CIDE

NÚMERO 39

Pedro Reyes Ortega

TARIFAS ÓPTIMAS EN LA EXTRACCIÓN DE AGUA. MODELO DE JUEGOS DISCRETOS Y DE MULTIPROCESOS

1. Introducción

El presente trabajo tiene como objetivos los siguientes puntos:

1.1. Construir un modelo de juegos discretos y programación dinámica, información completa y estocástico con el que: *i)* se determinen anualmente estructuras tarifarias o de sanciones económicas óptimas por bloques de agua extraída, que la hagan recurso renovable, y/o que cumpla con las normas sanitarias y de calidad; *ii)* los productores seleccionen los cultivos, superficies y tecnologías caracterizadas por su intensidad en el uso de agua, que les produzcan la utilidad máxima, esto es, que la producción agrícola se lleve a cabo eficientemente.

1.2. Aplicar el modelo a La Laguna. El trabajo se ha organizado en siete apartados: en el de "antecedentes" se hacen algunas consideraciones sobre la política de subsidios aplicada al campo, en especial al recurso líquido, y las implicaciones que tal política ha tenido en el deterioro del agua y sus repercusiones en la salud humana de continuar con tal situación. El apartado tercero, intitulado "derechos de propiedad e instrumentación de tarifas" se centra en dos casos típicos: cuando el gobierno es propietario del recurso y cuando lo concesiona o transfiere. Se revisan los procesos básicos de administración del recurso que sigue el gobierno y sus desventajas en la negociación e instrumentación tarifaria, incluidas las de mayores costos frente al caso de concesión o transferencia. El cuarto apartado se refiere a la descripción del juego, específicamente entre un agente gubernamental y una organización de productores, los cuales poseen información completa, con lo que se deja fuera de este trabajo el juego que estudie cómo se asignan entre ellos el agua. En el quinto se da cuenta de la formalización del modelo a partir de sus supuestos, las funciones objetivo de cada jugador, las ecuaciones de movimiento de acumulación del agua expresadas en diferencias, así como la estructura tarifaria o de sanciones bajo su forma discreta, incluidos los efectos aleatorios de la recarga del acuífero y del régimen de escurrimiento que altera la extracción de agua. El sexto apartado se concentra en el desarrollo de las relaciones de recurrencia que son utilizadas en la solución (séptimo apartado). Ésta se presenta para el caso de atemporal y temporal, y es la aportación central del trabajo, resultando novedosa frente a las estructuras tarifarias en boga, ya que la estructura sólo se compone de dos bloques: en el primero la tarifa es cero, mientras que en el segundo la tarifa iguala a las utilidades a valor presente esperadas y acumuladas para cada año en el que se esté determinando la estructura tarifaria.

La ventaja que presenta es de que en su primer bloque no introduce distorsiones en la asignación del agua a los diferentes cultivos. También destaca que, bajo información completa, disponer de una regla de acumulación de agua al inicio del juego, y la forma de la función objetivo del agente gubernamental, conducen a encontrar por separado la trayectoria de la política de extracción del agua que alimenta la maximiza-

El autor agradece a Pedro Alonzo su apoyo computacional.

ción de utilidades del productor y la determinación óptima de la estructura tarifaria del agente gubernamental. Los hallazgos anteriores, de orden teórico, se aplican al caso de La Laguna en la última parte. Finalmente, deseo manifestar que en la revisión de la literatura de los últimos 15 años, las contribuciones en juegos dinámicos se refieren a los diferenciales, no encontrando referencia que utilizara los juegos en discretos o en diferencias.

2. Antecedentes

Hasta fines de los ochenta, el agua para usos agrícolas en México, incluida la extraída del subsuelo, se caracterizó por ser bien libre (precio cero) para el productor, al lado de tarifas eléctricas subsidiadas y apoyos en la perforación y construcción de pozos, así como en la adquisición, instalación y mantenimiento de los equipos de extracción. La finalidad de estos y otros apoyos (fertilizantes subsidiados, restricciones a los productos importados, precios de garantía, entre otros), de expandir la producción agrícola y orientarla a productos seleccionados se logró indudablemente, pero se generaron efectos no deseados, básicamente:

i) Asignación y utilización ineficiente de recursos y factores, que se tradujo en la producción de cultivos no rentables, de eliminarse los subsidios; y la generación de utilidades extra normales de cultivos que, de no disponer de subsidios, sólo derivarían utilidades normales.

ii) Expansión, en consecuencia, del área de cultivo y/o utilización de tecnologías intensivas en factores e insumos subsidiados como el agua, exacerbando su demanda. El efecto es que los ritmos de extracción han crecido por encima de los de recarga.

iii) El uso del agua como bien libre ha llegado en algunas zonas a provocar agotamientos de acuíferos, con la consecuente eliminación de la propia actividad agrícola, o bien se han acompañado de intrusión de aguas marinas con el mismo efecto sobre la agricultura, como ocurre en algunas regiones del estado de Baja California Sur. En otras zonas, la extracción se realiza cada vez a mayor profundidad, elevando las concentraciones de sales, principalmente arsénicas, en el agua. La cual, utilizada en los productos agrícolas directamente tiende a demeritar la salud humana y del ganado, como ocurre en La Laguna. Como las normas de calidad apenas comienzan a aplicarse, no existe una diferenciación de productos, por lo que, por ahora, el precio de ese tipo de productos no difiere del resto.

iv) En consecuencia, el agua extraída como bien libre genera costos sociales que absorben grupos de generaciones actuales en términos de calidad sanitaria de los productos y de salud, y de desperdicio, incluida la ineficiente asignación de otros insumos y factores utilizados en el proceso productivo agrícola actual. El costo para generaciones futuras (y ya algunas presentes) es el de no poder disponer del recurso en el proceso agrícola o de otro tipo, cancelando actividades productivas de la región de que se trate.

3. Derechos de propiedad e instrumentación de tarifas

En este ensayo se consideran dos casos típicos de derechos de propiedad: en el primero, el gobierno federal es el dueño y administrador del recurso líquido en los distritos de riego por bombeo; mientras que en el segundo, el gobierno transfiere o concesiona el recurso a la organización de productores, teniendo éstos la libertad de darle el uso y transferibilidad que deseen.

En el primer caso, que es el ortodoxo, el gobierno juega un papel activo, cuyo éxito depende del grado de control de cada usuario, así como del grupo en su conjunto.

En el segundo caso, la administración y el control está a cargo de la organización de productores y posibilita que el gobierno sólo se concrete a establecer: el valor de la concesión en lo global o por unidad extraída, compatible con una política de extracción que considere al agua como bien renovable; o un sistema de sanciones económicas que induzcan el cumplimiento de las políticas globales de extracción, de ocurrir la transferencia de los derechos a la organización. La distribución del líquido entre productores de la organización se deja fuera de este trabajo, aunque puede ser proporcional al hectareaje de cada productor.

A priori, el primer caso se caracteriza por costos de administración mayores que el segundo, así como por la aparición real o latente de costos sociales, consecuencia de sistemas deficientes de control y de la posibilidad de arreglos que se den entre administradores y usuarios.

En efecto, la administración e instrumentación de las tarifas a cargo del gobierno plantea tres aspectos a considerar: *i)* la aceptación de una estructura tarifaria y su pago correspondiente por quienes antes no lo cubrían, o que, estando la estructura en operación, sufra de escalaciones; *ii)* la administración en sus componentes registro, recaudación y control de las tarifas, cuyo aspecto relevante es el recaudatorio (evitando la evasión) que, de lograrse, significa la privatización de los costos sociales, y *iii)* el diseño de la estructura tarifaria.

La aceptación de tarifas, o escalación de las existentes, se traduce en un problema de negociación entre grupos involucrados. En México, las acciones de los grupos afectados pueden ir desde las manifestaciones hasta la toma de carreteras, para así llegar con una posición de fuerza política a las reuniones de negociación con los representantes de los gobiernos federal y estatal. Por ejemplo, la escalación de tarifas eléctricas aplicadas a los productores agrícolas (tarifa 9) ha derivado en incumplimiento del pago por un número creciente de productores que utilizan el bombeo, por lo que se han tenido que plantear programas especiales de apoyo y quitas, para zonas que extraen agua a más de 200 m. Más aún, en entidades como Chihuahua, los productores han manifestado como causas de cartera vencida la retarificación eléctrica y tasas de interés prácticamente no subsidiadas, procediendo a la toma de carreteras y puentes internacionales.

Sin embargo, el uso racional del agua del subsuelo, aun bajo esquemas tarifarios administrados por el gobierno, tiende a verse favorecido por la instrumentación de regulaciones y normas de tipo fitozoosanitario. Éstas se traducen en la necesidad de poner en cuarentena productos de entidades federativas que no cumplen con tales normas (esto ha ocurrido con algunas hortalizas que han sido regadas con aguas servidas); o en la imposibilidad de exportar a nivel de país, imponiendo un alto costo social a los productores que sí las cumplen. Esta situación ocasiona que los márgenes de negociación de los productores que violan las normas disminuyan, al intervenir en el proceso productores de otras regiones del país que manifiesten políticamente los daños económicos sufridos.

Por lo que se refiere al pago y a la evasión, parecería viable mantenerlos bajo control, debido al hecho de que las perforaciones se realizan a más de 200 m, y se utilizan transformadores eléctricos para operar las bombas de extracción, los cuales requieren del consiguiente permiso y aprobación de la Comisión Federal de Electricidad (CFE). Sin embargo, no se garantiza que se dé un arreglo entre controladores y controlados, lo que favorece la aparición de desexternalidades que, para combatirlas, se requiere de sistemas elaborados de administración que resultan en mayores costos.

El tercer elemento, la tarificación, ocupa el resto del trabajo, y como se verá adelante, la estructura tarifaria óptima es la misma bajo cualquiera que sea el esquema de derechos de propiedad.

Para ello se parte de que el gobierno como poseedor del recurso fija, o al concesionar o transferir el recurso negocia, un horizonte de N años en los que se alcanzaría el nivel máximo de sales biológicamente aceptables, así como el nivel deseable anual del acuífero compatible que sea compatible con la meta de esa concentración, y que pudiera ajustarse en caso de variaciones extremas en el régimen de lluvias.

4. Descripción del juego

4.1. El juego tiene como agentes, por un lado, a la organización de productores del distrito de riego por bombeo; mientras que, por el otro, existe un representante de los intereses de la sociedad y productores futuros que designaremos como negociador público, el cual determina las tarifas, monto de concesión o tarifas de sanciones económicas para darle al agua del reservorio la característica de recurso renovable.

El administrador es alguna instancia del gobierno federal si continúa con la posesión del recurso; o la organización de productores, en caso de concesión o transferencia, es quien tiene que garantizar con alguna fianza el cumplimiento del nivel de agua del acuífero, o una determinada calidad del líquido, previamente pactados.

4.2. Los productores agrícolas poseen información completa de los productos factibles de sembrar y sus precios en el mercado, sus rendimientos y paquetes tecnológicos y de sus costos, seleccionando los productos y tecnologías que utilizan agua y que les permiten maximizar sus utilidades, dentro de ese espacio de factibilidad tecnologías-productos de la región bajo consideración. En este proceso de maximización, se privatizan costos sociales, por medio de tarifas, correspondientes a la extracción del agua, y los productores toman en cuenta el régimen de lluvias para determinar la extracción de agua para riego de sus productos.

4.3. Por su parte, el nivel objetivo del reservorio es el que contenga la concentración mayor de sales biológica y/o técnicamente aceptables para los usos agrícolas, ya que si se sobrepasa se presentan daños a la salud de corto y largo plazo, o se salinizan las tierras de cultivo, decayendo sus propiedades productivas. (Esto reemplaza el proceso tradicional de balance gasto-carga por uno de carácter económico y de privatización de costos sociales.) Puede ocurrir que el acuífero se encuentre con concentraciones por encima de las aceptables, por lo que alcanzar el nivel objetivo en el corto plazo podría no ser factible. No así si se impone la condición de que ese nivel se alcance después de un periodo suficiente de *N* años. Este caso es el que se presenta en algunas zonas como el Valle de Santo Domingo, en B.C.S., y La Laguna. También puede ocurrir que el acuífero todavía no alcance un nivel crítico como el descrito, por lo que las políticas tarifarias se aplicarían para que el reservorio se mantenga renovable.

4.4. Al negociador público se le considera que procede con información completa, al recibir como señales las series históricas de los consumos de agua, las recargas históricas y los regímenes de lluvias, así como de las utilidades de los productores; y tener acceso al espacio de factibilidades tecnologías-productos y rendimientos. Con ello, determina una estructura tarifaria o de sanciones, la cual da a conocer a la organización de productores, antes del comienzo de la temporada. Tal estructura la puede ir ajustando año con año de acuerdo con las reacciones del productor, hasta que al final del periodo el reservorio alcance el nivel deseado.

4.5. Con la estructura tarifaria de la extracción de agua previamente conocida, los precios de los insumos y factores, y de los productos, sus futuros o expectativas, los productores seleccionan las tecnologías utilizadoras de agua y los productos a producir, que maximizan sus utilidades. Con ello también deciden la cantidad de agua a extraer, que puede ser modificada por el régimen de lluvias, así como la superficie asignada a cada cultivo.

4.6. Con la información generada, el negociador público redefine, si fuera necesario, su política tarifaria o de sanciones por bloques de extracciones de agua subsiguientes. Esta información es conocida por los productores, repitiéndose los procesos de decisión de ambos jugadores hasta el final del periodo *N*, en el que se alcanza el nivel objetivo del acuífero.

5. Modelo de juegos discretos y de multiprocesos (programación dinámica)

5.1. Supuestos

5.1.1. Los productores y su organización son tomadores de precios en los mercados de insumos, factores y productos; excepto en el mercado del agua de su distrito de bombeo, por lo que ante una estructura tarifaria de agua actúan como monopsonistas, seleccionando la cantidad de agua a consumir, de acuerdo con la oferta que les revela el administrador del agua.

5.1.2. La organización de productores dispone de un conjunto finito, explicitado y acotado de tecnologías utilizadoras de agua extraída, por producto factible de producir. Cada punto de este conjunto está representado por una función de producción homogénea de grado uno en factores, semicóncava y con productividades marginales no crecientes y no negativas.

5.1.3. Se excluyen procesos productivos de siembras asociadas de productos (por ejemplo, maíz y frijol conjuntamente), esto es, un área puede utilizarse en un periodo para un solo producto, aunque la superficie total pueda incluir un sinnúmero de productos.

5.1.4. Aunque la agricultura se ha distinguido por la existencia de un mercado imperfecto de bienes de capital destinados a los usos agrícolas, incluidos los equipos de extracción y de riego de agua, se supone la existencia de un mercado de renta de equipos de manera que el productor pueda cambiar las tecnología y equipos de extracción y riego de una temporada a otra, y que el costo en el que incurre ya está incorporado en la renta.

5.1.5. A la organización de productores se le considera con memoria, por lo que busca maximizar sus utilidades en todo el periodo de los N años, seleccionando el binomio tecnologías utilizadoras de agua y productos agrícolas correspondientes.

5.1.6. Se considera que las concentraciones máximas permisibles de sales contenidas en el agua se definen de manera exógena, transformándose en el volumen o profundidad deseable del acuífero. Por su parte, el horizonte en el que se alcance la profundidad del agua subterránea se negocia entre los dos jugadores, quienes tienen la capacidad de pronosticar los niveles de precipitación y recarga del acuífero, mientras que la regla del proceso de acumulación de agua puede obtenerse como variable de política, o bien fijarse al inicio del juego entre ambos jugadores. Por último, las cláusulas contractuales entre el negociador público y la organización de productores se hacen efectivas a través del orden jurídico existente y fianzas del segundo jugador.

5.2. Nomenclatura

Sean: i = producto agrícola, j = tecnología utilizadora de agua de riego, g = factor o insumo, t = tiempo, N = horizonte para alcanzar la meta del reservorio, U = utilidad del productor, ir = tasa real de interés, Q = cantidad de producto, A_a = cantidad de agua extraída por el productor, A = cantidad de agua que el administrador espera que sea extraída, A' agua utilizada (lluvia y extraída), $Fgij$ = factores e insumos productivos (no incluida el agua), fg = precio o renta unitaria de factor g, Pi = precio del producto i, P_0 precio del bloque $\Delta A\, V_s$ de agua, CA_t = costo de agua, CA_{at} = costo fijo de la tarifa de agua extraída aplicable hasta un consumo inicial $\Delta\, AV_o$, CEa_t = costo de electricidad correspondiente a la extracción del agua A_a, Y_t = precipitación de lluvia en t, con $EY_i = Y \cdot Y_i^*$ = recarga del acuífero, con $EY_t^* = Y^* \cdot B$, n parámetros de control de la tarifa del agua extraída, Ao = agua correspondiente al primer bloque, X_t^* = nivel programado del reservorio. X_t = nivel real del reservorio, d = regla de acumulación de agua, e_1, e_2, v_1, v_2 variables estocásticas, a, b, c parámetros diversos (cuando no aparecen como subíndices).

5.3. Modelo

5.3.1. Negociador público del agua

Función objetivo:

$$\min_{B_t, n_t} E[\Sigma_t(X_t^* - X_t)^2], \; t = 1 \dots N. \tag{1}$$

Balance de agua subterránea:

$$X_t = X_{t-1} + Y_t - A_{at}. \tag{2}$$

Recarga del reservorio:

$$Y_t = EY_t + e_{1t}, \text{ con } EY_t = Y, \; (1 - a_1 L)e_{1t} = v_{1t}, \; Ev_{1t} = 0, \; Ev_{1t}v_{1t} = \sigma 2_1, \; Ev_{1t}v_{1\,t+j} = 0, \tag{3}$$

siendo L el operador de retrasos.

Nivel deseado del reservorio, en m lineales de profundidad:

$$X_t^* = X_{t-1} + (X_N^* - X_{t-1})d_t, \tag{4}$$

siendo dt la regla de acumulación ajustable para alcanzar en N años el nivel deseado X_t^*. Así, con $d_t = 1/(N - t + 1)$ la regla es de pendiente creciente en el tiempo; mientras que si $d_t = 1/N$ es de pendiente constante; o si $X_t^* = d_t X_N^*$ los niveles deseado y alcanzado son independientes entre sí, por ejemplo $d_t = t/N$.

5.3.2. Relaciones de la organización de productores

Función objetivo: maximización de utilidades

$$\max_{i, j, B, n, F} E\,[\Sigma_t\, U_t\, (1 + ir)^{-t}], \text{ con } t = 1 \dots N. \tag{5}$$

Utilidad:

$$U = \Sigma_t\, P_{jt}\, Q_{jt} - \left\{CA_t\,(B_t, n_t) + CE_{at}) + \Sigma_g\, r_{gt}\,(\Sigma_{i,j}\, F_{gijt})\right\} \tag{6}$$

donde $\Sigma_{i,j}\, A_{ijt} = At$

Funciones de producción:

$$Q_{ijt} = Q_{ijt}\,(A'_{ijt}, F_{ijt}) \tag{7}$$

donde F_{ijt} es el vector (F_{gijt}). La expresión anterior se puede expresar en rendimientos por área (ton/ha):

$$q_{ijt} = Q_{ijt}/F_{1ijt} = (A'_{ijt}/F_{1ijt}\,, F_{ijt}/F_{1ijt}) = (a'_{ijt}\,, b_{ijt}) \tag{7'}$$

de suerte que la demanda derivada de factor o insumo para producir el cultivo i utilizando la tecnología j queda expresada por: $\partial Q_{ijt}/\partial A'_{ijt}\,, \partial Q_{ijt}/\partial F_{ijt}$. O bien en términos de rendimientos (decrecientes) de q_{ijt} como: $\partial q_{ijt}/\partial a'_{ijt}\,, \partial q_{ijt}/\partial f_{ijt}$.

A partir de esas funciones de demandas derivadas y de los precios de los cultivos, insumos y factores se obtienen las cantidades utilizadas de ellos F_{ijt}, por tecnología y nivel de producción. Para el factor agua, enfrentan una curva de oferta, mientras que las demás ofertas se suponen de elasticidad infinita (tomadores de precios), así como para las demandas de productos; aunque puede ocurrir para algunos productos que la organización de productores enfrente algunas demandas no perfectamente elásticas.

Agua extraída por cultivo, en cm de lámina:

$$A_{ijt} = A'_{ijt} - Y^{*}_{ijt} \ . \tag{8}$$

Precipitación:

$$\begin{gathered} Y_{ijt} \equiv Y^{*}_{t} = EY^{*}_{t} + e_{2t}\,, \\ \text{con: } EY^{*}_{t} = Y^{*},\, e_{2t} = a_2 e_{2t-1} + v_{2t}\,, \\ \text{o bien } (1 - a_2 L)e_t = v_{2t}\,, \\ \text{con } Ev_{2t} = 0,\, Ev_{2t}v_{2t} = o^2_2,\, Ev_{2t}v_{2t+j} = 0, \\ \text{siendo } L \text{ el operador de retrasos.} \end{gathered} \tag{9}$$

Disponibilidad finita del factor tierra:

$$\Sigma_{ij}\, F_{1ijt} \leq F_1\,, \ \text{para} \ \ t = 1 \ldots N. \tag{10}$$

Pago tarifario del agua:

$$CA_{mt} = CA_{ot} + \sum_{s}^{m} Pa_{st}\,\Delta AV_{st} \ \text{ con } s = 1 \ldots S \leq n, \tag{11}$$

siendo n (variable de control) el número máximo de bloques tarifarios con alguna regla para establecer los precios de cada bloque (por simplicidad por cada m^3). Por ejemplo:

$$Pa_s = Pa_{s-1} + B(Pa_{s-1} - Pa_{s-2})^{n2},$$

siendo B y $n2$ políticas de control. En el caso más sencillo $Pa_s = Pa_{s-1}\,(1 + B\,Pa_{s-1})$.

El juego busca que la cantidad de agua extraída y la que el negociador espera que el productor extraiga se igualen a través de la estructura tarifaria:

$$A_{at} = A_t. \tag{12}$$

6. Relaciones de recurrencia

6.1. Negociador público del agua

La ecuación (4) se puede reescribir como: $X_t^* = (1 = d_t)\,X_{t-1} + d_t\,X_N^*$. Por su parte, la solución a (2) es: $X_t = Xo + \Sigma_s[Y_s - A_s]$, para $s = 1 \ldots t$. Sustituyendo ambas en la relación (1) se obtiene:

$$W = \min_{B_t,\, n_t} E[\Sigma_t\,(X_t^* - X_t)^2] = \min_{B_t,\, n_t} E\left\{\Sigma_t\,[(1-d_t)\,X_{t-1} + d_t\,X_N^* - Xo - \Sigma_s(Y_s + - A_s)]^2\right\},\ t = 1 \ldots N,\ s = 1 \ldots t. \tag{13}$$

Sustituyendo X_{t-1} por su solución:

$$W = \min_{B_t\, n_t} E\left\{\Sigma_t\,[(1-d_t)\,(X_o + \sum_{s=1}^{t-1}(Y_s^* - A_s)) + d_t\,X_N^* - Xo - \sum_{s=1}^{t}(Y_s^* - A_s)]^2\right\},$$

con $t = 1 \ldots N$.

agrupando términos y utilizando las condiciones estocásticas de Y:

$$W = \min_{B_t\, n_t} E\left\{\Sigma_t\,[d_t\,(X_N - X_o) - (Y + d_t\,(t-1)Y) + (d_t \sum_{s=1}^{t-1} A_s + A_t) - (d_t \sum_{s=1}^{t}(1 - a_1 L)v_{1s} + (1 - a_1 L)v_{1t})]^2\right\},\ t = 1 \ldots N.$$

Si se desarrolla el cuadrado, se toman expectativas y se reagrupan términos:

$$\min_{B_t,\, n_t} \Sigma_t\left\{[d_t\,(X_N^* - X_o) + (d_t \sum_{s=1}^{t-1} A_s + A_t) - Y(1 + d_t\,(t-1))]^2 + - \sigma_1^2\,(1 + d_t^2\,(t-1))\,(1 - a_1 L)^{-2}\right\}. \tag{14}$$

Cuadro 1
Niveles estáticos del acuífero de La Laguna

	Régimen tarifario con punto inicial en 1993		*Bien libre*	
Año	*m.s.n.m.*	*m. lineal extraídos*	*m.s.n.m.*	*m. lineal extraídos*
1940			1 145.0	25.0
1941			1 142.7	27.3
1942			1 140.4	29.6
1943			1 138.1	31.9
1944			1 135.8	34.2
1945			1 133.5	36.5
1946			1 131.2	38.8
1947			1 128.9	41.1
1948			1 126.6	43.4
1949			1 124.3	45.7
1950			1 122.0	48.0
1951			1 119.7	50.3
1952			1 117.4	52.6
1953			1 115.1	54.9
1954			1 112.8	57.2
1955			1 110.5	59.5
1956			1 108.2	61.8
1957			1 105.9	64.1
1958			1 103.6	66.4
1959			1 101.3	68.7
1960			1 099.0	71.1
1961			1 096.7	73.3
1962			1 094.4	75.6
1963			1 092.1	77.9
1964			1 089.8	80.2
1965			1 087.5	82.5
1966			1 085.2	84.8
1967			1 083.0	87.0
1968			1 080.7	89.3
1969			1 078.4	91.6
1970			1 076.1	93.9
1971			1 073.8	96.2
1972			1 071.5	98.5
1973			1 069.3	100.7
1974			1 067.0	103.0
1975			1 064.7	105.3
1976			1 063.0	107.1
1977			1 061.1	109.0
1978			1 059.7	110.3

1979			1 057.9	112.1
1980			1 056.3	113.7
1981			1 054.7	115.3
1982			1 053.2	116.8
1983			1 051.8	118.2
1984			1 050.4	119.6
1985			1 048.9	121.1
1986			1 047.5	122.5
1987			1 046.0	124.0
1988			1 044.6	125.4
1989			1 043.2	126.8
1990			1 042.5	127.5
1991			1 040.9	129.6
1992			1 039.4	130.6
1993	1 037.9	132.1	1 037.9	132.1
1994	1 039.5	130.1	1 035.7	134.3
1995	1 041.1	128.9	1 033.5	136.5
1996	1 042.7	127.3	1 031.3	138.7
1997	1 044.3	125.7	1 029.1	140.9
1998	1 045.9	124.1	1 026.9	143.1
1999	1 047.5	122.5	1 024.7	145.3
2000	1 049.1	120.1	122.5	147.5
2001	1 050.7	119.3	1 020.3	149.7
2002	1 052.3	117.7	1 018.1	151.9
2003	1 053.9	116.1	1 015.9	154.1
2004	1 055.5	114.5	1 013.7	156.3
2005	1 057.1	112.9	1 011.5	158.5
2006	1 058.7	111.3	1 009.3	160.7
2007	1 060.3	109.7	1 007.1	162.9
2008	1 061.9	108.1	1 004.9	165.1
2009	1 063.5	106.5	1 002.7	167.3
2010	1 065.1	104.9	1 000.5	169.5
2011	1 066.7	103.3	998.3	171.7
2012	1 068.3	101.7	996.1	173.1
2013	1 069.9	100.1	993.9	176.1
2014	1 071.5	98.5	991.7	178.3
2015	1 073.1	96.9	989.5	180.5
2016	1 074.7	95.3	987.3	182.7
2017	1 076.3	93.7	985.1	184.9
2018	1 077.9	92.1	982.9	187.1

FUENTE: Para los años 1940-1992: Comisión Nacional del Agua. A partir de 1994, las estimaciones de agua como bien libre siguen la tendencia observada; mientras que las columnas del caso tarifario se obtienen con el modelo.

NOTA: m.s.n.m. = metros sobre el nivel del mar.

Cuadro 2
Participación de los cultivos en el valor agregado de La Laguna

Cultivos	*Superficie sembrada ha*	*Producción ton*	*Rendimiento ton/ha*	*Valor de cosecha N$/ciclo*	*Superficie %*	*Valor de la cosecha %*
Algodón trad.	32 013.055	144 058.748	4.5	172 870.497	38.30	7.47
Maíz grano	8 676.123	65 070.923	7.5	78 085.107	10.38	3.38
Melón	4 680.760	117 019.000	25	140 422.800	5.60	6.07
Alfalfa	20 143.985	1534 971.657	76.2	1841 965.988	24.10	79.64
Subtotal	65 513.923			2 233 344.392	78.38	96.56
Ajonjolí	3.000					
Cacahuate	144.696	285.630	1.974	1 770.800	0.80	0.08
Chile verde	268.546	3 550.987	13.223	4 720.480	1.49	0.20
Frijol	2 815.444	3 175.820	1.128	2 978.500	15.58	0.13
Hortalizas	253.831	4 007.236	15.787	6 405.280	1.40	0.28
Maíz forrajero	13 41.505	54 608.641	40.707	3 117.345	7.42	0.13
Sandía	370.324	8 600.035	23.223	3 647.020	2.05	0.16
Sorgo forrajero	3 139.171	143 124.205	45.593	8 170.225	17.37	0.35
Sorgo grano	1 736.967	6 032.486	3.473	3 247.200	9.61	0.14
Sorgo industrial	1 313.301	5 438.381	4.141	15 880.400	7.27	0.69
Tomate	481.299	9 789.614	20.34	12 773.716	2.66	0.55
Zacate	216.431	9 982.884	46.125	745.716	1.20	0.03
Frutales	203.556	77 147.570	379	568.500	1.13	0.02
Nogal desarrollo	57.020				0.32	0.00
Nogal producción	879.826	719.698	0.818	6 457.000	4.87	0.28
Vid desarrollo	7.357				0.04	0.00
Vid producción	4 839.963			9 137.00	26.78	0.40
Subtotal	18 071.077			79 619.182	21.62	3.44
Total	83 585.000			2 312 963.400	100.00	100.00

Fuente: Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos, Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias y Colegio de Postgraduados (1993), *Modernización de la agricultura*, México.

Cuadro 3
Precios de productos y costos de producción por tecnología de agua

			Costos									
					Mano de obra						*Costo*	
		Precio prod.	*Tierra N$/ha*	*Capital N$/ha*	*Manual N$/ha*	*Mec. N$/ha*	*Total N$/ha*	*Sem. N$/ha*	*Fert. N$/ha*	*Bombeo N$/ha*	*Total N$/ha*	*Ingre. N$/ha*
						N$/ton						
Algodón												
Alg1	Actual	946	711	718.5	877	74.5	951.5	81	262	750.41	3 474.4	3 784
Alg6	Pot.	946	711	624.17	1 632	65.85	1 697.9	81	262	666.03	4 042.1	4 730
Maíz												
Ma1	Actual	750	500	44.5	41.7	134.5	176.2	25.5	236.7	180.7	1 564.6	4 500
Ma6	Pot.	750	500	534	269	54	324	19.2	257.8	738.27	2 373.3	6 750
Melón												
Me1	Actual	600	1 000	547	1 082.2	57.3	1 139.5	1 650	270.5	1 364.12	5 971.1	12 000
Me6	Pot.	600	1 000	547	1 576.5	76.2	1 652.8	825	304.3	506.57	4 835.6	18 000
Alfalfa												
Alf1	Actual	60	726.19	1 490.99	337	130.3	467.3	165.39	109.7	1 507.2	1 507.2	1 350
Alf6	Pot.	60	726.19	1 490.99	131.8	173.5	305.36	124.4	213.95	1 148.3	1 148.3	7 220

FUENTE: Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos, Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias y Colegio de Postgraduados (1993), *Modernización de la agricultura*, México.

Cuadro 4
Simulación tarifaria precio del agua 1994-2018

Año	Agua disponible bloque I mill. de m³	*Precio del agua* Bloque temporal (1) N$/m³	Atemporal (2)	*Superficie* No utilizadas	Utilizada miles ha	*Utilidades a valor presente* Anuales miles N$, 1993	Acumuladas
1994	343.3	1 135.5	1 135.54	44.3	39.28	389 818	389 818
1995	270.9	1 279.0	2 718.14	56.3	27.27	346 444.94	736 262.94
1996	443.6	996.6	2 656.28	23.2	60.41	442 086.19	1 178 349.13
1997	380.5	928.9	4 025.78	37.2	46.41	353 419.4	1 531 768.53
1998	413.1	869.4	4 577.82	30.3	53.3	359 100.26	1 890 868.79
1999	402.4	812.1	5 510.88	32.6	50.98	326 819	2 217 687.79
2000	348.6	756.9	7 118.61	43.3	40.26	263 858.97	2 481 546.76
2001	344.6	707.2	7 908.25	44.1	39.52	243 715.96	2 725 262.72
2002	383.2	662.3	7 775.12	36.7	46.95	253 774.82	2 979 037.54
2003	380.5	618.9	8 448.42	37.2	46.41	235 501.32	3 214 538.86
2004	416.4	579.4	8 299.78	29.6	54.04	241 238.59	3 455 777.45
2005	291.5	537.5	12 394.25	53.1	30.46	156 649.31	3 612 426.76
2006	441.0	506.6	8 698.93	23.8	59.76	223 367.2	3 835 793.96
2007	440.3	449.8	9 161.73	24.0	59.6	198 023.71	4 033 817.67
2008	397.1	441.65	10 599.84	33.8	49.85	175 378.66	4 209 196.33
2009	417.0	413.12	10 506.39	29.5	54.15	172 281.42	4 381 477.75
2010	498.1	387.17	9 183.73	8.7	74.91	192 847.5	4 574 325.25

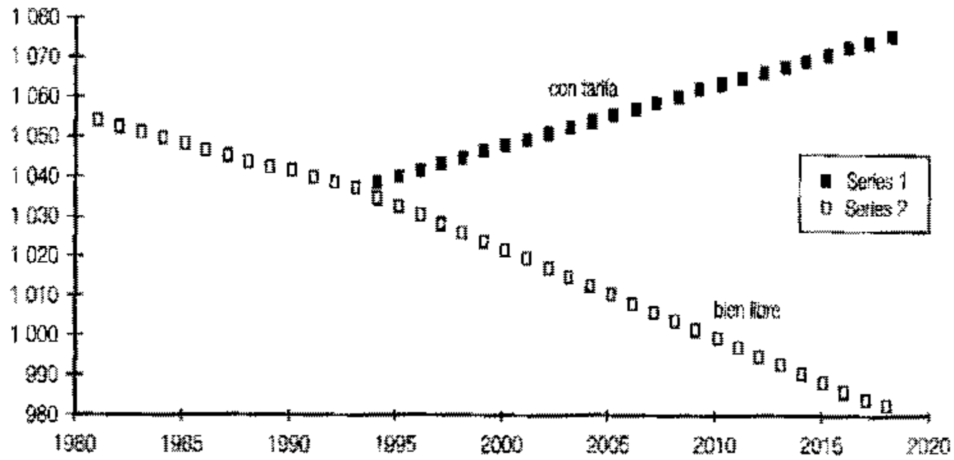
2011	423.0	362.22	11 175.97	28.1	55.55	153 222.85	4 727 548.1
2012	330.0	335.67	14 661.58	46.7	36.9	110 772.04	4 838 320.14
2013	375.2	314.54	13 210.53	38.3	45.35	118 008.2	4 956 328.34
2014	264.9	291.60	19 002.49	57.2	26.37	77 242.29	5 033 570.63
2015	423.7	275.34	12 155.94	27.9	55.7	116 657.90	5 150 228.53
2016	366.5	256.65	14 307.58	40.0	43.65	94 070.95	5 244 299.48
2017	328.0	239.31	16 228.02	47.1	36.55	78 492.14	5 322 791.62
2018	349.3	223.95	15 464.15	43.2	40.38	78 216.08	5 401 007.7

FUENTE: Resultado del modelo.

1 Se estima a partir de las utilidades máximas anuales presentes, sin incluir los costos de agua.

2 Se estima a partir de las utilidades máximas presentes acumuladas, sin incluir los costos de agua.

Gráfica 1
Profundidad del acuífero de La Laguna



FUENTE: Resultado del modelo.

Las soluciones del juego se plantean siguiendo el principio de Optimalidad de Bellman: "una política óptima tiene la propiedad de que cualquiera que sean el estado y la decisión inicial, las demás decisiones deben constituir una política óptima respecto al estado resultante de la primera decisión" (R. Bellman, 1965), con lo que la ecuación de recurrencia del punto terminal hacia atrás, establecida en t inicial es:

$$\begin{aligned} W = \min_{B_N,\, \pi_N} [W_{N-1} + W_N] = \min_{B_N,\, \pi_N} \Big\{ & [d_N (X_N^* - X_o) + (d_N \sum_{s=1}^{N-1} A_s + A_N) - Y(1 + d_N (N-1))]^2 \\ & - \sigma_1^2 (1 + d_N^2 (N-1))\, (1 - a_1 L)^{-2} + \sum_{t}^{N-1} [[d_t (X_N^* - X_o) + (d_t \sum_{s=1}^{N-2} A_s + A_t) \\ & + Y(1 + d_t (t-1)]^2 - \sigma_1^2 (1 + d_t^2 (t-1))\, (1 - a_1 L)^{-2}] \Big\}. \end{aligned} \tag{15}$$

Si la regla de acumulación es $X_t^* = d_t X_N^*$ —los niveles deseados se fijan al inicio del proceso y son independientes de los alcanzados en cada periodo, por ejemplo $d_t = t/N$— la ecuación de recurrencia es:

$$\begin{aligned} W = \min_{B_N,\, \pi_N} \Big\{ & (d_N X_N^* - X_o - NY + \sum_{s=1}^{N} A_s)^2 - N\sigma_1^2 (1 - a_1 L)^{-2} + \sum_{t}^{N-1} [(d_t X_N^* - X_o - tY \\ & + \sum_{s=1}^{N-1} A_s)^2 - t\sigma_1^2 (1 - a_1 L)^{-2}] \Big\}. \end{aligned} \tag{15'}$$

6.2. Organización de productores

Sustituyendo en la relación (5) las relaciones 6-9 del productor, con excepción de la tarifa se obtiene:

$$U = \max_{i,j,A,g} E \left\{ \Sigma_t (1+ir)^{-t} [\Sigma_j P_{jt} Q_{jt} - [CA_t (B_t, n_t) + CE_{at} + \Sigma_g f_{gt} (\Sigma_{i,j} F_{gijt})] + \lambda [\Sigma_{ij} F_{1ijt} - F_1] \right\} \text{ con } t = 1 \ldots N, \tag{16}$$

limitando el área de cultivo:

$$\Sigma_{ij} F_{1ijt} \leq F_1, \lambda = \text{precio sombra de la tierra.}$$

La aplicación del operador E requiere que se especifique la función de producción. En lo que continúa se supondrá que es ricardiana, de manera que al tener en cuenta expectativas desaparece el término $v_{1t} (1 - a_t L)^{-1}$; con lo que la relación de recurrencia del productor difiere del juego tratado como determinístico en la media del régimen de lluvias Y^*.

La ecuación de recurrencia hacia adelante (véase Anexo 1) para la organización de productor se descompone de igual manera que para el negociador público del agua, para $t = 1$ y los $N - 1$ restantes periodos:

$$\begin{aligned} U_N &= \max_{(i,j,A,g)\, t=N} [U_{N-1} + U_N (i,j,A,F)_N] \\ &= \max \left\{ (1+ir)^{-N} [P_N Q_N (Fgij_N A a_N + Y^*) - (CA_N (B_N, n_N) + CE_{aN} + \right. \\ &\quad \Sigma_g f_{gN} (\Sigma_{i,j} F_{gijN}) + \lambda (\Sigma_{ij} F_{1ijN} - F_1)] + \sum_{t=1}^{N-1} (1+ir)^{-t} [\Sigma_j P_{jt} Q_{jt} \\ &\quad \left. (F_{gijt} A_{at} + Y^*) + -(CA_t (B_t, n_t) + CE_{at} + \Sigma_g f_{gt} (\Sigma_{i,j} F_{gijt})) + \lambda (\Sigma_{ij} F_{1ijt} - F_t)] \right\}. \end{aligned} \tag{17}$$

7. Solución

7.1. Solución atemporal, estructura óptima: número de bloques y sus precios o sanciones

Lema: para cualquier periodo $t = 1 \ldots N$, la estructura tarifaria óptima es bifásica: dos bloques y sus precios correspondientes. En el primer bloque el volumen es igual al determinado como política, con una cuota fija que puede ser de cero; y el segundo con un precio o sanción por m^3 adicional al volumen anterior, igual a las utilidades esperadas antes de costo de agua.

Suponiendo que la relación de recurrencia 17 consta sólo de un periodo o se analiza para un valor de t, la única política económica que garantiza que el productor no extraiga volúmenes adicionales al determinado como meta consiste en cobrarles un monto que, cuando menos, les elimine las utilidades, a partir del m^3 extraído que hace igual el volumen extraído al calculado como óptimo en 17. Esto ocurre en esa relación cuando el mínimo de la utilidad antes del costo de agua extraída iguala al mínimo del costo de esta última. Esto sugiere desarrollar relaciones de recurrencia tarifarias (atemporales), de adelante hacia atrás, para determinar óptimamente bloques tarifarios y sus precios:

$$\begin{aligned} \text{mín } E\, CA_t\,(B_t, n_t) = \min_{i,j,A,g} E\,[\Sigma_j\, P_{jt} Q_{jt} - CE_{ot} - \Sigma_g f_{gt}\,(\Sigma_{i,j}\, F_{gijt})] + \\ \lambda\,[\Sigma_{ij}\, F_{1ijt} - F_1] = 0. \end{aligned} \tag{18}$$

Por otra parte, la estructura tarifaria que garantiza la política de extracción llevada de adelante hacia atrás es:

$$\text{mín } CA_t = CA_{mt} = CA_{ot} + \Sigma_s\, Pa_{st}\, \Delta AV_{st}, \text{ con } s = 1 \ldots m \tag{19}$$

siendo m (variable de control) el número máximo de bloques tarifarios, tomados por simplicidad por cada m^3. Si la transformación entre precios de cada bloque se supone como: $Pam_{-1} = Pam\,(1 + B)^{-1}$, o en general $Pa_{m-s} = Pa_m\,(1 + B)^{-s}$, con la característica de que $B \geq -1$, puesto que sólo así los precios son no negativos, entonces la expresión anterior queda como:

$CA_{mt} - CA_{ot} = \sum_{s=0}^{m-1} Pa_{mt}\,(1 + B)^{-s}\,\Delta AV_{st}$ que se minimiza cuando $B = -1$, necesaria y suficientemente.

Necesidad: con $B = -1$ la función alcanza un mínimo, ya que los términos $s = 1 \ldots m - 1$ son cero, obteniéndose: $CA_{mt} - Ca_{ot} = \Delta AV_{mt} Pa_{mt}$. Esto es, el último m^3 tiene para el productor un precio igual al total de sus utilidades máximas netas del costo fijo o cuota de agua. Si éste es cero, entonces los primeros $n - 1$ metros cúbicos no cuestan, mientras que del enésimo m^3 en adelante valen CA_{mt}.

Suficiencia: si se supone que la función es mínima con $s = k$, y valores de $B \geq -1$, entonces $C_{Ak-1}, C_{Ak+1} \geq C_{Ak}$, para garantizar un mínimo al menos débil.

Como $C_{Ak} = C_{Ak-1} + P_m\,(1 + B)^{-k-1}\,\Delta AV_k$, y dado que el segundo término del lado derecho es positivo, entonces CA_{ak} no es un mínimo débil ni fuerte, contra lo supuesto, para $B > -1$. Cuando $B = -1$, la estructura tarifaria se colapsa a un solo punto.

La tarificación bifásica aplicada a la transferencia o concesión del distrito de bombeo a la organización de productores, se puede hacer aun a valor cero, dado que el equipamiento de los pozos pertenecen a los productores, con lo que el costo fijo o cuota se reduce a cero, cobrándoles únicamente una penalidad P_{mt} a partir del volumen extraído $V_{mt} = n\,\Delta AV_{kt}$, que es la que les elimina todas las utilidades, pero que antes de alcanzarla les produce la mayor utilidad.

Si el gobierno es el administrador, la tarifa es la misma, siendo así irrelevante quién sea el propietario, ya que el gobierno se enfrenta a la organización de productores como un solo comprador. De otra forma, el operarla a nivel de cada productor significaría tener que hacer un cálculo por hectárea, permitiendo ventas de agua entre productores para elevar las utilidades de ellos en conjunto. El gobierno también puede subastar el agua; con lo que se logra su asignación óptima, pero no se maximizan utilidades en el sentido arriba determinado, ya que el gobierno las recoge a través de la subasta.

Como ya se comentó, en el proceso el gobierno incurre en costos administrativos por los que tendría que cobrar una cuota fija, y que hacen que la solución de transferencia o concesión sea más atractiva para la administración gubernamental, por el mayor valor de bienestar generado.

7.2. Solución temporal

La solución corresponde a maximizar el bienestar o excedente social representado por el área bajo la curvas de utilidades del productor (antes del costo del agua) y de ofertas de agua (en realidad se trata de la envolvente), esto es:

$$\text{máx } E(U,W) = \underset{t,i,j,A,F,B,n}{\text{máx}}(U - W) \qquad (20)$$

donde W corresponde a la relación 15 y U a la 17, y el valor total del juego es el máximo $E(U,W)$.

7.2.1. Política óptima de extracción de agua

Debido al supuesto de información completa es posible, con las especificaciones de las relaciones, encontrar soluciones analíticas. Más aún, la ecuación 15 o 15' permite establecer la política de extracción —valores de A_t— en función de la regla de acumulación. De esta manera, al derivar las relaciones de recurrencia respecto a cada A_t e igualarlas a cero, cuando se utiliza 15 se obtiene:

$$A_t = Y\,(d_t\,(t-1)+1) - d_t\,(X_N^* - X_o) - \sum_{s}^{t-1} d_t A_s, \text{ obteniéndose } A_1 = Y - d_1\,(X_N^* - X_o),$$

para valores iniciales $d_o = 0$, $A_o = 0$. Sustituyendo sucesivamente hacia arriba los valores de A_1, A_2, A_3, etc., se obtiene:

$$A_t = Y - (X_N^* - X_o)\,d_t\,(1-d_1)\,(1-d_2)\ldots(1-d_{t-1}). \qquad (21)$$

Si la regla de acumulación depende sólo de la meta del reservorio (15'), se obtiene mediante proceso similar al anterior:

$$A_t = Y - (d_t - d_{t-1})\,X_N^*. \qquad (22)$$

En el anexo 1 se pueden ver en detalle las derivaciones de las expresiones 21 y 22.

7.2.2. Política tarifaria óptima

Utilizando los valores de política de extracción en las relaciones 17, se obtienen las soluciones óptimas para las tarifas o sanciones óptimas. En este caso, se utilizan las relaciones de recurrencia de utilidad del productor (17) y la tarifaria (19) de adelante hacia atrás, al inicio del proceso.

Corolario. La estructura óptima tarifaria o de sanciones es bifásica: el primer bloque corresponde a los $A_N - 1$ m^3 extraídos con una cuota impuesta al productor, o cuando esta cuota es de cero; mientras que el segundo bloque ocurre con el siguiente m^3 extraído y tiene por precio las utilidades acumuladas, descontadas cada una de ellas a valor presente al origen del proceso, netas o no de la cuota, según se haya o no descontado en el primer bloque.

Utilizando los valores de política de extracción en las relaciones 17 de recurrencia de utilidad del productor y la tarifaria (19), ambas de adelante hacia atrás con base en el inicio del proceso, se obtiene:

$$\text{mín } CA_N (B_N, n_N) = \min_{(i,j,A,g)_N} [U_N (i,j,A,F)_N (1+ir)^{-N} + \Sigma\, U_{t-1} (1+ir)^{-t-1}]$$

o bien para cualquier periodo:

$$\text{mín } CA_t (B_t, n_t) = \min_{(i,j,A,g)_t} [U_t (i,j,A,F)_t (1+ir)^{-t} + \Sigma\, U_{t-1} (1+ir)^{-t-1}]. \quad (23)$$

Utilizando el lema de la solución atemporal, se deriva el anterior corolario; sólo que ahora se trata de las utilidades acumuladas presentes del productor, de manera que cada vez le es más costoso violar las políticas de extracción de agua. De esta manera, si la cuota fija es cero, durante los $A_t - 1$ m^3 el precio es cero; mientras que el siguiente m^3 al $A_t - 1$ vale $P_{at} = U_t^* / A_t$.

7.2.3. Regla de acumulación de agua del reservorio d_t

En la ecuación 4 se introdujo la regla de acumulación, la cual requiere ser explicitada o negociada entre jugadores, o bien imponerle algunas condiciones para que se determine mediante el modelo, puesto que de otra forma su valor sería cero si se obtiene a partir de la maximización de la utilidad del productor, ecuación 17, después de haber incluido las políticas de extracción de agua, relaciones 21 o 22 (lo cual le da la lógica al modelo de que la maximización de utilidades ocurra con disponibilidades infinitas de agua, de manera que la única restricción activa del modelo sería la extensión del área cultivable).

Sin embargo, imponer restricciones a la regla d_t es comenzar a explicitarla. Por tal razón, se sugiere que la pendiente sea creciente en el tiempo, de manera que el productor obtendría un máximo relativo al final del horizonte mayor que si su pendiente fuera decreciente. En ambos casos, el valor final de la regla es unitario.

7.3. Proceso de solución

1. Considerar los valores iniciales con los que arranca el sistema, así como los de las variables exógenas: productos producibles; tecnologías de uso de agua, sus costos y tipos de funciones de producción por producto considerado, precios de productos y niveles que debe alcanzar el acuífero, y explicitar la regla de acumulación o algunas de sus condiciones.

2. Calcular las políticas de extracción de agua A_t, $t = 1 \ldots N$, de acuerdo con una de las dos relaciones 21 o 22, según si la regla de acumulación es ajustable y dependiente del estado anterior al actual y el final, o sólo depende del final.

3. Estimar las utilidades anuales del productor seleccionando los cultivo-tecnología y áreas correspondientes, mediante programación lineal, asumiendo:

3.1. Que el costo del agua es cero.
3.2. Que las disponibilidades de agua son las obtenidas en 2.

4. Si algún cultivo por razones de mercado sólo utiliza una parte limitada de la superficie y del agua extraída permisible, y resulta ser el que deriva la mayor utilidad, entonces tomar el cultivo que sigue si se extiende a toda el área, y para el que la elasticidad-precio de la demanda es infinita.

5. Llevar a valor presente las utilidades de 3 y acumularlas hacia el final del horizonte.

6. Calcular el segundo tramo de la estructura bifásica tarifaria de cada año, de acuerdo con el lema y corolario de las secciones 7.1 y 7.2.2, asumiendo que la cuota fija es cero, o dándole un valor (concesión o gastos administrativos).

7. De esta forma se han seleccionado los puntos que arrojan el valor mínimo de W y el máximo de U con lo que se obtiene:

$$\text{VALmáxmín}_t = [(Pn,B,n)_t^*,\ máx(U_t),\ (i,j,A,F)_t^*\ mín(W_t)], \tag{24}$$

siendo $(Pn,B,n)^*$, $(i,j,A,F)^*$ los valores de las variables de control que optimizan las estrategias de la organización de productores y del negociador público del agua. Es decir, la selección de productos, áreas de cultivo, asignación de cantidades de agua y demás insumos y factores, así como las tecnologías de uso de agua.

8. Si las funciones de recurrencia son aleatorias, de no considerar su esperanza por ejemplo, entonces las soluciones tendrían que estimarse numéricamente, siguiendo el comportamiento del régimen de lluvias y de recarga del reservorio. Para ello, la

solución se llevaría del inicio al final, buscando que 24 se cumpla para $t = 1$; repitiendo el proceso para los restantes $N - 1$ periodos, obteniendo el valor social o de bienestar del juego, relación 24; los óptimos para cada jugador, con las relaciones 15 y 17, así como las estructuras tarifarias óptimas a partir del corolario del punto 7.2.2.

9. Para asegurarse que la organización de productores cumple con la tarifa bifásica, tendrán que buscar una fianza que sirva de garantía al gobierno federal.

8. Aplicación. Caso de La Laguna

8.1. Antecedentes

En la actualidad, algunas regiones del país presentan condiciones de sobreexplotación de aguas subterráneas para usos agropecuarios, destacando las zonas de irrigación por bombeo ubicadas en los estados de Chihuahua, Baja California Norte y Baja California Sur, así como la región denominada La Laguna, comprendiendo parte de las entidades de Coahuila y Durango.

En particular, La Laguna, región agrícola de 150 000 ha, correspondiendo 83 600 ha a riego por bombeo [SARH, INIFAP, CP (1993)], ha visto disminuidos drásticamente los niveles de su agua subterránea, con un abatimiento anual de 2.2 m lineales, que equivalen a 450 millones de m^3, a pesar de que la recarga del acuífero es de 710 millones de m^3 anuales (véase el cuadro 1). Este proceso que data de los años cuarenta, se agudiza a partir de 1980. La gravedad del abatimiento radica en que la extracción se hace ahora a profundidades de más de 200 m, por lo que el agua extraída contiene fuertes concentraciones de sales de arsénico, lo cual de continuar, tendería a convertir el recurso líquido en no utilizable, por derivar en productos agrícolas nocivos a la salud humana; o porque sus costos para extraerla a mayor profundidad y desalinizarla tenderían a hacer no rentables los productos agrícolas, implicando un retroceso en la economía de la región.

8.2. Objetivo

Aplicación del modelo a La Laguna con el fin de que a partir de 1994 se revierta el proceso de abatimiento de las aguas subterráneas, para que en 25 años se recupere en 40 metros, alcanzando tanto el nivel de concentración aceptable de sales arsénicas como el de agua de 1969-1970. La política para lograr tal objetivo descansa en una estructura tarifaria bifásica, bajo una transferencia del distrito de riego o concesión a la organización de productores.

8.3. Cultivos seleccionados, tecnologías, costos de producción y precios

De los 21 cultivos comerciales de la región Lagunera, se seleccionaron los cuatro más importantes que utilizan alrededor de 80% de la superficie y representan 97% del valor de la producción agrícola, para 1992 (véase el cuadro 2): maíz, alfalfa, melón y algodón.

Las tecnologías por cultivo y coeficientes de utilización, tanto actuales como potenciales, así como los rendimientos correspondientes, elaborados por la Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos (SARH), el Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias (INIFAP) y el Colegio de Postgraduados (CP) (véase el cuadro 3), permitieron alimentar el modelo, bajo las siguientes consideraciones:

i) Las funciones de demandas derivadas de insumos y factores corresponden a sus respectivos coeficientes de utilización, que bajo el análisis de actividades, permiten la sustitución entre tecnologías y complementariedad entre insumos. Éstas destacan los paquetes tecnológicos, en particular los consumos de agua y el tipo de tecnología de utilización de agua (aspersión, cañones, tubería y goteo subterráneos, canales abiertos de tierra y revestidos, entre otros), los productos-tecnologías actuales suman un total de 12, al igual que las potenciales.

ii) En consecuencia, se obtuvieron funciones de costos con estricta complementariedad y coeficientes físicos fijos por ha, así como rendimientos fijos de cada cultivo, por tecnología-cultivo considerado.

iii) Por su parte, los precios de los productos maíz y algodón se consideraron invariables en términos reales, así como los precios de los insumos y factores. Mientras que las elasticidades demanda-precio del melón y la alfalfa se consideraron −2.5 y −1.6, respectivamente.

iv) La tasa de actualización se consideró de 7% real.

8.4. Condiciones de recarga y precipitación

De acuerdo con los datos de la región de la Comisión Nacional del Agua (CNA), la media de recarga del acuífero es de 713 millones anuales de m^3, con una varianza de 67 millones de m^3. De esa media, alrededor de 480 m^3 provienen de la recarga vertical debida a infiltraciones por lluvia y riego, así como obras de recarga.

En los supuestos del modelo, se considera un régimen interanual de lluvias de tipo camino aleatorio, que hace variar proporcionalmente la media observada, por lo que los valores puntuales con los que se alimentó el modelo se generaron con números aleatorios. De esta suerte, una mayor (menor) precipitación tiene un doble efecto: por una parte incrementa (decrementa) directamente la recarga vertical, y, por la otra, lo hace indirectamente por medio de un menor (mayor) volumen de extracción para fines agrícolas.

Sólo con fines de simplificación, se consideró que la recuperación sería constante cada año. Por otra parte, se utilizó un modelo de programación lineal para asignar cultivos en el área estimada como cultivada.

8.5. Resultados (cuadros 1 y 3)

i) El cultivo de mayor utilidad fue el melón, aunque su alta elasticidad demanda-precio lo limita a 5 000 ha de producción; mientras que el maíz resultó en segundo lugar, pero extensible a toda la superficie de La Laguna.

ii) Con la utilidad del maíz y utilizando la solución atemporal se calculó el segundo bloque de la tarifa bifásica, que observa precios reales a valor presente durante el periodo, que se mueven en un rango de N$224/m^3 (2 018) a 1 279/m^3 (1995). Éstos se aplican al total de los metros cúbicos extraídos una vez que se alcanza la política anual de extracción. Por su parte, el primer bloque de acuerdo con el modelo tiene un precio cero. Al aplicar la solución temporal, basada en las utilidades acumuladas presentes los precios del agua del segundo bloque resultan, en general, crecientes según varía el volumen de disponibilidad.

iii) Los resultados de agua extraída, varían de acuerdo con el régimen de precipitaciones y recarga, sobre un mínimo de 271 millones de m^3 en 1995, periodo en el que se hace un serio esfuerzo al bajar la proporción de superficie cultivada a cultivable a alrededor de 30%, a través de la mayor tarifa. La máxima extracción es de 498 millones de m^3, para el año 2010, con la mayor proporción de superficie cultivada a cultivable (91%), y con un precio por sobre explotación a valor presente con solución atemporal de N$698/m^3, con el que se cancelarían las utilidades derivadas. Esto se explica por el régimen aleatorio de la precipitación anual, con lo que una mayor tarifa de sobreexplotación no necesariamente está asociada positivamente a una menor, o inversamente a una mayor superficie cultivada. Por otra parte, el precio obtenido con la solución temporal es de N$9 184/m^3, el cual reforzaría la política de extracción, ya que cancelaría las utilidades acumuladas, a valor presente, de ese año.

iv) De los productos considerados, sólo el melón y el maíz se producen.

v) La recuperación del acuífero *vs.* no hacer nada se puede ver en el cuadro 1.

9. Conclusiones

9.1. La aplicación de los métodos de optimización a juegos de multiprocesos discretos ha permitido construir un modelo, por ahora de información completa, para estimar políticas tarifarias y de extracción y renovación de uno de los recursos naturales vitales, el agua. Destaca el hecho de que la utilización de los juegos dinámicos discretos, aunque atractivo, no había sido aplicado a la economía al menos en los últimos 15 años, de acuerdo con la literatura económica que revisé.

9.2. La transferencia o concesión de un distrito de riego de bombeo a los productores agrupados en una organización resulta ventajosa sobre la administración a cargo del gobierno.

9.3. Se demuestra, y es la contribución central de este trabajo, que la estructura tarifaria óptima se caracteriza por ser bifásica, siendo el primer precio igual a cero, mientras que el segundo el suficiente como para eliminar las utilidades acumuladas presentes cuando el productor trata de rebasar la extracción permisible. Esta estructura tiene la ventaja de que en su primer bloque no introduce distorsiones en la asignación del agua a los diferente cultivos.

9.4. Por otra parte, el proceso de control se hace activo para los productores, quienes tienen que cuidar de no caer en el segundo bloque, disminuyendo los costos administrativos del agente gubernamental, quien sólo verifica los niveles del acuífero para que la política de extracción se cumpla. Si los productores caen en el segundo bloque, el agente gubernamental sólo ejercita la fianza, que al inicio de cada ciclo contrata el productor.

9.5. Se realizó un ejercicio aplicado a La Laguna, en el cual se obtuvieron políticas anuales tarifarias acordes a las de extracción, así como la asignación de productos y superficie utilizada.

Anexo 1. Solución a la trayectoria de política de extracción de agua

Caso 1: el nivel deseado de acumulación es $X^*_t = d_t X^*_N$, por ejemplo $d_t = t/N$, esto es, los niveles deseado y alcanzado son independientes. Ahora se utiliza la expresión de recurrencia 15':

$$W = \min_{B_N,\, \pi_N} \Big\{ (d_N X^*_N - X_o - NY + \sum_{s=1}^{N} A_s)^2 - N\,\sigma_1^2\,(1 - a_1 L)^{-2} + \sum_{t}^{N-1} [(d_t X^*_N - X_o - tY + \sum_{s=1}^{N-1} A_s)^2 - t\,\sigma_1^2\,(1 - a_1 L)^{-2}] \Big\}, \qquad (15')$$

derivándola respecto a A_s e igualando las derivadas a cero, se obtiene:

$W'_{AN} = 0 = 2[d_N X^*_N - X_o - NY + \sum_{s=1}^{N} A_s]$, con lo cual A_N se puede expresar en función de las restantes A_s, $s = 1, \ldots, N = 1$:

$$A_N = X_o + N\,Y - d_N X^*_N - \sum_{s=1}^{N-1} A_s\,,$$

continuando con la siguiente relación de recurrencia $t = N - 1$, dado que en $t = N$ la política de extracción es óptima, por lo que en 15', A_N se sustituye por la expresión anterior, se procede a derivar respecto a A_{N-1} e igualar a cero:

$$A_{N-1} = X_o + (N-1)\,Y - d_{N-1} X^*_N - \sum_{s=1}^{N-2} A_s.$$

El proceso se sigue con $t = N - 2, \ldots, 1$ con lo que: $A_1 = Xo + Y - d_1 X^*_N$.

Mediante sustitución hacia adelante se deducen las políticas de extracción de agua hacia adelante:

$$
\begin{aligned}
A_2 &= Xo + 2Y - d_2 X^*_N - A_1 \\
&= Y + XN^* (d_1 - d_2) \text{ . En general:} \\
A_t &= Y - (d_t - d_{t-1}) X^*_N .
\end{aligned}
$$

Caso 2: el nivel deseado de acumulación es $X^*_t = X_{t-1} + (X^*_N - X_{t-1})d_t$, siendo d_t la regla de acumulación ajustable para alcanzar en N años el nivel deseado X^*_t. Por ejemplo, con $d_t = 1/(N - t + 1)$ la regla es de pendiente creciente en el tiempo; mientras que si $d_t = 1/N$, es de pendiente constante. Utilizando la relación 15 de recurrencia:

$$
\begin{aligned}
W &= \min_{B_N\, a_N} [W_{N-1} + W_N] = \\
&= \min_{B_N,\, a_N} \Big\{ [d_N (X^*_N - X_o) + (d_N \sum_{s=1}^{N-1} A_s + A_N) - Y(1 + d_N (N-1))]^2 + \\
&- \sigma_1^2 (1 + d_N^2 (N-1)) (1 - a_1 L)^{-2} + \sum_{t}^{N-1} [[d_t (X^*_N - X_o) + (d_t \sum_{s=1}^{N-2} A_s + A_t) + \\
&Y(1 + d_t(t-1)]^2 - \sigma_1^2 (1 + d_t^2 (t-1)) (1 - a_1 L) - 2] \Big\},
\end{aligned} \tag{15}
$$

derivándola respecto a A_s, igualando a cero las derivadas y siguiendo un proceso similar al del caso 1, se obtiene:

$$W'_{AN} = 0 = 2\, [d_N (X^*_N - X_o) + (d_N \sum_{s=1}^{N-1} A_s + A_N) - Y(1 + d_N (N-1)], \text{ o bien:}$$

$$A_N = - d_N (X^*_N - X_o) - d_N \sum_{s=1}^{N-1} A_s + Y(1 + d_N (N-1).$$

Ahora se sustituye el valor de A_N en 15 y se procede de manera similar con la relación de recurrencia $N - 1$:

$$W'_{AN-1} = 0 = 2\, [d_{N-1} (X^*_N - X_o) + (d_{N-1} \sum_{s=1}^{N-2} A_s + A_{N-1}) - Y(1 + d_{N-1} (N-2)],$$

o bien:

$$A_N = -d_{N-1}(X_N^* - X_o) - d_{N-1}\sum_{s=1}^{N-2} A_s + Y(1 + d_{N-1}(N-2), \text{ en general para el estado } t:$$

$$A_t = Y(d_t(t-1)+1) - d_t(X_N^* - X_o) - \sum_{s}^{t-1} d_t A_s,$$

Para valores iniciales $d_o = 0$, $A_o = 0$, y yendo de atrás hacia adelante, se obtiene:

$$\begin{aligned}
A_1 &= Y - (X_N^* - X_o)\, d_1 \\
A_2 &= -d_2(X_N^* - X_o) - d_2 A_1 + Y[d_2 + 1] = Y - (X_N^* - X_o)\, d_2(1-d_1) \\
A_3 &= -d_3(X_N^* - X_o) - d_3(A_1 + A_2) + Y[2d_2 + 1] = \\
&= Y - (X_N^* - X_o)\, d_3(1-d_1)(1-d_2) \\
A_4 &= -d_4(X_N^* - X_o) - d_4(A_1 + A_2 + A_3) + Y[3d_3 + 1] \\
&= Y - (X_N^* - X_o)\, d_4(1-d_1)(1-d_2)(1-d_3).
\end{aligned}$$

En general:

$$A_t = Y - (X_N^* - X_o)\, d_t(1-d_1)(1-d_2)\ldots(1-d_t - 1).$$

Anexo 2. Multiprocesos de decisión y soluciones (síntesis elaborada a partir de Bellman, 1965)

Las soluciones del juego se plantean siguiendo el principio de Optimalidad de Bellman: "una política óptima tiene la propiedad de que cualquiera que sean el estado y la decisión inicial, las demás decisiones deben constituir una política óptima respecto al estado resultante de la primera decisión " (R. Bellman, 1965).

Como la función de criterio o pérdida (g) en cada caso y el jugador son separables, la pérdida o beneficio total (f_N) en el período o etapa N puede escribirse, de acuerdo con el principio de optimalidad, como:

$$\ldots f_N(p) = \max_{qo}\,[g(p,q_o) + f_{N-1}(T(p,q_o))]$$

para $N \geq 1$, con $f_o(p) = \text{máx } g(p,q_o)$, o f_o es conocida.

Donde q es el vector de variables de decisión, p es el vector de variables de estado, T es una función de transformación para pasar de un estado al siguiente, y que depende de las variables de estado y de decisión: $p_1 = T(p,q_o)$, $p_2 = T(p_1, q_1)$, $p_3 = T(p_2, q_2), \ldots, p_{n+1} = T(p_n, q_n)$. Aunque la función de decisión en el caso general depende de las variables de estado y de decisión, casi siempre ocurre que $q_k = q_k(p_k)$.

Si se considerara el problema como uno de control terminal, la relación de recurrencia es:

$$\ldots f_N(p) = \max_{q_o} f_{N-1}(T(p,q_o))$$
$$f_o(p) = g(p).$$

En las expresiones anteriores no existen cuestiones sobre la existencia y unicidad de la secuencia de funciones de pérdida: dado f_o, se determina f_1, por tanto f_2, y así sucesivamente.

Si consideramos como aproximación a la solución de la relación de recurrencia el caso de un número infinito de etapas, se obtiene la ecuación:

$$f(p) = \max_q \, [g\,(p,q) + f\,(T(p,q))], \text{ con } N \geq 1.$$

El enfoque clásico para demostrar que la ecuación anterior tiene una solución, bajo supuestos apropiados de las funciones $g\,(p,q)$ y $T\,(p,q)$, se basa en aproximaciones sucesivas: se escoge una aproximación inicial $f_o\,(p)$, y se procede recurrentemente a determinar subsecuentes aproximaciones a $f\,(p)$:

$$f_1(p) = \max_q \, [g\,(p,q) + f_o\,(T(p,q))]$$

$$\vdots$$

$$f_{n+1}(p) = \max_q \, [g\,(p,q) + f_n\,(T(p,q))]\,.$$

Después de un número de procesos, se puede establecer la convergencia de la secuencia $\{f\,(p)\}$ hacia la solución de la ecuación de recurrencia.

En la programación dinámica, el tipo de aproximación es en el espacio de políticas. Esto es, la ecuación de recurrencia determina dos tipos de funciones, la de pérdida $f\,(p)$ y la de política $q\,(p)$. El hecho de que una determina la otra es la clave del método de solución. De esta forma, se comienza aproximando $q\,(p)$ con la función $q_o\,(p)$. Enseguida, se determina $f_o\,(p)$ por medio de la relación

$$\begin{aligned} f_o(p) &= g\,(p,q_o) + f\,(T(p,q_o)) \\ &= g(p,q_o) + g\,(T(p,q_o),q'_o) + \ldots, \end{aligned}$$

donde $q'_o = q_o\,(T(p,q_o)$, etc. Es decir, $f_o\,(p)$ es el beneficio total que se obtiene cuando se utiliza la política $q_o\,(p)$.

Esta política se puede mejorar determinando la función $q_1\,(p)$ que maximiza $g\,(p,q) + f_o\,(T(p,q))$ y entonces se determina $f_1\,(p)$ por medio de $f_1\,(p) = g\,(p,q_1) + f_1\,(T(p,q_1))$.

Dado que $q_1 = q_1\,(p)$ la relación anterior se puede escribir como:

$$f_1\,(p) = g\,(p) + f_1\,(h(p)),\ \text{con}\ \ h\,(p) = T(p,q_1\,(p)),$$

siendo g y h funciones conocidas. Bajo supuestos plausibles para estas funciones de concavidad, se puede iterativamente resolver para $f_1\,(p)$:

$$f_1\,(p) = g\,(p) + g\,(h(p)) + g\,(h^{(2)}\,(p)) + \ldots,$$

en otras palabras, $f_1\,(p)$ se obtiene usando la política $q_1\,(p)$, dado que

$$\begin{aligned} f_o\,(p) &= g\,(p,q_o) + f_o\,(T(p,q_o)) \\ &\leq \max_q\,[g\,(p,q) + f_o\,(t\,(p,q))] \\ &= g\,(p,q_1) + f_o\,(T(p,q_1))\text{ . Se puede ver que:} \\ f_o\,(p) &\leq g\,(p) + f_o\,(h(p)) \\ &\leq g\,(p) + g\,(h(p)) + g\,(h^{(2)}\,(p)) + \ldots \end{aligned}$$

Nuevamente, aquí bajo condiciones razonables se puede probar que $f_o\,(p) \leq f_1\,(p)$, continuando con este proceso, se obtiene una nueva política $q_2\,(p)$ a partir de la función $f_1\,(p)$, e inductivamente una secuencia de aproximaciones para $f\,(p)$: $\{f_n\,(p)\}$ que es monótonamente creciente en n:$f_1 \leq f_2 \leq f_3 \leq \ldots < f$.

Una ventaja de este enfoque reside en que en muchos procesos existe una aproximación intuitiva en el espacio de políticas que pueden utilizarse; más aún, lo anterior conduce a una técnica sistemática para mejorar las políticas existentes.

Referencias bibliográficas

Bellman, Richard (1967), "Introduction to the Mathematical Theory of Control Process. Linear Equations and Quadratic Criteria", *Mathematics in Science and Engineering*, vol. 40, núm. 1, Nueva York y Londres, Academic Press.

Bellman, Richard y Robert Kalaba (1965), *Dynamic Programming and Modern Control Theory*, Nueva York, Academic Press.

Brown, Gardner Jr. y M. Bruce Johnson (1969), "Public Utility Pricing and Output under Risk", *The American Economic Review*, vol. 69, núm. 1, marzo.

Comisión Nacional del Agua (1992), *Ley de Aguas Nacionales*, México, diciembre.

——— (1993), Información sobre las aguas subterráneas de La Laguna.

Crew, Michael A. y Paul R. Kleindorfer (1978), "Reliability and Public Utility Pricing", *The American Economic Review*, vol. 68, núm. 1.

———, "Peak Load Pricing with a Diverse Technology", *The Bell Journal of Economics*.

Dennis W. Carlton (1977), "Peak Load Pricing with Stochastic Demand", *The American Economic Review*, vol. 67, núm. 5, diciembre.

Dockner, Engelbert (1989), "Noncooperative Solutions for a Differential Game Model of Fishery", *Journal of Economics Dynamics and Control*, vol. 13, núms. 1-4, enero-octubre.

Hart, O. y J. Moore (1990), "Property Rights and the Nature of the Firm", *Journal of Political Economy*, 98, pp. 1119-1157.

Hart, Sergiu y Andreu Mas-Colell (1992), *A Model of N-Person Non-Cooperative Bargaining*, Economic Theory Discussion Paper Number 7, Cambridge Mass., Harvard University.

Haurie, Alain y Matti Pohjola (1987), "Efficient Equilibria in a Differential Game of Capitalism", *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 11, núms. 1-4, marzo-diciembre.

Houthakker, H.S., P.K. Verleger y D.P. Sheehan (1974), "Dynamic Demand Analysis for Gasoline and Residential Electricity", *American Journal of Agricultural Economics*, vol. 56, núm. 2, pp. 412-418.

Intriligator, Michael D. (1971), *Mathematical Optimization and Economic Theory*, Englewood Cliffs, Nueva Jersey, Prentice-Hall.

Joskow, Paul L., "Contributions to the Theory of Marginal Cost Pricing", *The Bell Journal of Economics*.

Lancaster, Kelvin (1973), "The Dynamic Inefficiency of Capitalism", *Journal of Political Economy*, vol. 81, núm. 4.

Martin, Shubik (1988), *A Game-Theoretic Approach to Political Economy*, Cambridge, Mass., The MIT Press.

Morton, Kamien y Nancy L. Shwartz (1985), Dynamic Optimization: The Calculus of Variations and Optimal Control in Economics and Management, Nueva York, North-Holland.

Myerson, R. (1991), *Game Theory*, Harvard University Press.

Negri, Donald H. y Hanchar John J. (1989), "Water Conservation through Irrigation Technology", *Agriculture Information Bulletin*, núm. 576, United States Department Agriculture.

Nordin, J.A. (1976), "A Proposed Modification of Taylor's Demand Analysis: Comment", *Bell Journal of Economics*, pp. 719-721.

Reyes O., Pedro, (1991), *Funciones de demanda de agua: propuesta metodológica*, Comisión Nacional del Agua, enero.

——— (1992) *Impacto de la regulación y precio al agua en la selección, sustitución y modificaciones de los bienes productivos del sector industrial*, Instituto Mexicano de Tecnología del Agua (IMTA), documento de trabajo.

Roxin, Emilio, Pan-Tai Liu y Robert L. Sternberg (1977), *Differential Games and Control Theory II*, Nueva York, Marcel Dekker.

Sánchez Ugarte, F. (1991), "La utilización eficiente del agua y los derechos de propiedad", en F. Gil Díaz y A.M. Fernández (coords.), *El efecto de la regulación en algunos sectores de la economía mexicana*, El Trimestre Económico, FCE.

Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos, (1981), *Plan Nacional Hidráulico*, Comisión del Plan Nacional Hidráulico.

Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos y Comisión Nacional del Agua, *Programa Nacional de Aprovechamiento del Agua 1990-1994*, México.

Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos, Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias, Colegio de Postgraduados (1993), *Programa de Modernización de la Agricultura*, México.

Shimomura, Koji (1991), "The Feedback Equilibria of a Differential Game of Capitalism", *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 15, núms. 1, 2, 3 y 4, enero-octubre.

Steiner, Peter O. (1958), "Peak Loads and Efficient Pricing", *Quaterly Journal of Economics*, vol. LXXII, núm. 3.

Taylor, L. D. (1975), "The Demand for Electricity: A Survey", *Bell Journal of Economics*, vol. 6, núm. 1, pp. 74-110.

Tintner, Gerhard y Jati K. Sengupta (1971), *Stochastic Economics. Stochastic Processes, Control and Programming*, Nueva York, Academic Press.

United Nations, "The Demand for Water Procedures and Methodologies for Projecting Water Demands in the Context of Regional and National Planning", Natural Resources, Water Series, núm. 3.

Neumann, John von y Oskar Morgenstern (1964), *Theory of Games and Economic Behavior*, Nueva York, John Wiley & Son.

Westley, Gleen (1984), An Aggregate Time Series Study of Sectorial Electricity Demand in The Dominican Republic, Washington, Banco Interamericano de Desarrollo, Papers on Project Analysis, núm. 25.

——— (1989), *The Demand for Electricity in Latin America: A Survey and Analysis*, Washington, Banco Interamericano de Desarrollo, Papers on Project Analysis, núm. 35.

Williamson, Oliver E. (1966), "Peak-Load Pricing and Optimal Capacity under Indivisibility Constraints", *American Economic Review*, vol. 56.

Yaron, Dand y Dinar Ariel (1982), "Optimal Allocation for Farm Irrigation Water During Peak Seasons", *American Journal of Agricultural Economics*, vol. 64, núm. 4, pp. 681-689.

Zadrozny, Peter (1988), "A Consistent, Closed-Loop Solution for Infinite-Horizon, Linear-Quadratic, Dynamic Stackelberg Games", *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 12, núms. 1-4, marzo-noviembre.

Zeeuw, Aart de (1992), "Note on 'Nash and Stackelberg Solutions in a Differential Game Model of Capitalism'", *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 16, núms. 1-4, enero-octubre.