición 3. *En el modelo de conexiones simétricas con plataforma con* $n = 4$ *y* $N^P = \{1, 2\}$*, si* $\delta - \delta^2 < c < \delta$*, entonces* $\{g_{11}\}$ *es un conjunto estable a pares con previsión* *perfecta.*

Prueba. Primero observemos que de g_1 a g_{11} existe un camino de mejora con previsión perfecta, a saber

$$g_1 \to g_2 \to g_5 \to g_{11}. \tag{3.2}$$

En este camino se cumple la propiedad de que en cada evolución todos los agentes tienen la misma utilidad a excepción de los que forman el enlace, que tienen una mayor utilidad. De lo anterior, se tiene que $g_{11} \in F(g_1)$. Ahora, en las redes con un solo enlace los agentes que forman el enlace pueden darse cuenta que obtienen una mayor utilidad en la red g_{11}, por tanto cualquier agente deseará romper su enlace para asi llegar a la red g_1, de donde construyendo el camino con previsión (3.2) es posible llegar a g_{11}; por tanto se tiene $g_{11} \in F(g_2)$, $g_{11} \in F(g_3)$ y $g_{11} \in F(g_4)$. Para las redes con dos enlaces ocurre algo similar, pues en cada red existe al menos un agente que desea romper algúno de sus enlaces, ya que observan que en g_{11} obtendrían una mayor utilidad, de donde llegan a una red con un solo enlace y el razonamiento previo también aplica en este caso. De lo anterior $g_{11} \in F(g_5)$, $g_{11} \in F(g_6), \ldots, g_{11} \in F(g_{10})$. En el caso de g_{12}, notemos que el agente 1 desea romper cualquiera de sus enlaces, pues puede obtener una mayor utilidad en g_{11}. Para g_{13}, g_{14} y g_{15} el agente 4 desea romper el único enlace que forma con tal de evolucionar hacia g_{11}, mientras que en g_{16} cualquier agente con enlaces está dispuesto a romper alguno de sus enlaces con tal de llegar a g_{11}. En g_{17} y en g_{18} el agente 2 desea romper su enlace. Para todos los casos previos, se llega a una red con dos enlaces, de donde nuevamente es posible construir un camino de mejora con previsión hacia g_{11} llegando primero a la red vacía y después construyendo el camino (3.2). De este modo se tiene que $g_{11} \in F(g_{12}), \ldots, g_{11} \in F(g_{18})$. En g_{19} y en g_{20} el agente 3 desa romper alguno de sus enlaces, mientras que en g_{21}, g_{22}, g_{23} y g_{24} el agente 2 es el que desea romper algún enlace. De lo anterior, se llega a una red con tres enlaces, y nuevamente es posible construir un camino de mejora con previsión perfecta hacia g_{11}; por tanto, $g_{11} \in F(g_{19}), \ldots, g_{11} \in F(g_{24})$. En g_{25}, g_{26} y g_{27} el agente 2 desea romper algún enlace, llegando a una red con cuatro enlaces y conluyendo que $g_{11} \in F(g_{25}), g_{11} \in F(g_{26}), g_{11} \in F(g_{27})$. En

g_{28} cualquier agente distinto de 1 desea romper alguno de sus enlaces con tal de llegar a g_{11}, luego $g_{11} \in F(g_{28})$. De todo lo anterior, para cada $g \in \mathbb{G}$, $g \neq g_{11}$ se cumple $g_{11} \in F(g)$, de donde aplicando el Teorema 4 se sigue que $\{g_{11}\}$ es un conjunto estable a pares con previsión. $\square$

El resultado anterior nos dice que la red g_{11} forma un conjunto estable a pares con previsión perfecta, mas no nos asegura que es el único conjunto. Aunque pareciera que el resultado anterior es similar al de la parte *ii)* del Resultado 1 con $n = 4$, hay que darnos cuenta que no es lo mismo: en este caso, los agentes, desde cualquier red, se dan cuenta de que la configuración en forma de pseudoestrella les ofrece la mayor utilidad posible, por tanto, eso los incentiva a romper enlaces y su decisión motiva a otros agentes a que hagan lo mismo. Esa es la diferencia con el concepto de estabilidad a pares miope. Con previsión perfecta, los agentes desde un comienzo logran ver un camino posible hacia una red que les ofrece una mayor utilidad y tratan de tomar decisiones de tal forma que los demás agentes también se den cuenta del mismo camino, cosa que no ocurre con el concepto de Jackson y Wolinsky (1996), pues en ese caso los agentes sólo consideran su decisión en el instante y en ningún momento toman en cuenta las decisiones posibles de los demás agentes.

La idea de que todos los agentes dentro de la plataforma en una red estable a pares con previsión perfecta terminen relacionándose entre ellos resulta natural: al obtener una disminución en los costos, si la utilidad de los agentes depende del número de relaciones directas y estas relaciones despúes de la cuota fija no tendrán ningún costo, los agentes desde un principio se dan cuenta que siempre querrán al menos estar conectados con todos los demás de la plataforma. Los agentes fuera de la plataforma, dadas las restricciones de los parámetros, se dan cuenta que su mejor opción será conectarse con alguno de la plataforma, pues conectarse con otro agente fuera de la plataforma es una mala decisión, en el sentido que no aportaría una mayor externalidad como lo haría un agente dentro la plataforma. Todo lo anterior hace que la red en forma de pseudoestrella, dada la función de utilidad, sea una buena predicción.

Sección 4

Conclusiones

En el presente trabajo se propuso un modelo de evolución y formación de red con el objetivo de expandir la red cuando la función de valor tiene rendimientos marginales decrecientes en el número de conexiones del agente. Para eso, se considera la existencia de una plataforma en la cual los agentes que forman parte de ella asumen un costo fijo y se les permite relacionarse con otros agentes también dentro de la plataforma con ningún costo adicional.

Utilizando como base el modelo de conexiones simétricas se obtuvo: (i) las condiciones sobre los parámetros bajo las cuales la red completa y la red en forma de pseudoestrella son redes estables a pares, (ii) las condiciones bajo las cuales es posible asegurar que la red completa forma un único conjunto estable a pares con previsión perfecta y (iii) en el ejemplo con $n = 4$ que las redes en forma de pseudoestrella forman ambas conjuntos estables a pares con previsión. De forma natural o intuitiva, el hecho de disminuir los costos a los agentes dentro de la plataforma hace que tengan incentivos para tomar esa ventaja a su favor y conectarse lo más que se pueda en la plataforma. Sin embargo no ocurre lo mismo para los agentes fuera de la plataforma, que tratan de aprovechar esta externalidad que se forma dentro de la plataforma conectándose únicamente a un agente dentro de la plataforma cuando las condiciones sobre los costos hacen un enlace indirecto más rentable que uno indirecto.

Como observación se tiene que el hecho de que los agentes fueran elegidos como parte de la plataforma de forma exógena hace que no les importe el nivel de la cuota f que la firma administradora de la plataforma desea establecer, pues en la toma de decisiones sólo les interesa saber de que forma pueden mejorar su utilidad con respecto a la red inicial, ya que si de antemano los agentes en la plataforma inician con una pérdida, no importa que tan bajo o alto es el costo, los agentes solo se interesan en la forma en que agregando o rompiendo enlaces con los demás jugadores pueden mejorar su utilidad.

Como trabajo posterior se propone la idea de hacer endógena la decisión del agente de pertenecer a la plataforma y también analizar el problema de maximización de la firma con este cambio en el modelo. En este caso sería interesante analizar como sería la oferta de la firma administradora de la plataforma al momento de ofrecer la tarifa correspondiente. En cualquier caso, es posible que si la plataforma tiene incentivos a elevar la tarifa de acceso sea necesario un esquema regulatorio sobre este modelo.

Referencias

Aumann, R. J., y Myerson, R. (1988). "The shapley value: Essays in honor of Lloyd S. Shapley." En A. E. Roth (Ed.), (Cap. Endogenous formation of links between players and of coalitions: an application of the Shapley value). Cambridge University Press.

Bala, V., y Goyal, S. (2000). "A noncooperative model of network formation." *Econometrica*, *68*(5), 1181–1229.

Calvó-Armengol, A., y Zenou, Y. (2005). "Social networks and crime decisions: The role of social structure in facilitating delinquent behavior." *International Economic Review*, *45*(3), 939–958.

Dutta, B., Ghosal, S., y Ray, D. (2005). "Farsighted network formation." *Journal of Economic Theory*, *122*(2), 143–164.

Herings, P. J.-J., Mauleon, A., y Vannetelbosch, V. (2009). "Farsightedly stable networks." *Games and Economic Behavior*, *67*(2), 526–541.

Jackson, M. O. (2008). *Social and economic networks*. Princeton University Press.

Jackson, M. O., y Watts, A. (2002). "The evolution of social and economic networks." *Journal of Economic Theory*, *106*(2), 265–295.

Jackson, M. O., y Wolinsky, A. (1996). "A strategic model of social and economic networks." *Journal of Economic Theory*, *71*(1), 44–74.

Myerson, R. (1977). "Graphs and cooperation in games." *Mathematics of Operation Research*, *2*(3), 225–229.