

Las colecciones de Documentos de Trabajo del CIDE representan un medio para difundir los avances de la labor de investigación, y para permitir que los autores reciban comentarios antes de su publicación definitiva. Se agradecerá que los comentarios se hagan llegar directamente al (los) autor(es).

❖ D.R. © 1997, Centro de Investigación y Docencia Económicas, A. C., carretera México-Toluca 3655 (km. 16.5), Lomas de Santa Fe, 01210 México, D. F., tel. 727-9800, fax: 292-1304 y 570-4277. ❖ Producción a cargo del (los) autor(es), por lo que tanto el contenido como el estilo y la redacción son responsabilidad exclusiva suya.



**CIDE**

**NÚMERO 42**

---

Juan Navarrete

**CONVERGENCIA: UN ESTUDIO PARA LOS ESTADOS  
DE LA REPÚBLICA MEXICANA**

## *Introducción\**

**E**l estudio del crecimiento económico<sup>1</sup> es un elemento fundamental en el análisis del desarrollo económico. Siendo este último el principal objetivo de los gobiernos, adquieren especial importancia los esfuerzos que pretenden descubrir las variables determinantes del crecimiento.

Un vistazo a los principales indicadores económicos de las naciones revela realidades muy diversas, que llaman la atención de los investigadores y los conducen a abordar con especial interés el tema del crecimiento. Los diferenciales de bienestar entre países son notorios: se encuentran casos contrastantes como el de Suiza (cuyo Producto Nacional Bruto, PNB, por habitante era de 32 680 dólares anuales en 1990) y el de Mozambique (con un PNB de 80 dólares para el mismo año). Existen también diferencias marcadas en torno a las tasas de crecimiento de los países. Así, por ejemplo, China y Corea del Sur experimentaron un crecimiento promedio anual de 9.5 y 9.7% durante la década pasada, en tanto que países como Estados Unidos o el Reino Unido crecieron alrededor de 3.5% durante el mismo periodo. Este comportamiento ha generado interés en torno al estudio de la convergencia<sup>2</sup> entre diferentes economías.

Son numerosos los artículos empíricos que han analizado la convergencia. El marco de referencia con el que generalmente han estudiado el crecimiento de diferentes economías se inscribe dentro de los modelos de crecimiento exógeno basados fundamentalmente en el de Solow (1956). La mayor parte de estos estudios ha establecido evidencia estadística de convergencia entre diferentes economías del mundo, en la cual los mecanismos del modelo de Solow juegan un papel fundamental.

A mediados de la década de los ochenta, se comenzaron a publicar artículos de investigación que plantearon una dinámica diferente, a veces opuesta a la que hasta

\* Quiero agradecer a Raúl A. Feliz y a Benjamín Contreras por su invaluable ayuda en la elaboración de este documento.

<sup>1</sup> En términos generales, se puede definir el crecimiento económico como un incremento en el ingreso per cápita de una economía. Este incremento se puede explicar por mayores rentas derivadas de los activos de los individuos, o bien, por aumentos en el producto a causa de un mayor acervo de insumos o a innovaciones tecnológicas que generen una mayor capacidad productiva. En la presente investigación, el crecimiento económico se analizará en torno al comportamiento de la variable Producto Interno Bruto Per Cápita, que si bien no refleja el ingreso derivado de fuentes ajenas a la producción, representa la mejor aproximación al ingreso per cápita.

<sup>2</sup> Para explicar intuitivamente el concepto de convergencia, se puede decir que éste se refiere al hecho de que las economías se dirigen en el tiempo, a un mismo punto. En este trabajo, la convergencia se refiere a cómo el ingreso de las economías del país se dirige a los mismos niveles, de tal forma que en un periodo determinado de tiempo los estados pobres de la República "alcanzan" a los ricos, en términos de bienestar.

entonces constituía el marco de referencia general para los estudiosos del crecimiento. Se trataba de la formalización analítica de ideas que consideraban a las características endógenas<sup>3</sup> de las economías como elementos esenciales que pueden alterar el comportamiento de convergencia mencionado.<sup>4</sup> Romer (1986) y Lucas (1988) fueron los pioneros de este nuevo enfoque. Basándose en el mecanismo de "aprender haciendo", planteado por Arrow (1962),<sup>5</sup> expresaron la posibilidad de rendimientos crecientes a escala. Esto último implicaba que las economías podían presentar tasas de crecimiento constantes o crecientes en el producto per cápita, lo que invalidaba la hipótesis de convergencia. Fueron numerosos los artículos que posteriormente surgieron y que constituyeron una nueva literatura sobre crecimiento endógeno. Se hablaba de una gran cantidad de variables cuya influencia hacía improbable la hipótesis de convergencia.<sup>6</sup>

Con la publicación de este tipo de artículos, se generaron dudas según las cuales los modelos exógenos no eran adecuados para estudiar el crecimiento. De esta manera, surgieron nuevas contribuciones empíricas que buscaban establecer un diagnóstico apropiado en torno a la convergencia. En muchos de los casos, la evidencia ratificó las predicciones de los nuevos modelos. Al respecto, Barro (1991) afirma:

En los modelos neoclásicos con rendimientos decrecientes como el de Solow (1956), Cass (1965) y Koopmans (1965), la tasa de crecimiento per cápita de un país tiende a estar inversamente relacionada con su nivel inicial de producto por persona. Por tanto, en la ausencia de choques, países pobres y ricos tenderían a una convergencia en términos de sus niveles de ingreso per cápita. No obstante, esta hipótesis de convergencia parece inconsistente con la evidencia entre países, que indica que las tasas de crecimiento per cápita no están correlacionadas con el nivel inicial de producto per cápita.

Sin embargo, en Barro y Sala-i-Martin (1991) se encuentra que hay convergencia para el caso de los estados de EU y de algunos países de Europa.

Considerando lo anterior, es pertinente afirmar que el debate en torno a la convergencia de las economías es un tema vigente. En este trabajo se pretende estudiar

<sup>3</sup> A diferencia de los modelos de crecimiento exógeno, el crecimiento endógeno considera que los descubrimientos tecnológicos están determinados dentro del sistema económico que se estudia (es decir, están determinados endógenamente). Lo mismo sucede con muchas de las variables que estos modelos suelen utilizar.

<sup>4</sup> En general, las relaciones funcionales que establecen los modelos de crecimiento endógeno alteran las condiciones necesarias para que exista convergencia, a diferencia de los modelos exógenos. Por ejemplo, si se define endógenamente el progreso técnico como función de los beneficios económicos que una mejora tecnológica pueda significar, los agentes se ven incentivados a innovar. Esto genera un incremento en la productividad de los factores, que puede impedir una trayectoria de convergencia.

<sup>5</sup> Arrow describe un proceso en el que la mano de obra se vuelve más productiva por la experiencia adquirida en la producción.

<sup>6</sup> Por ejemplo, modelos como el de Romer (1986), Lucas (1988) y Azariadis y Drazen (1990) exponen diferentes esquemas, en los que la variable de capital humano genera rendimientos crecientes y por lo tanto, un comportamiento divergente de las economías. Rebelo (1990) considera que una variable que aproxime la estructura fiscal de las economías ayuda a explicar la dinámica secular de las mismas.

la convergencia de los estados de la República Mexicana, con el fin de conocer los mecanismos que determinan menores (o mayores) diferencias entre sus tasas de crecimiento y, por tanto, entre sus niveles de bienestar. Se utilizará la especificación empírica desarrollada por Mankiw, Romer y Weil (1990), que se basa fundamentalmente en el modelo original de Solow.<sup>7</sup> Este trabajo se organiza de la siguiente forma: primero se hace una derivación analítica del modelo de Solow aumentado con capital humano,<sup>8</sup> para llegar a establecer la especificación de convergencia con la que se hará el análisis empírico en el siguiente apartado. Luego se realizan algunas pruebas de convergencia adicionales, para poner a prueba la validez de los resultados obtenidos. Finalmente, se sacan las conclusiones principales de este estudio.

### *Derivación analítica del modelo de Solow*

#### *El modelo original*

Partiendo del modelo de Solow, se quiere llegar a establecer la función con base en la cual se realizarán las estimaciones empíricas. Así, se supone la existencia de la siguiente función de producción para cada estado de la República:

$$Y(t) = K(t)^\alpha (A(t) L(t))^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1. \quad (1)$$

En esta ecuación  $Y$  es el producto,  $K$  el capital,  $L$  la oferta de trabajo perfectamente inelástica, y  $A$  el nivel tecnológico.<sup>9</sup> Se trata de una función Cobb-Douglas de rendimientos decrecientes para  $K$  y para  $AL$ , de tal forma que  $\alpha + (1 - \alpha) = 1$  (así, la función presenta rendimientos constantes a escala).  $L$  crece exógenamente a la tasa  $n$ :

$$L(t) = L(0) e^{nt}. \quad (2)$$

<sup>7</sup> Mankiw, Romer y Weil retomaron el modelo de Solow y le incluyeron una variable que aproxima los niveles de capital humano de las economías analizadas. Utilizando datos de diferentes países del mundo, comprobaron que las relaciones estructurales que plantea este modelo se observan empíricamente. Asimismo, midieron estadísticamente la convergencia, especificando en cada caso la velocidad a la que ésta se da.

<sup>8</sup> La inclusión de esta variable resulta fundamental, por la importancia del capital humano dentro de los acervos totales de capital de una economía. En Davies y Whalley (1989), se dice que el *stock* de capital humano representa aproximadamente tres veces el *stock* de capital físico de una economía. Para Kendrick (1976), más de la mitad del capital total de EU estaba constituido por capital humano en 1969.

<sup>9</sup> Como se puede ver,  $A(t)$  incrementa únicamente la eficiencia productiva del factor trabajo. Esto quiere decir que el modelo supone un progreso tecnológico llamado "neutral a la Harrod". Se supuso este tipo de progreso técnico porque es el único que permite la existencia de un estado estacionario como el de Solow. Para una demostración sencilla de esto, véase el capítulo 7 de *Introducción a las teorías modernas del crecimiento económico*.

Para disponer de un modelo teórico más completo, se consideró una tasa de crecimiento en el conocimiento tecnológico ( $g$ ). Esto se puede apreciar en la siguiente ecuación:

$$A(t) = A(0) e^{gt}. \quad (3)$$

Para mostrar las ecuaciones que expresan la dinámica y el equilibrio estable del modelo de Solow de una manera más clara, se definirá a  $k$  como el acervo de capital por unidad efectiva de trabajo,  $k = K/AL$ . Se hace lo mismo con  $y = Y/AL$ .

Como es bien sabido, la dinámica de este modelo se ve determinada por un proceso de acumulación o desacumulación de capital, que depende de las diferencias entre el ahorro per cápita y el capital per cápita, multiplicado por la tasa de crecimiento poblacional. Tomando en cuenta que se incorporó una tasa de crecimiento en el nivel tecnológico e incorporando asimismo la depreciación del capital ( $\delta$ ), se tiene que este proceso está dado por:

$$\dot{k}(t) = sy(t) - (n + g + \delta) k(t), \quad (4)$$

o lo que es lo mismo, dadas  $y$  y  $k$ :

$$\dot{k}(t) = sk(t)^\alpha - (n + g + \delta) k(t). \quad (5)$$

El capital por unidad efectiva de trabajo  $k$  alcanza un nivel de estado estacionario  $k^*$ , una vez que

$$sk^{*\alpha} = (n + g + \delta) k^*.$$

Despejando  $k^*$  de la expresión, se obtiene la ecuación (6) que define a la variable  $k^*$ :

$$k^* = \left[ \frac{s}{(n + g + \delta)} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}}. \quad (6)$$

Si se sustituye la ecuación (6) en la función de producción definida y si se aplican logaritmos se tiene:

$$\ln[Y(t)/L(t)] = \ln A(t) + \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln(s) - \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln(n + g + \delta). \quad (7)$$

Esta ecuación representa el ingreso per cápita en el estado estacionario, como función del nivel tecnológico inicial, la tasa de ahorro, el incremento poblacional y tecnológico, así como de la depreciación.

### *El modelo aumentado*

En esta sección se pretende establecer un modelo teórico como el anterior pero que incluya el capital humano. Supóngase la función de producción

$$Y(t) = K(t)^\alpha H(t)^\beta (A(t)L(t))^{1-\alpha-\beta}. \quad (8)$$

Ésta es la misma función que la planteada en el modelo anterior, sólo que ahora se incluye la variable  $H$  que mide el capital humano total de la economía. Es necesario mencionar que  $K$ ,  $H$  y  $AL$  presentan rendimientos decrecientes tales que  $\alpha + \beta + (1 - \alpha - \beta) = 1$ . De esta manera, se mantiene el supuesto sobre rendimientos constantes a escala para la función de producción.

Al igual que en la ecuación (4) del apartado anterior, se plantean ecuaciones dinámicas para el capital, sólo que en esta ocasión se tienen dos tipos diferentes de capital. Si se consideran las variables  $s_k$  y  $s_h$  como las fracciones del ingreso invertidas en capital físico y humano respectivamente, se tiene que la variación intertemporal de los dos tipos de capital está definida por (suponiendo la misma depreciación para ambos):<sup>10</sup>

$$\dot{k}(t) = s_k y(t) - (n + g + \delta) k(t), \quad (9)$$

$$\dot{h}(t) = s_h y(t) - (n + g + \delta) h(t), \quad (10)$$

donde  $y = Y/AL$ ,  $k = K/AL$  y  $h = H/AL$ . Como se puede observar, la acumulación de capital depende de la brecha entre ahorro e incremento poblacional y tecnológico, así como de la tasa de depreciación. Estas ecuaciones son equivalentes a la ecuación (4). Asimismo, el estado estacionario para ambas categorías de capital se alcanza cuando se elimina tal brecha. Siguiendo el proceso algebraico desarrollado con la ecuación (4) se tiene:

<sup>10</sup> Se supuso la misma depreciación para ambos tipos de capital con el fin de simplificar la derivación analítica de la especificación empírica a la que se quiere llegar. Además, este supuesto parece factible: en Preyre y Vite (1993) se encuentra que la depreciación del capital humano es de 2.87% anual, valor similar al 3% que reportan las cuentas nacionales para la depreciación del capital físico, según cálculos realizados para varias décadas.

En Trostel (1992) se reportan las estimaciones obtenidas en diferentes artículos para la depreciación del capital humano. El autor menciona valores que varían en un rango que va de 1 a 9 por ciento.

$$k^* = \left[ \frac{S_k^{1-\beta} S_h^\beta}{n+g+\delta} \right]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} \quad (11)$$

$$h^* = \left[ \frac{S_k^\alpha S_h^{1-\alpha}}{n+g+\delta} \right]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}, \quad (12)$$

donde  $k^*$  y  $h^*$  son los niveles estacionarios de cada categoría de capital. Sustituyendo ambos valores de estado estacionario en la función de producción y sacando logaritmos se tiene la ecuación:

$$\begin{aligned} \ln[Y(t)/L(t)] = \ln A(t) - \frac{\alpha + \beta}{1 - \alpha - \beta} \ln(n + g + \delta) + \frac{\alpha}{1 - \alpha - \beta} \ln(s_k) \\ + \frac{\beta}{1 - \alpha - \beta} \ln(s_h), \end{aligned}$$

que es equivalente a:

$$\begin{aligned} \ln[y(t)/A(t)L(t)] = - \frac{\alpha + \beta}{1 - \alpha - \beta} \ln(n + g + \delta) + \frac{\alpha}{1 - \alpha - \beta} \ln(s_k) \\ + \frac{\beta}{1 - \alpha - \beta} \ln(s_h). \end{aligned} \quad (13)$$

Esta ecuación muestra el ingreso por unidad efectiva de trabajo como función de las tasas de crecimiento  $n$ ,  $g$  y  $\delta$  por una parte, y del ahorro destinado a la inversión en capital físico y humano por otra.

#### *La especificación de convergencia*

Definamos a  $y^*$  como el producto por unidad efectiva de trabajo en el estado estacionario, y a  $y(t)$  como su valor en un periodo  $t$  previo. La convergencia está definida por la ecuación

$$\frac{d \ln y(t)}{dt} = \psi (\ln y^* - \ln y(t)), \quad (14)$$

donde  $\psi = (n + g + \delta) (1 - \alpha - \beta)$ .<sup>11</sup>

<sup>11</sup> La obtención de la ecuación (14) y del valor que toma el parámetro de convergencia se encuentra en el apéndice A, al final del trabajo.

Como se puede apreciar en la ecuación (14), el cambio intertemporal del producto depende de la brecha entre el estado estacionario y el nivel observado para el periodo  $t$ . Existe asimismo una tasa  $\psi$  que determina la rapidez a la que las economías convergen.

Dado lo anterior, se puede establecer la siguiente ecuación:

$$\ln y(t) = (1 - e^{-\psi t}) \ln(y^*) + e^{-\psi t} \ln y(0). \quad (15)$$

En este caso,  $y(0)$  representa el producto por unidad efectiva de trabajo en un periodo inicial. Sustrayendo  $\ln y(0)$  de ambos lados de la ecuación, se tiene:

$$\ln y(t) - \ln y(0) = (1 - e^{-\psi t}) \ln(y^*) - (1 - e^{-\psi t}) \ln y(0). \quad (16)$$

Sustituyendo  $y^*$  utilizando la ecuación (13) se llega a:

$$\begin{aligned} \ln y(t) - \ln y(0) &= (1 - e^{-\psi t}) \frac{\alpha}{1 - \alpha - \beta} \ln(s_k) + (1 - e^{-\psi t}) \frac{\beta}{1 - \alpha - \beta} \ln(s_h) \\ &\quad - (1 - e^{-\psi t}) \frac{\alpha + \beta}{1 - \alpha - \beta} \ln(n + g + \delta) - (1 - e^{-\psi t}) \ln(y(0)). \end{aligned} \quad (16.1)$$

Se sabe que "y" es el ingreso por unidad efectiva de trabajo, por lo que la ecuación anterior es equivalente a:

$$\begin{aligned} \ln \frac{Y(t)}{A(t)L(t)} - \ln \frac{Y(0)}{A(0)L(0)} &= (1 - e^{-\psi t}) \frac{\alpha}{1 - \alpha - \beta} \ln(s_k) + (1 - e^{-\psi t}) \frac{\beta}{1 - \alpha - \beta} \ln(s_h) \\ &\quad - (1 - e^{-\psi t}) \frac{\alpha + \beta}{1 - \alpha - \beta} \ln(n + g + \delta) - (1 - e^{-\psi t}) \ln \left( \frac{Y(0)}{A(0)L(0)} \right). \end{aligned} \quad (16.2)$$

Simplificando (16.2) se tiene que:

$$\begin{aligned} \ln \frac{Y(t)}{L(t)} - \ln \frac{Y(0)}{L(0)} &= gt - \ln A(0) (1 - e^{-\psi t}) + (1 - e^{-\psi t}) \frac{\alpha}{1 - \alpha - \beta} \ln(s_k) \\ &\quad + (1 - e^{-\psi t}) \frac{\beta}{1 - \alpha - \beta} \ln s_h - (1 - e^{-\psi t}) \frac{\alpha + \beta}{1 - \alpha - \beta} \ln(n + g + \delta) \\ &\quad - (1 - e^{-\psi t}) \ln \left( \frac{Y(0)}{L(0)} \right). \end{aligned} \quad (17)$$

De esta manera se ha establecido una función que explica las tasas de crecimiento en el ingreso per cápita de la economías, de acuerdo con el ahorro en capital físico y humano, la tasa de crecimiento de la población y al nivel inicial de ingreso per cápita.



El término  $gt - \ln A(0) (1 - e^{-gt})$  constituye una constante dentro de esta especificación empírica, que se utilizará para hacer pruebas econométricas que permitan apreciar si los estados de la República convergen.<sup>12</sup>

### Análisis empírico

#### Los datos

Los datos relevantes para el análisis empírico son los siguientes:

a) Se utilizó el producto interno bruto per cápita (con respecto a la población económicamente activa, PEA) como una aproximación al ingreso por persona de cada estado.

b) La aproximación a la variable de ahorro en capital físico se formó construyendo la inversión pública federal (IPF) per cápita (con respecto a la PEA). De manera alternativa, se utilizó la captación per cápita de la banca comercial (CAP) (expresada también con respecto a la PEA). La captación no es quizás la manera más adecuada de medir el ahorro, por varias razones. Entre ellas, destaca el hecho de que no refleja el ahorro en activos que no sean depósitos a la vista o cuentas de ahorros. Esto constituye un sesgo en la estimación de la variable en cuestión. En los periodos de crisis económica, caracterizados por una alta desintermediación financiera, dicho sesgo se ve agudizado, ya que, en general, los individuos buscan fuentes alternativas de ahorro. No obstante, la falta de información precisa con respecto al ahorro en capital físico por estado hace necesario tener varias aproximaciones a dicha variable.

c) La población relevante fue la PEA. De estos datos se derivó la información sobre su tasa de crecimiento  $n$ , incluida dentro de la especificación empírica. Es importante mencionar que el modelo le suma a esta variable los valores respectivos de las tasas de depreciación ( $\delta$ ) y de crecimiento en el conocimiento tecnológico ( $g$ ), que se suponen constantes entre cada economía. En este caso se supuso que las tasas  $g + \delta$  suman un total de 50% decenalmente.<sup>13</sup>

d) La matrícula de alumnos inscritos en secundaria, como proporción de la población en edad de estudiar dicho ciclo representa la aproximación empírica a la inversión en capital humano (se consideró que esta población se conforma por personas entre los 12 y 19 años).

El periodo de análisis es de 30 años y comienza en 1960.

<sup>12</sup> En el apéndice C se elabora un diagrama de fase que describe la dinámica observada con base en las ecuaciones de este modelo teórico.

<sup>13</sup> La depreciación del capital físico alcanza valores promedio anuales cercanos a 3% (esto se dedujo calculando la depreciación promedio del capital, para varias décadas, tomando los datos reportados en las cuentas nacionales). Por otra parte, se supone que  $g$ , la tasa de crecimiento en el nivel de conocimiento tecnológico, toma un valor aproximado de 2% anual (véase el apéndice B, para una justificación de esto). Por lo anterior, dado que los datos de este trabajo están expresados decenalmente, es válido suponer que  $n + g$  suman 50% cada 10 años.

Análisis econométrico<sup>14</sup>

Cuadros 1 y 2<sup>15</sup>

*Cuadro 1, "proxy" IPF.* De acuerdo con la ecuación (17) se realizó un análisis de corte transversal.<sup>16</sup> En este ejercicio se encontró que el coeficiente del PIB per cápita inicial guarda una relación negativa y estadísticamente significativa con respecto al crecimiento económico de los estados. Esto no sucede con  $\ln(n + g + \delta)$  ni con las variables de capital físico y humano.

El valor del parámetro de convergencia  $\Psi$ <sup>17</sup> asociado a este primer ejercicio es significativo, y predice que la mitad de la diferencia entre el ingreso per cápita inicial y el ingreso per cápita del estado estacionario, en el caso de cada economía, tiende a desaparecer en un lapso de 30 años aproximadamente.<sup>18</sup> Así, este parámetro dice que

<sup>14</sup> En este apartado se utiliza el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios y se corrige heteroscedasticidad por el método de White. Se consideran niveles de significancia de 10% para todas las variables estudiadas.

<sup>15</sup> En toda la parte empírica de este trabajo se establece el siguiente esquema: primero, se comentan los resultados obtenidos en aquellos cuadros derivados de la misma muestra. Posteriormente se hace una recapitulación, en donde se interpretan las principales implicaciones de dichos resultados.

<sup>16</sup> En el análisis estadístico de este apartado, el término  $gt - \ln A(0)(1 - e^{-\psi t})$  de la ecuación (17) estará representado por la constante incluida en cada regresión.

<sup>17</sup> El valor de  $\psi$  se encuentra igualando el coeficiente obtenido para  $y(0)$  en la regresión (*coef*) con el coeficiente especificado para  $y(0)$  en la ecuación (17). De esta manera, se llega a que

$$\psi = \frac{-\ln(1 - \text{coef})}{t}$$
, siendo  $t$  el número de años del periodo. Si se quiere una aproximación más exacta de este parámetro de convergencia, se puede considerar una expansión de Taylor de segundo orden tal que

$$\psi = \frac{-\ln(1 - \text{coef})}{t} - \frac{1}{t} \frac{1}{(1 - \text{coef})^2} \sigma^2$$
, donde  $\sigma^2$  es la varianza del coeficiente de la regresión. También es importante encontrar la varianza de  $\psi$  ya que nos permite obtener su significancia estadística. Ésta se encuentra directamente relacionada con la varianza del coeficiente de la regresión:  $\sigma^2 = \frac{1}{t^2} \frac{\sigma^2}{(1 - \text{coef})^2}$ .

Para una explicación más precisa de lo anterior, véase *Probability, Random Variables and Stochastic Processes* de Athanasios Papoulis, pp. 151 y 152.

<sup>18</sup> Una manera de saber el número de años en que las economías convergen, dado un valor para  $\psi$ , se establece de la siguiente forma: si se toma la ecuación (15) y se le resta  $y(0)$  de ambos lados se encuentra que

$$\ln y(t) - \ln y(0) = (1 - e^{-\psi t}) \ln y^* - (1 - e^{-\psi t}) \ln y(0)$$

o  $y(t) - y(0)$  la diferencia en el ingreso per cápita entre el periodo inicial y un periodo intermedio  $t$ , anterior al periodo en que se alcanza el estado estacionario. Si suponemos que en  $y(t)$  se ha cubierto la mitad de la brecha entre el periodo inicial y el de estado estacionario, al dividir la ecuación por  $\ln(y^*) - \ln y(0)$  (la diferencia total entre el inicio y el estado estacionario) se llega a:

$$\frac{\ln y(t) - \ln y(0)}{\ln y^* - \ln y(0)} = (1 - e^{-\psi t}) = 1/2.$$

dichas economías vendrían a igualar sus niveles de vida en unos 60 años. Si se compara este resultado con los obtenidos por Mankiw, Romer y Weil (1990), se puede ver que la convergencia en este caso es ligeramente más rápida.<sup>19</sup> Ante esto, es importante recalcar que se esperaba una velocidad de convergencia mucho mayor a la que obtienen los autores citados, sobre todo por el hecho de que este análisis es regional, por lo que se pueden suponer menores barreras a la transferencia tecnológica y de factores, y por tanto una convergencia más rápida.

Al despejarse los valores para  $\alpha$  y  $\beta$ , en base a los coeficientes obtenidos en la regresión, se encuentra que el capital físico tiene una participación de 14% por unidad en el producto total, y que el capital humano participa en 27%. Es importante recalcar que se esperaban participaciones de alrededor de 33% para cada tipo de capital.<sup>20</sup>

*Cuadro 1, "proxy" CAP.* Para el ejercicio realizado con la "proxy" de captación, se obtuvo que el PIB per cápita inicial resultó significativo y con el signo correcto. Lo mismo sucede con la captación. Por su parte, las variables  $\ln(n + g + \delta)$  y  $\ln(\text{matrícula/pob.escolar})$  no resultaron significativas aunque su signo es el correcto.

El valor para  $\psi$  que generan estos resultados es significativo. Hace prever convergencia entre las economías en un lapso de 60 años. Por su parte,  $\alpha$  y  $\beta$  valen 22 y 7%, respectivamente.

*Cuadro 2.* Al realizarse regresiones que incorporan la restricción de que los coeficientes para  $\ln(s_t)$ ,  $\ln(s_{t-1})$  y  $\ln(n + g + \delta)$  suman cero, como lo sugiere la ecuación (17), se encuentran resultados similares a los anteriores. No todas las variables resultaron significativas, el valor para el parámetro de convergencia es el mismo que en el caso anterior y  $\alpha$  y  $\beta$  fueron demasiado bajas. Asimismo, en la segunda regresión de este cuadro se rechaza la hipótesis de que la restricción mencionada es válida.

*Recapitulación, cuadros 1 y 2.* En términos generales, se pueden interpretar estos resultados como insuficientes para concluir a favor del modelo estudiado. Si bien el PIB per cápita inicial y la captación reflejan un comportamiento *ad hoc* al modelo, y su poder explicativo es relativamente alto, los resultados en torno a las demás variables son pobres y no reflejan evidencia que permita asegurar su importancia dentro del modelo. Asimismo, se esperaba una velocidad de convergencia mucho mayor a la que encuentran Mankiw, Romer y Weil, sobre todo porque este es un análisis regional que involucra economías aparentemente mejor integradas que en el estudio internacio-

Así,  $1/2 = e^{-rt}$ . Sacando logaritmos y despejando, se obtiene que  $t$ , el número de años necesario para cubrir la mitad de la brecha está definido por:  $t = \ln(1/2)/-r$ .

<sup>19</sup> Los autores citados encuentran que la convergencia entre las economías se da en un periodo de alrededor de 70 años.

<sup>20</sup> En su estudio, Mankiw, Romer y Weil suponen que la participación por unidad de producto para cada uno de los insumos considerados debe fluctuar alrededor de 1/3. Sustentan este supuesto con base en los datos que en promedio se observan en las economías que estudian. En este trabajo se retoma el mismo supuesto en torno a dichas participaciones.

nal realizado por dichos autores. Por su parte, los valores obtenidos para  $\alpha$  y  $\beta$  son demasiado bajos.

No obstante, es necesario mencionar que los resultados anteriores no se pueden interpretar como definitivos por tratarse de un análisis de corte transversal con una muestra sumamente pequeña (de sólo 32 observaciones por variable). A continuación, se presentan los resultados de un nuevo ejercicio con la muestra ampliada de la siguiente manera: se consideraron los datos para cada entidad federativa en forma decenal. Así, por ejemplo, en el periodo 60-89, existen 3 observaciones que se refieren al PIB per cápita inicial (la primera para la década 60-69, la segunda para la década 70-79, la tercera para la década 80-89) para cada entidad federativa. La variable  $\ln(n + g + \delta)$ , se observa 3 veces para cada estado y constituye la tasa de crecimiento poblacional de cada decenio, sumada a sus respectivos valores de  $g$  y  $\delta$ . No es ya un promedio de los tres decenios. Lo mismo sucede con las observaciones de las demás variables. De esta manera se obtiene una muestra 3 veces mayor (de 96 observaciones para cada variable), lo que producirá resultados más confiables por tenerse más grados de libertad.

#### Cuadros 3 y 4

*Cuadro 3, "proxy" IPF.* El cuadro 3 presenta los resultados del nuevo ejercicio con la muestra ampliada.<sup>21</sup> En el primer caso, todas las variables involucradas son significativas y con los signos correctos. El valor de  $\psi$  sugiere una velocidad de convergencia entre economías mucho mayor a la de los casos anteriores (los estados pobres alcanzarían a los ricos en 26 años), aunque ahora el parámetro no presentó significancia estadística. Con esta nueva muestra, la participación del capital sugerida por  $\alpha$  resulta mayor (23%) y más cercana a lo que se supuso (33%). No obstante,  $\beta$  arroja un valor menor (15 por ciento).

*Cuadro 3, "proxy" CAP.* La parte inferior del cuadro 3 reporta los resultados obtenidos al utilizar la "proxy" captación. Todas las variables son significativas con excepción de  $\ln(n + g + \delta)$  y de  $\ln(s_h)$ . Todos los coeficientes toman los signos correctos, excepto por el de  $\ln(s_h)$  que resulta negativo. El valor de  $\psi$  sugiere una velocidad de convergencia entre las economías de aproximadamente 24 años. Esta última variable no presenta significancia estadística al nivel de confianza requerido. El valor para  $\alpha$

<sup>21</sup> A diferencia del análisis con la primera muestra, en este caso se incluyen tres constantes en las regresiones realizadas. Esto se debe a que en este nuevo ejercicio, al tenerse tres decenios, se tienen tres constantes diferentes que reflejan el estado de la tecnología al inicio de cada periodo. Si se toma la ecuación (17), es fácil observar cómo las constantes de la especificación empírica para cada uno de los tres decenios son, respectivamente:

$$\begin{aligned}gt - \ln A(60) (1 - e^{-\psi}), \\gt - \ln A(70) (1 - e^{-\psi}), \\gt - \ln A(80) (1 - e^{-\psi}).\end{aligned}$$

permanece consistente con el modelo teórico (26%). Por su parte,  $\beta$  es aún más pequeño que en el caso anterior (1 por ciento).

*Cuadro 4.* Las regresiones restringidas con esta nueva muestra ampliada presentan resultados similares a los anteriores. Todos los coeficientes resultaron significativos y con el signo correcto (a excepción del coeficiente asociado al capital humano, al utilizarse la captación). La convergencia se da a una velocidad de 24 años, de acuerdo con el parámetro significativo de la segunda parte del cuadro, y el valor para  $\alpha$  es mucho más satisfactorio que el de  $\beta$ , que permanece muy alejado de 33 por ciento.

*Recapitulación, cuadros 3 y 4.* Los resultados obtenidos con base en la muestra ampliada presentan evidencia más robusta a favor de la hipótesis de convergencia. Por ejemplo, en las regresiones que incluyen la "proxy" de inversión pública federal, todos los coeficientes tuvieron los signos correctos y fueron significativos. Asimismo, si bien la velocidad de convergencia resultó significativa solamente una vez, ésta fue mucho mayor en todos los casos. El valor para  $\alpha$  se mantuvo cerca de lo que se supuso, y el poder explicativo del modelo con esta nueva muestra es más alto ( $R^2$  ajustadas de 79 y 80%, respectivamente, y de 79 y 79% en las regresiones restringidas).

Sería interesante observar los resultados anteriores gráficamente. La gráfica 1 muestra la relación entre el crecimiento y el logaritmo del PIB per cápita inicial. Se observa que existe una relación negativa entre ambos. La gráfica 2, que condiciona el crecimiento a los coeficientes obtenidos en la regresión hecha con la "proxy" de inversión pública federal, muestra una relación de este tipo ligeramente más aguda. Esto es mucho más evidente en la gráfica 3, que condiciona el crecimiento a los coeficientes obtenidos en la regresión que utiliza la "proxy" de captación. Esta evidencia favorece sin duda la hipótesis de que existe convergencia.

No obstante, se puede decir que son dos los principales problemas encontrados en torno a los resultados anteriores. Primero, el parámetro de convergencia solamente fue significativo una vez de cuatro; y segundo, la participación del capital humano en la producción resultó muy baja. Lo anterior puede deberse al hecho de que se están comparando economías muy diferentes entre sí, bajo el supuesto de que todas tienen acceso a una misma función de producción agregada. El considerar diferencias en las funciones de producción de las economías puede ser un supuesto más realista que nos lleve a hacer comparaciones entre economías que comparten similitudes productivas. Así, se podrán encontrar quizás parámetros de convergencia con mayores niveles de significancia y una mayor participación en la producción para el caso del capital humano. A continuación, se expondrá un ejercicio econométrico que toma en cuenta estas consideraciones, y se comentarán las implicaciones de los resultados obtenidos.

Cuadro I  
Pruebas de convergencia, periodo 1960-1990

<i>Variable dependiente:</i>		<i>ln (PPC inicial) - ln (PPC final)</i>	
Observaciones: 32			
Constante	0.725 (0.886)		
ln (PPC60)	-0.774* (-6.06)	$\psi$	0.023* (2.087)
ln ( $n + g + \delta$ )	-0.361 (-1.12)	$\alpha$	0.14
ln (IPF)	0.189 (1.527)	$\beta$	0.27
ln(matrícula/ pob.escolar)	0.357 (1.373)	$R^2_{aj}$	0.61
<i>Variable dependiente:</i>		<i>ln (PPC inicial) - ln (PPC final)</i>	
Observaciones: 32			
Constante	0.304 (0.451)		
ln (PPC60)	-0.830* (-5.71)	$\psi$	0.023* (2.231)
ln ( $n + g + \delta$ )	-0.244 (-0.77)	$\alpha$	0.22
ln (CAP)	0.263* (1.735)	$\beta$	0.07
ln (matrícula/ pob.escolar)	0.088 (0.030)	$R^2_{aj}$	0.59

NOTA: El estadístico  $t$  se encuentra entre paréntesis; PPC60, corresponde al PIB per cápita inicial;  $n + g + \delta$  es la suma de la tasa decenal promedio de crecimiento de la PEA más 50% =  $g + \delta$ ; IPF es la Inversión Pública Federal per cápita promedio (con respecto a la PEA); *matrícula/pob.escolar* es la matrícula de alumnos inscritos en secundaria con respecto a la población de alumnos que deben cursar dicho ciclo (personas entre 12 y 19 años); CAP es la captación de la banca comercial con respecto a la PEA; \* quiere decir significancia estadística al 10 por ciento.

Cuadro 2  
Regresiones restringidas (primera muestra)

Variable dependiente:	$\ln(\text{PPC inicial}) - \ln(\text{PPC final})$		
Observaciones: 32			
Constante	0.497 (0.649)	$\Psi$	0.022* (1.973)
$\ln(\text{PPC}60)$	-0.731* (-8.13)	$\alpha$	0.15
$\ln(\text{IPF}) - \ln(n + g + \delta)$	0.181 (1.48)	$\beta$	0.23
$\ln(\text{matrícula}/\text{pob.escolar}) - \ln(n + g + \delta)$	0.265 (1.387)	$R^2 \text{ aj.}$	0.63
Prueba de hipótesis			
$H_0$ : se observa la restricción. Estadístico $F = 0.27$ (no se rechaza $H_0$ )			
Variable dependiente:	$\ln(\text{PPC inicial}) - \ln(\text{PPC final})$		
Observaciones: 32			
Constante	0.180 (0.28)	$\Psi$	0.023* (2.16)
$\ln(\text{PPC}60)$	-0.804* (-7.10)	$\alpha$	0.23
$\ln(\text{CAP}) - \ln(n + g + \delta)$	0.256* (1.65)	$\beta$	0.04
$\ln(\text{matrícula}/\text{pob.escolar}) - \ln(n + g + \delta)$	0.040 (0.176)	$R^2 \text{ aj.}$	0.60
Prueba de hipótesis			
$H_0$ : se observa la restricción. Estadístico $F = 3.92$ (se rechaza $H_0$ )			

\* Quiere decir significancia estadística al 10 por ciento.

**Cuadro 3**  
Pruebas de convergencia con muestra ampliada

<i>Variable dependiente:</i>		<i>ln (PPC inicial) – ln (PPC final)</i>	
Observaciones: 96			
Constante 1	0.65* (2.46)		
Constante 2	-0.37* (-3.8)		
Constante 3	-0.71* (-7.15)		
ln (PPC inicial)	-0.42* (-6.02)	$\Psi$	0.054 (1.246)
ln (n + g + $\delta$ )	-0.244* (-1.79)	$\alpha$	0.23
ln (IPF)	0.128* (2.14)	$\beta$	0.15
ln (matrícula/ pob.escolar)	0.103* (1.61)	$R^2$ aj.	0.80
<i>Variable dependiente:</i>		<i>ln (PPC inicial) – ln (PPC final)</i>	
Observaciones: 96			
Constante 1	0.441* (1.93)		
Constante 2	-0.256* (-1.92)		
Constante 3	-0.575* (-4.79)		
ln (PPC inicial)	-0.492* (-5.16)	$\Psi$	0.057 (1.382)
ln (n + g + $\delta$ )	-0.189 (-1.15)	$\alpha$	0.26
ln (CAP)	0.177* (2.731)	$\beta$	0.01
ln (matrícula/ pob.escolar)	-0.007 (-0.09)	$R^2$ aj.	0.79

NOTA: Como puede observarse existen tres constantes en estas regresiones. Cada una corresponde a la ordenada al origen al principio de cada decenio, dada por el nivel tecnológico de las economías en cada uno de estos periodos.

\* Quiere decir significancia estadística al 10 por ciento.

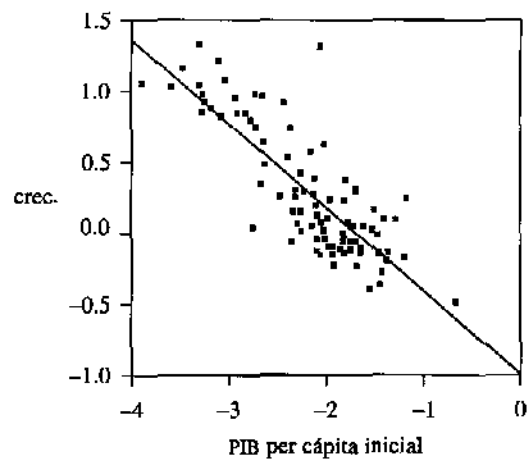


**Cuadro 4**  
Regresiones restringidas (muestra ampliada)

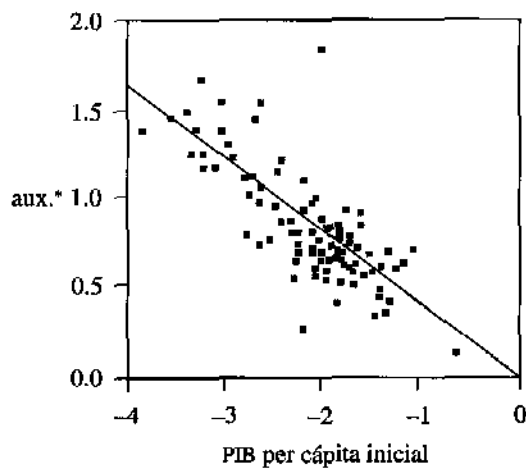
<i>Variable dependiente:</i>	<i>ln (PPC inicial) ln (PPC final)</i>		
Observaciones: 96			
Constante 1	0.67* (2.04)		
Constante 2	-0.38* (-4.8)	$\Psi$	0.053
Constante 3	-0.72* (-5.8)		(1.23)
ln (PPC inicial)	-0.425* (-9.267)	$\alpha$	0.19
ln (IPF) - ln ( $n + g + \delta$ )	0.129* (2.102)	$\beta$	0.16
ln (matrícula/ pob.escolar) - ln ( $n + g + \delta$ )	0.108* (1.593)	$R^2$ aj.	0.80
Prueba de hipótesis			
$H_0$ : se observa la restricción.	Listadístico $F = 0.0092$ (no se rechaza $H_0$ )		
<i>Variable dependiente:</i>	<i>ln (PPC inicial) - ln (PPC final)</i>		
Observaciones: 96			
Constante 1	0.467(1.48)		
Constante 2	-0.26* (-2.48)	$\Psi$	0.057*
Constante 3	-0.58* (-3.97)		(1.67)
ln (PPC inicial)	-0.501* (-8.21)	$\alpha$	0.26
ln (CAP) - ln ( $n + g + \delta$ )	0.18* (2.68)	$\beta$	0.0
ln (matrícula/ pob.escolar) - ln ( $n + g + \delta$ )	-0.0009 ( 0.01)	$R^2$ aj.	0.79
Prueba de hipótesis			
$H_0$ : se observa la restricción.	Estadístico $F = 0.010$ (no se rechaza $H_0$ )		

\* Quiere decir significancia estadística al 10 por ciento.

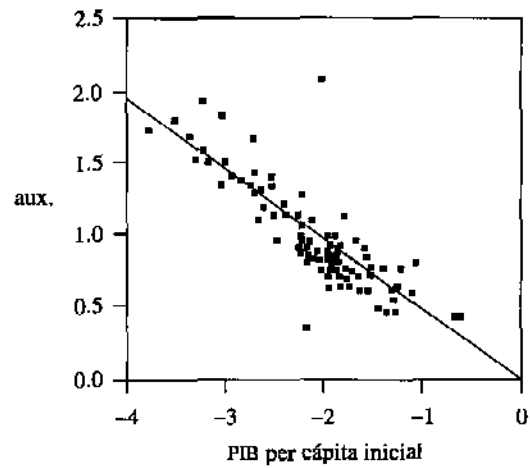
Gráfica 1



Gráfica 2



Gráfica 3



\* La variable aux = residual de la regresión + coeficiente para el PIB per cápita en la regresión  $\times$  PIB per cápita inicial.

### *Un análisis de convergencia entre grupos de economías*

Inspirados en los modelos de crecimiento endógeno, Durlauf y Johnson (1992) pusieron a prueba los resultados encontrados en Mankiw, Romer y Weil (1990), que evidencian la validez de modelos exógenos del tipo de Solow para explicar el proceso de crecimiento y convergencia. Dichos autores consideraron importante diferenciar las economías estudiadas de acuerdo con sus características microeconómicas. De esta manera, realizaron un ejercicio que estudia la convergencia entre grupos de economías con condiciones iniciales similares (convergencia local) y lo compararon con los resultados de convergencia global encontrados por Mankiw, Romer y Weil (1990). Entre las conclusiones a las que llegaron, se destaca que la evidencia de convergencia es más robusta cuando se toman en cuenta las diferencias microeconómicas de las economías. Así, afirman que se observa un equilibrio diferente en cada grupo, de tal forma que a cada uno corresponde un estado estacionario particular. Por lo anterior, la diferenciación precisa de las economías es fundamental en los estudios de convergencia.

Dada la heterogeneidad tan marcada entre los estados de la República Mexicana, se consideró que un ejercicio similar al de Durlauf y Johnson sería interesante, ya que constituiría evidencia adicional que podría llevar el estudio realizado a conclusiones más ciertas, confirmando, matizando o rechazando los resultados hasta ahora obtenidos. El criterio de selección que dichos autores escogen para definir los grupos de economías con respecto a los cuales se analiza la convergencia, utiliza las tasas de alfabetización y el producto per cápita inicial, pues opinan que estos aspectos son fundamentales y constituyen características asociadas a las diferencias microeconómicas de las economías. En este estudio, se hace la selección de una manera más simple. La posición relativa de las economías con respecto al PIB per cápita promedio del año base constituye el criterio para agrupar a los estados en dos rubros: los pobres y los ricos.<sup>22</sup> Aquellos estados que en el año de 1960 presentan un PIB per cápita inferior al promedio de los 32 estados se encuentran en el grupo de los pobres. Los restantes son los ricos.

Los estados que se clasificaron dentro del grupo de los pobres son: Aguascalientes, Colima, Chiapas, Durango, Guanajuato, Guerrero, Hidalgo, Jalisco, Michoacán, Nayarit, Oaxaca, Puebla, Querétaro, Quintana Roo, San Luis Potosí, Tlaxcala y Zacatecas. Así, los estados restantes constituyen el grupo de los ricos: Baja California, Baja California Sur, Campeche, Coahuila, Chihuahua, Distrito Federal, Estado de México, Morelos, Nuevo León, Sinaloa, Sonora, Tabasco, Tamaulipas, Veracruz y Yucatán.

<sup>22</sup> En Barro (1991) también se divide a las economías en grupos de pobres y ricos, aunque la motivación de este agrupamiento no está vinculada con la hipótesis de que existen diferencias microeconómicas entre ellas, como sugieren Durlauf y Johnson.

## Cuadros 5 y 6

*Cuadro 5, "proxy" IPF.* Los resultados obtenidos se reportan en el cuadro 5. Para el caso de las economías pobres, todas las variables resultaron significativas en la regresión realizada con la IPF, excepto por el capital humano. Los signos de los coeficientes fueron los correctos. La velocidad de convergencia es ligeramente menor en este caso (35 años), pero el parámetro  $\Psi$  no presenta significancia estadística al 10% requerido. Es notable el hecho de que tanto  $\alpha$  como  $\beta$  mantengan valores mayores a los de los casos anteriores (38 y 22%, respectivamente).

*Cuadro 5, "proxy" CAP.* La regresión que incorpora la "proxy" de captación arrojó coeficientes significativos para el PIB per cápita inicial y el ahorro en capital físico. Los signos son correctos en todos los casos. Es importante observar que en esta regresión la velocidad de convergencia dada por  $\Psi$  es mucho menor que en todos los resultados que involucran la muestra ampliada (63 años), aunque el parámetro no fue significativo. En este caso,  $\alpha$  obtuvo un valor de 26%, que resulta satisfactorio. No obstante,  $\beta$  resulta algo bajo con un 14 por ciento.

*Cuadro 6.* Las regresiones restringidas del cuadro 6 para las economías pobres presentan coeficientes con los signos correctos y significativos (a excepción del coeficiente asociado al capital humano en la segunda parte del cuadro). La velocidad de convergencia es de 32 y 27 años, respectivamente y no es significativa. Los valores para  $\alpha$  y  $\beta$  se mantienen cerca del 33% que se supuso (a excepción de la  $\beta$  al utilizarse la captación).

*Recapitulación, cuadros 5 y 6.* Las principales observaciones en torno al ejercicio econométrico realizado para el grupo de economías pobres son las siguientes: los datos parecen ajustarse bastante bien al modelo, ya que las regresiones con la "proxy" de inversión pública federal presentan en general significancia y signos correctos para todas las variables. Si bien los resultados no son tan buenos en el ejercicio que involucra la "proxy" de captación, se obtienen los signos correctos en las variables. En general, las participaciones del capital humano por unidad producida se acercaron más a lo que se esperaba, aunque no fueron del todo satisfactorias al utilizarse la captación. Otro problema encontrado en este ejercicio lo constituye el hecho de que la velocidad de convergencia resultó menor que en el análisis previo, y nunca se obtuvo significancia estadística para el parámetro  $\Psi$ . De esta manera, se puede decir que para el caso de las economías pobres, si bien las variables del modelo resultaron en general significativas, no se resolvieron del todo las deficiencias encontradas en los resultados anteriores, sobre todo en lo que respecta al parámetro de convergencia  $\Psi$ .

Cuadros 7 y 8

*Cuadro 7.* Las regresiones realizadas para el grupo de estados ricos arrojan los siguientes resultados:

a) Al utilizarse la IPF, sólo resultó significativo el coeficiente correspondiente al PIB per cápita inicial. No obstante, los signos fueron correctos para todas las variables. La velocidad de convergencia es de 31 años, y  $\Psi$  presenta significancia estadística al 10%. Los valores para  $\alpha$  y  $\beta$  fueron bajos (16% en ambos casos).

b) Al utilizarse la captación se encontró que el PIB per cápita inicial y el ahorro en capital físico fueron significativos. El coeficiente del capital humano resultó negativo. La velocidad de convergencia es de 28 años y  $\Psi$  fue significativo. El valor de  $\alpha$  resulta satisfactorio (24%), lo que no sucede con  $\beta$ , que reporta una participación para el capital humano de únicamente 11 por ciento.

*Cuadro 8.* Como se puede ver, únicamente el PIB per cápita inicial resultó significativo en la primera parte de este cuadro. El PIB per cápita inicial y la restricción que involucra la captación fueron a su vez significativos y con los signos correctos, en la segunda parte del cuadro. En ambos casos, el parámetro de convergencia es significativo y arroja una velocidad de 31 y 28 años, respectivamente. A su vez, el valor de  $\alpha$  es de 16 y 23%, respectivamente, en tanto que para  $\beta$  hay valores de 12 y 13 por ciento.

*Recapitulación, cuadros 7 y 8.* La diferencia fundamental que se observa en el grupo de economías ricas, al compararse con el grupo de economías pobres, es que sus resultados no son tan buenos en lo que se refiere a la significancia estadística de las variables del modelo. Parece ser que en las economías ricas el proceso de convergencia se da independientemente de los valores que presentan el crecimiento poblacional y el capital humano. Se puede hablar tal vez de un proceso de convergencia incondicional. Lo que sí resulta claro es que hay convergencia, ya que fue significativo un parámetro  $\Psi$  que sugiere una velocidad de cerca de 30 años. Esto último contrasta con el grupo de estados pobres, en el que no resultó significativo un parámetro de convergencia que además sugiere velocidades menores a las anteriores.

Las diferencias que se encontraron entre los resultados de los cuadros 5 y 6 por una parte y, 7 y 8 por otra, se ven apoyadas por los resultados que se presentan en el cuadro 9, en el cual se comprueba que los coeficientes del modelo para estados ricos y pobres son diferentes. En efecto, al realizarse una regresión que incluye variables dicotómicas para diferenciar estados ricos de pobres, se rechaza en la primera parte del cuadro 9, la hipótesis de que los coeficientes para ambos grupos son iguales. Esto valida el establecimiento de un análisis de convergencia entre grupos diferentes de economías.

**Cuadro 5**  
Pruebas de convergencia entre grupos de economías, estados pobres

<i>Variable dependiente:</i>		<i>ln (PPC inicial) – ln (PPC final)</i>	
Observaciones: 51			
Constante 1	1.76* (3.6)		
Constante 2	-0.68* (-5.3)		
Constante 3	-1.09* (-6.0)		
ln (PPC inicial)	-0.192* (-1.71)	$\Psi$	0.04 (0.8)
ln ( $n + g + \delta$ )	-0.356* (-2.86)	$\alpha$	0.38
ln (IPF)	0.193* (3.22)	$\beta$	0.22
ln (matrícula/ pob. escolar)	0.112 (1.35)	$R^2$ aj.	0.89
<i>Variable dependiente:</i>		<i>ln (PPC inicial) – ln (PPC final)</i>	
Observaciones: 51			
Constante 1	1.16* (2.29)		
Constante 2	-0.49* (-3.23)		
Constante 3	-0.91* (-3.78)		
ln (PPC inicial)	-0.378* (-2.07)	$\Psi'$	0.022 (0.51)
ln ( $n + g + \delta$ )	-0.263 (-1.26)	$\alpha$	0.26
ln (CAP)	0.168* (2.016)	$\beta$	0.14
ln (matrícula/ pob. escolar)	0.08 (1.05)	$R^2$ aj.	0.86

\* Quiero decir significancia estadística al 10 por ciento.

**Cuadro 6**  
Regresiones restringidas (economías pobres)

<i>Variable dependiente:</i>		<i>ln (PPC inicial) – ln (PPC final)</i>	
Observaciones: 51			
Constante 1	1.83* (3.43)		
Constante 2	-0.701 (-5.87)	$\Psi$	0.043
Constante 3	-1.12* (-5.69)		(0.8)
ln (PPC inicial)	-0.216* (-2.65)	$\alpha$	0.35
ln (IPF) – ln ( $n + g + \delta$ )	0.197* (3.19)	$\beta$	0.25
ln (matrícula/ pob. escolar) – ln ( $n + g + \delta$ )	-0.137* (2.00)	$R^2$ aj.	0.90
Prueba de hipótesis			
$H_0$ : se observa la restricción.	Estatístico $F = 0.13$ (no se rechaza $H_0$ )		
<i>Variable dependiente:</i>		<i>ln (PPC inicial) – ln (PPC final)</i>	
Observaciones: 51			
Constante 1	1.173* (1.88)		
Constante 2	-0.49* (-3.34)	$\Psi$	0.051
Constante 3	-0.91* (-3.51)		(1.186)
ln (PPC inicial)	-0.385* (-3.61)	$\alpha$	0.26
ln (CAP) – ln ( $n + g + \delta$ )	0.171* (2.00)	$\beta$	0.14
ln (matrícula/ pob. escolar) – ln ( $n + g + \delta$ )	0.088 (0.84)	$R^2$ aj.	0.87
Prueba de hipótesis			
$H_0$ : se observa la restricción.	Estatístico $F = 0.002$ (no se rechaza $H_0$ )		

\* Quiere decir significancia estadística al 10 por ciento.

**Cuadro 7**  
Pruebas de convergencia entre grupos de economías, estados ricos

<i>Variable dependiente:</i>		<i>ln (PPC inicial) – ln (PPC final)</i>	
Observaciones: 45			
Constante 1	0.470 (0.96)		
Constante 2	-0.32 (-1.52)		
Constante 3	-0.60* (-3.37)		
ln (PPC inicial)	-0.426* (-4.46)	$\Psi$	0.045* (1.691)
ln ( $n + g + \delta$ )	-0.096 (0.512)	$\alpha$	0.16
ln (IPF)	0.099 (1.31)	$\beta$	0.16
ln (matrícula/ pob.escolar)	0.101 (0.83)	$R^2$ aj.	0.61
<i>Variable dependiente:</i>		<i>ln (PPC inicial) – ln (PPC final)</i>	
Observaciones: 45			
Constante 1	0.129 (0.238)		
Constante 2	-0.157 (-0.538)		
Constante 3	-0.378 (-1.43)		
ln (PPC inicial)	-0.499* (-4.105)	$\Psi$	0.05* (1.635)
ln ( $n + g + \delta$ )	0.044 (-0.22)	$\alpha$	0.24
ln (CAP)	0.182* (1.786)	$\beta$	0.11
ln (matrícula/ pob.escolar)	-0.086 (-0.455)	$R^2$ aj.	0.62

\* Quiere decir significancia estadística al 10 por ciento.



**Cuadro 8**  
Regresiones restringidas (economías ricas)

<i>Variable Dependiente:</i>		<i>ln (PPC inicial)–ln (PPC final)</i>	
Observaciones: 45			
Constante 1	0.310 (0.718)		
Constante 2	-0.265* (-1.77)	$\Psi$	0.045*
Constante 3	-0.562* (-3.47)		(1.74)
ln (PPC inicial)	-0.403* (-4.27)	$\alpha$	0.16
ln (IPF) – ln ( $n + g + \delta$ )	0.089 (1.154)	$\beta$	0.12
ln (matrícula/ pob. escolar) – ln ( $n + g + \delta$ )	0.066 (0.62)	$R^2$ aj.	0.62
Prueba de hipótesis			
$H_0$ : se observa la restricción.	Estadístico $F=0.262$ (no se rechaza $H_0$ )		
<i>Variable dependiente:</i>		<i>ln (PPC inicial) – ln (PPC final)</i>	
Observaciones: 45			
Constante 1	0.064 (0.153)	$\Psi$	0.05*
Constante 2	-0.133 (-0.613)		(1.62)
Constante 3	-0.366 (-1.534)		
ln (PPC inicial)	-0.485* (-3.74)	$\alpha$	0.23
ln (CAP) – ln ( $n + g + \delta$ )	0.175* (1.62)	$\beta$	0.13
ln (matrícula/ pob. escolar) – ln ( $n + g + \delta$ )	-0.097 (-0.58)	$R^2$ aj.	0.63
Prueba de hipótesis			
$H_0$ : se observa la restricción.	Estadístico $F = 0.043$ (no se rechaza $H_0$ )		

\* Quiere decir significancia estadística al 10 por ciento.

**Cuadro 9**  
**Pruebas de convergencia con variables dicotómicas**  
 (D1 = 1 si el estado es rico, D2 = 1 si el estado es pobre)

<i>Variable dependiente:</i> Observaciones: 96		<i>n (PPC inicial) - ln (PPC final)</i>	
Constante 1	1.06* (3.10)	G. ln (matrícula/ pob. escolar) × D1	0.219* (2.39)
Constante 2	-0.49* (-4.79)		
Constante 3	-0.806* (-6.36)		
A. ln (PPC inicial) × D1	-0.455* (-4.14)	H. ln (matrícula/ pob. escolar) × D2	0.016 (0.19)
B. ln (PPC inicial) × D2	-0.252* (-2.21)		
C. ln (n + g + δ) × D1	-0.017 (-0.14)	R <sup>2</sup> aj.	0.81
D. ln (n + g + δ) × D2	-0.34* (-3.86)	H <sub>0</sub> : A = B, C = D, E = F, G = H Estatístico F = 2.19* (se rechaza la hipótesis nula)	
E. ln (IPF) × D1	0.128* (3.14)		
F. ln (IPF) × D2	0.181* (4.09)		
<i>Variable dependiente:</i> Observaciones: 96		<i>ln (PPC inicial) - ln (PPC final)</i>	
Constante 1	0.498* (1.61)	G. ln (matrícula/ pob. escolar) × D1	0.023 (0.21)
Constante 2	-0.278* (-2.46)		
Constante 3	-0.567* (-4.13)		
A. ln (PPC inicial) × D1	-0.494* (-3.94)	H. ln (matrícula/ pob. escolar) × D2	-0.034 (-0.397)
B. ln (PPC inicial) × D2	-0.502* (-3.15)		
C. ln (n + g + δ) × D1	-0.030 (-0.24)	R <sup>2</sup> aj.	0.79
D. ln (n + g + δ) × D2	-0.232* (2.42)		
E. ln (IPF) × D1	0.163* (2.37)	H <sub>0</sub> : A = B, C = D, E = F, G = H	
F. ln (IPF) × D2	0.210* (3.14)	Estatístico F = 0.95	

\* Quiere decir significancia estadística al 10 por ciento.

### **Conclusiones**

Las grandes diferencias que existen en los niveles de bienestar y en los patrones de crecimiento de los 32 estados de México motivaron este estudio, cuyo fin es establecer un diagnóstico sobre la dinámica del crecimiento de las economías del país. Para dicho propósito se utilizaron el marco teórico y la metodología que desarrollan Mankiw, Romer y Weil (1990), y se llevó a cabo un estudio empírico en torno al tema de la convergencia. Si bien se han realizado ya numerosos artículos que tratan este tema, hay poco consenso entre los investigadores en torno a la hipótesis de convergencia. Lo anterior obligó a hacer un trabajo exhaustivo, que tratara de eliminar limitaciones tanto empíricas como teóricas, de tal forma que se pudiera tener mayor libertad de análisis econométrico y una mayor generalidad. En una primera parte, se evaluó el modelo de Solow aumentado, a la manera sugerida por Mankiw, Romer y Weil (1990). Posteriormente, se realizó el mismo ejercicio pero incorporando una nueva muestra ampliada que permitió mayores grados de libertad y, por tanto, resultados estadísticos más robustos. Finalmente, se consideró de interés repetir el ejercicio bajo el supuesto de que las diferencias entre los estados validan un análisis de convergencia entre grupos de economías ricas y pobres.

Los resultados obtenidos en el primer ejercicio (cuadros 1 y 2) no muestran evidencia clara de convergencia condicional a las variables de la especificación empírica, ya que no existe significancia estadística para todas las variables del modelo y la convergencia es demasiado lenta. Las participaciones para los factores productivos parecen demasiado bajas en algunos casos.

Los cuadros 3 y 4 reflejan los resultados del mismo ejercicio pero con una muestra ampliada. Es notable la mejoría en los resultados, que reportan significancia en todas las variables del modelo en cuestión al utilizarse la "proxy" de inversión pública federal. Las participaciones de los factores productivos resultaron en general más cercanas a lo sugerido por el modelo teórico, y la velocidad de convergencia fue mucho mayor. No obstante, la falta de significancia estadística para el parámetro  $\Psi$  en la mayoría de los casos, y la baja participación del capital humano en la producción, constituyeron resultados que obligaban a una nueva prueba, que considera legítimo el hacer un análisis entre grupos de economías.

Los cuadros 5, 6 y 7, 8 reportan los valores de los coeficientes del modelo de Solow aumentado para los grupos de estados pobres y ricos de la República Mexicana. Lo obtenido permitió observar que el primer grupo se ajusta mejor a la especificación empírica del modelo. En efecto, los resultados presentan significancia para todas las variables, y las participaciones del capital físico y humano se acercan al 33% esperado. No obstante, el parámetro de convergencia nunca resultó significativo en las pruebas para este primer grupo. Por el contrario, el grupo de estados ricos parece sugerir evidencia de que los datos se ajustan a un modelo de convergencia incondicional (no siempre fueron significativas las variables para ambos tipos de capital y para el crecimiento poblacional), en el que existe una velocidad de convergencia cercana a los treinta años.

Habiéndose validado un análisis entre grupos de economías (véase el cuadro 9), se puede concluir que existe evidencia para afirmar que los estados de la República Mexicana se encuentran en un proceso de convergencia hacia mayores niveles de bienestar. No obstante, este proceso entre las 32 economías del país parece demasiado lento para un análisis regional como éste. El análisis de convergencia entre grupos es una alternativa más factible, ya que permite matizar los resultados obtenidos en un principio. La evidencia parece mostrar que las economías ricas convergen entre sí en un lapso de treinta años. Por su parte, las economías pobres se ajustan al modelo teórico pero no parecen mostrar suficientes pruebas para hablar de convergencia en un periodo determinado de tiempo. De cualquier manera, ésta se puede dar en un periodo más largo que en el caso de los estados ricos. Esto quiere decir que las diferencias entre los estados pobres y ricos pueden permanecer indefinidamente. La existencia de dos puntos de convergencia (uno en el que las economías menos ricas alcanzan a las más ricas, y otro en el que las economías más pobres alcanzan a las menos pobres) parece ser la respuesta a los resultados obtenidos. Aparentemente las diferencias entre los estados se acortan, pero sólo entre aquéllos cuyos niveles de producto per cápita son similares. Así, se vuelve necesario elaborar un análisis más profundo para indagar sobre los mecanismos que determinan esta dinámica. Considero que este análisis podría realizarse siguiendo dos vertientes principales. En un primer término, convendría estudiar empíricamente hasta qué punto la asignación de recursos públicos a las diferentes economías del país ha propiciado convergencia o divergencia entre éstas. Este es un aspecto fundamental, ya que el marco en el que se inserta esta investigación no considera la intervención de un agente externo, como el gobierno, dentro de la dinámica de acumulación o desacumulación de capital como mecanismo de convergencia. A simple vista, resulta claro que el gobierno ha dado un trato desigual a las entidades federativas a través de los años. Esto ha generado un desarrollo dispar del país, basado en el crecimiento exponencial de tres grandes polos de producción, cuyos niveles de actividad económica son muy superiores a los de otras zonas del país. En un segundo término, sería interesante la aportación de otro tipo de modelos más desagregados, que permitieran ver con mayor agudeza a cada estado. De esta manera, se podría establecer un análisis multisectorial que además considere aspectos importantes como la migración entre regiones. Las contribuciones de Paul Krugman en el análisis del desarrollo regional, con esquemas que enfatizan la importancia de la geografía económica para explicar comportamientos divergentes entre regiones, representan una referencia obligada en este tipo de trabajos.

### ***Apéndice A***

La ecuación (14) se obtiene realizando una aproximación "log-lineal" a partir de las ecuaciones (9) y (10), que definen el cambio intertemporal de ambos tipos de capital. Si tomamos la función de producción dada por la ecuación (8) y la simplificamos dividiéndola por  $AL$ , se tiene:

$$y(t) = k(t)^\alpha h(t)^\beta. \quad (8)$$

Retomando las ecuaciones (9) y (10) y reemplazando el valor de  $y(t)$  por la ecuación (8), se tiene:

$$\dot{k}(t) = s_k k(t)^\alpha h(t)^\beta - (n + g + \delta) k(t), \quad (9)$$

$$\dot{h}(t) = s_h k(t)^\alpha h(t)^\beta - (n + g + \delta) h(t). \quad (10)$$

Estas tres ecuaciones representan el punto de partida para llevar a cabo la aproximación.

Se deben derivar (9) y (10) con respecto al logaritmo natural de  $k$  y  $h$ . Si se considera que (9) y (10) son iguales a  $f(k)$  y  $f(h)$  respectivamente, sus derivadas con respecto a  $\ln(k)$  y  $\ln(h)$  son por definición  $f(k)/k$  y  $f(h)/h$ . Así, se tiene para  $dk/dt$ :

$$\begin{aligned} \frac{\dot{k}(t)}{k(t)} &= s_k (\alpha - 1) k(t)^{\alpha-2} h(t)^\beta k(t) (\ln k(t) - \ln k^*) \\ &+ s_k k(t)^{\alpha-1} \beta h(t)^{\beta-1} h(t) (\ln h(t) - \ln h^*) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\dot{k}(t)}{k(t)} &= s_k (\alpha - 1) k^{\alpha-1} h^\beta (\ln k(t) - \ln k^*) \\ &+ s_k k(t)^{\alpha-1} \beta h(t)^\beta (\ln h(t) - \ln h^*) \end{aligned}$$

y para  $dh/dt$ :

$$\begin{aligned} \frac{\dot{h}(t)}{h(t)} &= s_h k(t)^\alpha (\beta - 1) h(t)^{\beta-1} (\ln h(t) - \ln h^*) \\ &+ (s_h h(t)^{\beta-1} \alpha k(t)^\alpha (\ln k(t) - \ln k^*)). \end{aligned}$$

Si se reemplaza cada  $k(t)$  y cada  $h(t)$  por sus valores de equilibrio dados por las ecuaciones (13) y (14) se tiene para  $dk/dt$ :

$$\frac{\dot{k}(t)}{k(t)} = s_k (\alpha - 1) \left( \frac{s_k^{1-\beta} s_h^\beta}{n + g + \delta} \right)^{\frac{\alpha-1}{1-\alpha-\beta}} \left( \frac{s_k^\alpha s_h^\alpha}{n + g + \delta} \right)^{\frac{\beta}{1-\alpha-\beta}} (\ln k(t) - \ln k^*)$$

$$+ s_k \left( \frac{s_k^{1-\beta} s_h^\beta}{n+g+\delta} \right)^{\frac{\alpha-1}{1-\alpha-\beta}} \beta \left( \frac{s_k^\alpha s_h^{1-\alpha}}{n+g+\delta} \right)^{\frac{\beta}{1-\alpha-\beta}} (\ln h(t) - \ln h^*)$$

y para  $dh/dt$ :

$$\begin{aligned} \frac{\dot{h}(t)}{h(t)} &= s_h \left( \frac{s_k^{1-\beta} s_h^\beta}{n+g+\delta} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}} (\beta-1) \left( \frac{s_k^\alpha s_h^{1-\alpha}}{n+g+\delta} \right)^{\frac{\beta-1}{1-\alpha-\beta}} (\ln h(t) - \ln h^*) \\ &+ s_h \left( \frac{s_k^\alpha s_h^{1-\alpha}}{n+g+\delta} \right)^{\frac{\beta-1}{1-\alpha-\beta}} \alpha \left( \frac{s_k^{1-\beta} s_h^\beta}{n+g+\delta} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}} (\ln k(t) - \ln k^*). \end{aligned}$$

Simplificando algebraicamente se tiene que ambas expresiones son iguales a:

$$\frac{\dot{k}(t)}{k(t)} = (\alpha-1)(n+g+\delta)(\ln k(t) - \ln k^*) + \beta(n+g+\delta)(\ln h(t) - \ln h^*), \quad (I)$$

$$\frac{\dot{h}(t)}{h(t)} = (\beta-1)(n+g+\delta)(\ln h(t) - \ln h^*) + \alpha(n+g+\delta)(\ln k(t) - \ln k^*). \quad (II)$$

Sabemos que:

$$\frac{\dot{y}(t)}{y(t)} = \alpha \frac{\dot{k}(t)}{k(t)} + \beta \frac{\dot{h}(t)}{h(t)}.$$

Incorporando (I) y (II) en esta última expresión se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{y}(t)}{y(t)} &= \alpha(\alpha-1)(\ln k(t) - \ln k^*) + \alpha\beta(\ln h(t) - \ln h^*) \\ &+ \beta(\beta-1)(\ln h(t) - \ln h^*) + \beta\alpha(\ln k(t) - \ln k^*)(n+g+\delta) \\ \frac{\dot{y}(t)}{y(t)} &= (n+g+\delta)(\alpha(\alpha-1) + \beta\alpha)(\ln k(t) - \ln k^*) + (\alpha\beta + \beta(\beta-1))(\ln h(t) - \ln h^*) \\ \frac{\dot{y}(t)}{y(t)} &= (n+g+\delta)(\alpha + \beta - 1)\alpha(\ln k(t) - \ln k^*) + (\alpha + \beta - 1)\beta(\ln h(t) - \ln h^*) \end{aligned}$$

$$\frac{\dot{y}(t)}{y(t)} = (n + g + \delta) (\alpha + \beta - 1) \alpha (\ln k(t) - \ln k^*) + \beta (\ln h(t) - \ln h^*)$$

$$\frac{\dot{y}(t)}{y(t)} = (n + g + \delta) (\alpha + \beta - 1) (\ln y(t) - \ln y^*)$$

$$\frac{\dot{y}(t)}{y(t)} = (n + g + \delta) (1 - \alpha - \beta) (\ln y^* - \ln y(t)) .$$

### Apéndice B. Estimación del residual de Solow para la economía mexicana

Dada la función de producción de la economía

$$Y = AF(K, L) ,$$

se establece que:

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{A}}{A} + \frac{F_K}{F} \frac{\dot{K}}{K} + \frac{F_L}{F} \frac{\dot{L}}{L} .$$

Si se supone que la función es Cobb-Douglas, los términos  $F_K/F$  y  $F_L/F$  son iguales a los coeficientes  $\alpha$  y  $1 - \alpha$  de cada factor de la función de producción. Así:

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{A}}{A} + \alpha \frac{\dot{K}}{K} + (1 - \alpha) \frac{\dot{L}}{L} .$$

Despejando, se tiene:

$$\frac{\dot{A}}{A} = \frac{\dot{Y}}{Y} - \alpha \frac{\dot{K}}{K} - (1 - \alpha) \frac{\dot{L}}{L} , \quad (B)$$

que representa la fracción del aumento intertemporal del producto que no puede ser explicada por los incrementos en los factores productivos. Por lo anterior, se le considera como aquella fracción del aumento en el producto ocasionada por un cambio tecnológico. Se le conoce comúnmente como el residual de Solow.

En *Evolución de la productividad de los factores en México* (Centro Nacional de Productividad, Ediciones Productividad, México, 1973), Enrique Hernández Laos reporta un residual de Solow promedio de 1.8% para el periodo 1950-1967. Esto justifica el supuesto de que  $g$  tome un valor de 2% anual en este estudio.

### Apéndice C. Diagrama de fase del modelo

En este apéndice se demuestra que el modelo utilizado es estable, es decir, que dadas las ecuaciones dinámicas para ambos tipos de capital, hay convergencia hacia un punto de equilibrio de largo plazo. Para demostrar lo anterior, se desarrollan a continuación las condiciones necesarias para la estabilidad del sistema dinámico. Primero, se comprueba que el determinante derivado de las ecuaciones diferenciales es positivo. Posteriormente se muestra cómo la traza asociada a las ecuaciones es negativa. Estas dos demostraciones garantizan la estabilidad. Finalmente se hace una gráfica del diagrama de fase del modelo. La trayectoria hacia el estado estable que se aprecia en esta gráfica es no oscilatoria.<sup>23</sup>

Si se toman las ecuaciones diferenciales (9) y (10) y se aplica una aproximación lineal se obtiene:

$$\begin{aligned}\dot{k} &= [\alpha s_k k^{\alpha-1} h^\beta - (n + g + \delta)] (k - k^*) + \beta s_k k^\alpha h^{\beta-1} (h - h^*), \\ \dot{h} &= \alpha s_h k^{\alpha-1} h^\beta (k - k^*) + [\beta s_h k^\alpha h^{\beta-1} - (n + g + \delta)] (h - h^*).\end{aligned}$$

Al expresar lo anterior en forma de matriz se tiene:

$$\begin{pmatrix} \dot{k} \\ \dot{h} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\alpha s_k k^{\alpha-1} h^\beta - (n + g + \delta)] & \beta s_k k^\alpha h^{\beta-1} \\ \alpha s_h k^{\alpha-1} h^\beta & [\beta s_h k^\alpha h^{\beta-1} - (n + g + \delta)] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k - k^* \\ h - h^* \end{pmatrix}.$$

Remplazando  $k$  y  $h$  por sus valores de estado estacionario dados por las ecuaciones (11) y (12), se encuentra una expresión más simple:

$$\begin{pmatrix} \dot{k} \\ \dot{h} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha s_k s_h (n + g + \delta) - (n + g + \delta) & \frac{\beta s_k}{s_h} (n + g + \delta) \\ \frac{\alpha s_h}{s_k} (n + g + \delta) & \beta s_k s_h (n + g + \delta) - (n + g + \delta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k - k^* \\ h - h^* \end{pmatrix}.$$

Se debe demostrar ahora que el determinante de la matriz es positivo. El término superior izquierdo es negativo porque  $\alpha s_k s_h (n + g + \delta)$  es menor que  $(n + g + \delta)$ . Esto se debe a que  $\alpha s_k s_h$  es menor que 1. Lo mismo sucede con el término inferior derecho de la matriz. Así, se tiene que el producto de estos dos términos es positivo. Los términos

<sup>23</sup> En este apéndice no se incluye la demostración de que la trayectoria hacia el equilibrio de largo plazo es no oscilatoria con el fin de evitar una lectura pesada de álgebra. Si el lector desea comprobarlo por su cuenta, debe demostrar que los valores propios son reales, es decir, que el cuadrado de la traza menos cuatro veces el determinante da un valor positivo.



inferior izquierdo y superior derecho son positivos como se puede apreciar. Así, para que el determinante de la matriz sea positivo, se debe cumplir que:

$$| [\alpha s_k s_h (n + g + \delta) - (n + g + \delta)] [\beta s_k s_h (n + g + \delta) - (n + g + \delta)] | > \frac{\beta s_k}{s_h} (n + g + \delta) \frac{\alpha s_h}{s_k} (n + g + \delta),$$

lo que se simplifica a

$$| \frac{\alpha s_k s_h - 1}{\beta s_k s_h} | > | \frac{\alpha s_h}{\beta s_k s_h - 1} |.$$

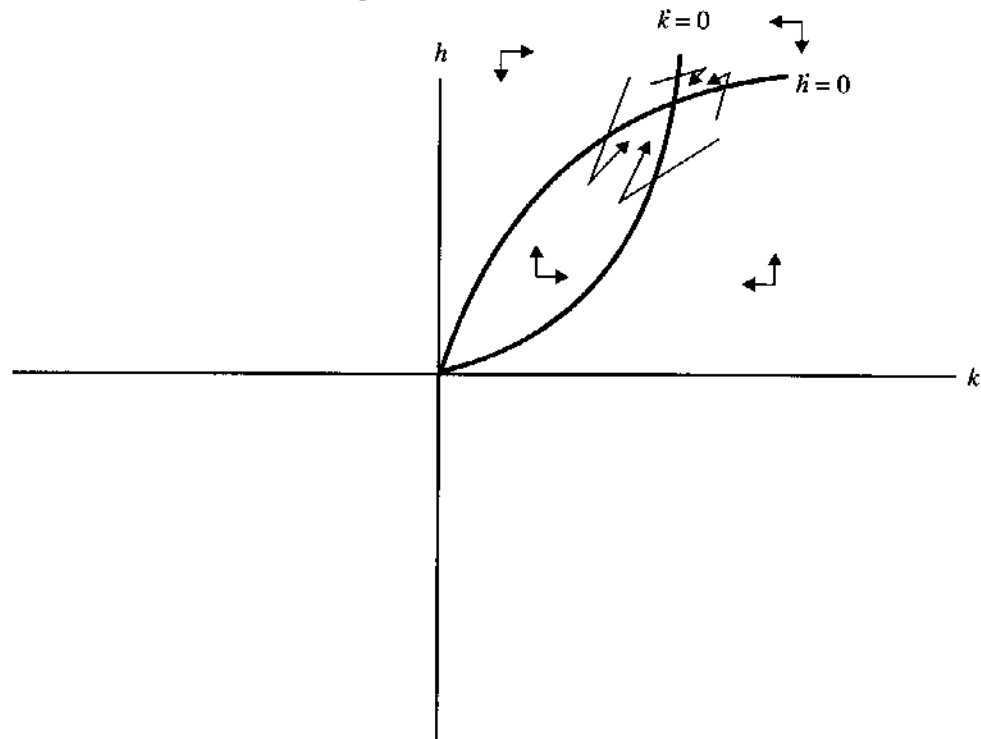
Esta última desigualdad se puede expresar también como:

$$| \frac{\alpha s_k s_h - 1}{\alpha \beta} | > | \beta s_k s_h - 1 |.$$

El numerador del término de la izquierda y el término de la derecha son iguales (debido al supuesto de que  $\alpha = \beta$ ) e inferiores a 1. Por otra parte, el denominador es también inferior a 1. Así, se cumple la desigualdad y se demuestra que el determinante es positivo.

La traza está definida por la suma del término superior izquierdo de la matriz y el término inferior derecho de la misma. Como se explicó al principio, éstos son negativos por lo que su suma es negativa.

Gráfica 4  
Diagrama de fase del modelo



### Referencias bibliográficas

- Arrow, Kenneth, J., "The Economic Implications of Learning by Doing", *Review of Economic Studies*, núm. 29, 1962, pp. 155-173.
- Azariadis, Costas y Allan Drazen, "Threshold Externalities in Economic Development", *The Quarterly Journal of Economics*, núm. 105, mayo de 1990, pp. 501-526.
- Barro, Robert J., "Economic Growth in a Cross Section of Countries", *The Quarterly Journal of Economics*, núm. 106, mayo de 1991, pp. 407-443.
- Barro, Robert J. y Sala-i-Martin Xavier, *Economic growth and Convergence Across the United States*, National Bureau of Economic Research (NBER), Working Paper (WP), núm. 3419.
- , "Convergence Across States and Regions", *Brookings Papers on Economic Activity*, vol. I, 1991.
- Bruton, J.H., "Principles of Development Economics", Prentice Hall, 1965.
- Caraza, Inés, "Convergencia del ingreso en la República Mexicana", *Tesis Profesional del Instituto Tecnológico Autónomo de México*, 1993.
- Cheng, Leonard K. y Elias Dinopoulos, "Schumpeterian Growth and International Business Cycles", *American Economic Review*, vol. 82, núm. 2, mayo de 1992.
- Comisión Nacional Bancaria y de Seguros, *Boletín estadístico*, varios números.
- Davies, James y John Whalley, *Taxes and Capital Formation: How Important is Human Capital?*, NBER, WP, núm. 2899.
- Durlauf, Steven N. y Paul A. Johnson, *Local versus Global Convergence Across National Economies*, NBER, WP, núm. 3996.

- Feenstra, Robert C., James R. Markusen y William Zeile, "Accounting for Growth with New Inputs: Theory and Evidence", *American Economic Review*, vol. 82, núm. 2, mayo de 1992.
- Freyre, Rafael y Norma Vite, *Capital humano en un modelo de equilibrio general*, ITAM, septiembre de 1993. Tesis de licenciatura.
- Friedman, Milton, "Do Old Fallacies Ever Die?", *Journal of Economic Literature*, vol. XXX, diciembre de 1992, pp. 2129 y 2132.
- Gould, David M. y Roy J. Ruffin, "What Determines Economic Growth?", *Economic Review, Federal Reserve Bank of Dallas*, segundo cuarto de 1993.
- Grossman, M. Gene y Elhanan Helpman, *Innovation and Growth in the Global Economy*, The MIT Press, 1991.
- Helliwell, John F. y Alan Chung, *Convergence and Growth Linkages Between North and South*, NBER, WP, núm. 3948.
- Helpman, Elhanan, "Endogenous Macroeconomic Growth Theory", *European Economic Review*, núm. 36, 1992, pp. 237-267.
- Hernández Laos, Enrique, *Evolución de la productividad de los factores en México*, México, Centro Nacional de Productividad, Ediciones Productividad, 1973.
- Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI), *Estructura económica regional por entidad federativa*.
- Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI), *Censo nacional de población y vivienda, 1960, 1970, 1980, 1990*.
- Jones, Hywell, *Introducción a las teorías modernas del crecimiento económico*, Antoni Bosch, 1988.
- Kendrick, John W., *The Formation and Stocks of Total Capital*, Nueva York, Universidad de Columbia para NBER, 1976.
- Krugman, Paul, *Geography and Trade*, MIT Press/Louvain University Press, 1991.
- Lucas, Robert E. Jr., "On the Mechanics of Economic Development", *Journal of Monetary Economics*, núm. 22, 1988, pp. 3 y 42.
- Mankiw N., Gregory, David Romer y David N. Weil, *A Contribution to the Empirics of Economic Growth*, NBER, WP, núm. 3541.
- , "A Contribution to the Empirics of Economic Growth", *Quarterly Journal of Economics*, núm. 107, 1992, pp. 407 y 437.
- Papoulis, Athanasios, *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*, McGraw Hill & Kogakusha, 1965.
- Pindick, Robert S. y Daniel L. Rubinfeld, *Econometric Models and Economic Forecasts*, 2a. ed., McGraw Hill, 1981.
- Presidencia de la República, Dirección de Inversiones Públicas, "México, inversión pública federal, 1925-1963", "México, inversión pública federal, 1965-1976", *Informes presidenciales*, anexos estadísticos, varios números.
- Rebelo, Sergio, "Growth in Open Economies", *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, núm. 36, 1992, pp. 5 y 46.
- , *Long Run Policy Analysis and Long Run Growth*, NBER, WP, núm. 3325.
- Rivera-Batiz, Luis A. y Danyang Xie, "GATT, Trade & Growth", *American Economic Review*, vol. 82, núm. 2, mayo de 1992.
- Romer, Paul M., "Increasing Returns and Long Run Growth", *Journal of Political Economy*, núm. 94, 1986, pp. 1002-1037.

- , “Human Capital and Growth: Theory and Evidence”, *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, núm. 32, 1990, pp. 251 y 286.
- , “Capital Accumulation in the Theory of Long Run Growth”, en Robert J. Barro, *Modern Business Cycle Theory*, Cambridge, Massachusetts, Harvard University Press.
- Sala-i-Martin, Xavier, *Lecture Notes on Economic Growth (I): Introduction to the Literature and Neoclassical Models*, NBER, WP, núm. 3563.
- , *Lecture Notes on Economic Growth (II): Five Prototype Models of Endogenous Growth*, NBER, WP, núm. 3564.
- Secretaría de Economía y Comercio, Dirección General de Estadística, *Anuario estadístico de los Estados Unidos Mexicanos*, varios números.
- Secretaría de Educación Pública (SEP), *Estadísticas básicas*, fin de cursos 1976-1990.
- Solow, Robert M., “La teoría del crecimiento, una exposición”, *Conferencias “Radcliffe” pronunciadas en la Universidad de Warwick en 1969*, Fondo de Cultura Económica, 1976.
- Trostel, Phillip A., “The Effect of Taxation on Human Capital”, *Journal of Political Economy*, núm. 101, 1993, pp. 327-350.
- World Bank, *Annual Report 1993*.