CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DOCENCIA ECONÓMICAS, A.C.

CIDE

INFLUYENDO A VOTANTES MEDIANTE CHEAP TALK COMPARATIVO: UNA REVISIÓN DE LA LITERATURA REQUERIDA

TESINA

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRO EN ECONOMÍA

PRESENTA

OMAR PACHECO VILLANUEVA

DIRECTOR DE LA TESINA: DR. ANTONIO JIMÉNEZ MARTÍNEZ

CIUDAD DE MÉXICO 2020

Resumen

En esta tesina se realiza una revisión exhaustiva de la literatura sobre los principales empleos del modelo cheap talk y la variante comparativa. El trabajo pone énfasis en cuáles son las diferencias en el planteamiento que distinguen a cada equilibrio y en cómo son las estrategias de los jugadores para construir un equilibrio en cada tipo de modelo. Además, se revisan varios modelos de votación susceptibles a ser combinados con los modelos cheap talk. Por último, se presenta una posible mezcla entre el modelo cheap talk comparativo con varios receptores y un modelo donde se agregan las preferencias de receptores en forma de votación.

Palabras clave: Cheap talk, votaciones, mensajes, equilibrio de Nash bayesiano.
Clasificación JEL: D8, D7.

Índice general

Capítulo 1

Introducción

En la actualidad, la elección de proyectos por medio del voto es un mecanismo ampliamente difundido que está presente en un sinfín de decisiones colectivas. Es decir, la votación como método para tomar decisiones es elegida como mecanismo en muchos espacios. Estos pueden ir desde pequeños grupos; como una junta de vecinos, padres o alumnos en las escuelas, hasta grandes grupos como el conjunto de todos los ciudadanos de un país al momento de elegir representantes de gobierno. Otro ejemplo del uso de las votaciones como método de decisión, son las insaculaciones celebradas en cámaras y otras instituciones gubernamentales para la toma de decisiones estatales.

De todos los ejemplos arriba dados, en este documento se usará el de la junta de vecinos para simplificar la explicación. Esto con el fin de ilustrar como funciona el mecanismo de votación y cómo puede ser observado en ese espacio. Cabe mencionar que este ejemplo será retomado a lo largo de la tesina y su razón de ser es poder ilustrar los diferentes modelos que se revisarán. Este ejemplo tiene las siguientes características: un emisor con información privada sobre la realización del estado de la naturaleza que puede enviar un mensaje cheap talk, varios receptores con creencias a priori sobre la realización del estado de la naturaleza y un conjunto de proyectos entre los cuales elegir. Dicho esto a continuación se plantea el problema.

Supongamos que un jefe de vecinos expone a su junta un problema con la instalación eléctrica de las áreas comunes. La junta necesita tomar una decisión sobre qué hacer con la instalación eléctrica. El jefe de vecinos presenta tres opciones para enfrentar el problema.

La primera opción es no hacer nada. En este caso, los vecinos tienen certeza sobre el resultado de tomar esta decisión y no contar con energía eléctrica en las zonas comunes. La segunda opción es contratar un técnico que tiene una relación de amistad con el jefe de los vecinos: los vecinos no tienen certeza de si el arreglo de la instalación eléctrica será adecuado o si el técnico fallará en arreglar la instalación. La tercera opción es contratar un técnico que no tiene relación con el jefe vecinal; donde de nuevo no hay certeza sobre el resultado. Sin embargo, entre los vecinos las preferencias no son homogéneas. Sólo el jefe de vecinos puede observar ex ante, a diferencia de los demás, cuál será el resultado de la compostura.

Ex ante, los vecinos prefieren no contratar ningún técnico y dejar las cosas tal cual están por la incertidumbre en el resultado. Sin embargo, ex post, prefieren el resultado en el que el arreglo es exitoso sobre no hacer nada. En cambio, el jefe de vecinos considera que su gestión puede ser mal evaluada si no logra resolver el problema con la instalación eléctrica; por lo tanto prefiere arreglar el problema con cualquier técnico a no hacer nada.

El jefe de vecinos conoce el resultado de contratar cada uno de los técnicos; es decir, la realización del estado de la naturaleza. La información del jefe puede ser transmitida a la junta vecinal en la medida que le convenga al jefe a través de un mensaje. Es así que el jefe de vecinos se enfrenta a la problemática de diseñar un mensaje donde revela información sobre los estados de la naturaleza para convencer a la cantidad necesaria de vecinos de votar para que se contrate algún técnico.

El ejemplo anterior está compuesto por un emisor (el jefe de vecinos) que cuenta con información privada sobre la realización del estado de la naturaleza y varios receptores con preferencias heterogéneas (los vecinos de la junta) que tienen creencias sobre el estado de la naturaleza y pueden escoger entre varios proyectos. El emisor puede enviar un mensaje cheap talk, es decir, que no modifica la utilidad del emisor o del receptor. Para tomar la decisión, los receptores votan por el proyecto que mayor utilidad les reporte después de observar el mensaje y aquel proyecto que obtenga cierta cantidad de votos será el ganador.

Así como en esta ocasión el ejemplo fue utilizado para aclarar los conceptos fundamentales del modelo, a lo largo de la tesina se retomará y se adaptará a las condiciones que imponen los diferentes modelos revisados. Los modelos revisados son los relacionados con mensajes cheap talk: en específico, los mensajes que permiten hacer comparaciones entre opciones y los modelos de votación.

En cuanto a los modelos cheap talk se revisa el modelo de Crawford y Sobel (1982)donde se plantean por primera vez los mensajes cheap talk. Después se revisa el cheap talk comparativo con el modelo con estados de la naturaleza de más de una dimensión de Battaglini (2002). En tercer lugar, se revisa el cheap talk comparativo con el modelo de comparación de proyectos de Chakraborty y Harbaugh (2010). Por último, se presenta el modelo de Che, Dessein y Kartik (2013) donde se revisa el sesgo en las recomendaciones.

Por otra parte, en primer lugar, se revisa el modelo de Kartik, Squintani y Tinn (2015) donde se aplica un modelo cheap talk en el que se exagera la información en la misma dirección que las preferencias de los votantes. En segundo lugar, el modelo de Caillaud y Tirole (2007) que revisa las votaciones al interior de un comité con interacción entre miembros heterogéneos que se enfrentan a costos en la información. En tercer lugar, el modelo de Alonso y Câmara (2016); donde se lleva a cabo una votación para que los receptores elijan un proyecto y el emisor no posee información privada, por lo que elige un experimento para que todos los agentes reciban información sobre el estado de la naturaleza.

Para cada uno de los modelos se llevan a cabo: las demostraciones más significativas, la explicación de cómo se desarrollaría el ejemplo de la junta de vecinos, expuesto en los párrafos anteriores, y la presentación de ejemplos numéricos. Los modelos se presentan con el objetivo de hacer una reconstrucción de los modelos cheap talk comparativos y conocer qué elementos pueden aplicarse posteriormente en algún modelo de votación. Finalmente se propone un modelo con características propias de los modelos de cheap talk comparativo y de los modelos de votación para estudiar los casos en los que se presentan conflictos de interés, en votaciones, que pueden ser resueltos a través del envío de mensajes comunes que no presentan costos para el emisor.

El interés de elaborar este trabajo radica en exponer cómo los mensajes cheap talk comparativos conducen a la resolución de conflictos sin que el envío de los mensajes signifique un costo para el emisor o para el receptor. El propio mecanismo de estos modelos conduce a revelaciones de información suficientemente creíble para que el receptor cambie su forma de actuar. En otras palabras, la utilidad de los agentes no se ve afectada explícitamente pero pagan un costo de forma endógena por la información.

El presente trabajo se organiza en cinco secciones después de esta: En la segunda sección se enmarca el modelo cheap talk como un caso particular de los modelos de señalización y se tratan las ventajas, el equilibrio y las limitaciones que los modelos cheap talk clásicos presentan al momento de analizar nuestro problema. En la tercera sección se presenta una alternativa que la literatura ofrece a través de los modelos de cheap talk comparativos que permite mejorar el desempeño de los modelos cuando se aplican a problemas cercanos al que presentamos en la introducción. En la cuarta sección se presentan alternativas de modelos de votación plausibles de ser combinadas con los modelos presentados hasta el momento. En la quinta sección se presenta una mezcla de los modelos cheap talk comparativos y los modelos de votación que podría permitir dar respuesta a nuestro problema, junto a una propuesta de equilibrio (pendiente a ser demostrada en futuros trabajos). Por último, en la sexta sección, se muestran las conclusiones.

Capítulo 2

Modelo cheap talk

2.1. Definición de cheap talk

El modelo cheap talk está relacionado con los juegos de señalización. Los juegos de señalización se llevan a cabo en un escenario donde existen jugadores informados y otros no informados. Los jugadores no informados utilizan las acciones de los jugadores informados para hacer inferencias sobre la información oculta.

La diferencia principal, entre los modelos de señalización y los modelos cheap talk, es que mientras en los modelos de señalización la utilidad de los individuos está en función del tipo del emisor, de la señal que envía y de la acción que toma el receptor; en los modelos de cheap talk la utilidad no está en función de la señal, sino solo de la acción y del tipo.

Del modelo cheap talk se pueden extraer dos implicaciones: la primera es que si existe un equilibrio, entonces siempre existe un equilibrio en el cual no se comunica información; la segunda es que para que se envíe información no trivial se necesita que diferentes tipos del emisor tengan preferencias diferentes sobre las acciones del receptor.

2.2. El modelo cheap talk

Antes de iniciar la revisión vale la pena conocer el concepto de equilibrio que se usará en todos los modelos cheap talk expuestos en este trabajo: el equilibrio de Nash Bayesiano. En Harsanyi (1968) se define el equilibrio de Nash bayesiano para juegos con información incompleta. En un juego con I jugadores (con $I < \infty$), este tipo de equilibrio se lleva a cabo por la maximización de los pagos esperados condicionales a los tipos de los otros jugadores. En el juego presentado en Harsanyi (1968), la mejor respuesta consiste en una estrategia $s_i = s_i^*(c_i)$ donde s_i es la estrategia de $i \in I$ y c_i es el tipo del jugador i que toman un valor con base en una distribución de probabilidad. El equilibrio se construye cuando para $s^* = (s_1^*, ..., s_n^*)$ cada s_i^* es la mejor respuesta a las otras estrategias.

Los modelos de cheap talk se originan a partir de un problema en el cual dos agentes llevan a cabo una negociación y ambos poseen diferente información. Los dos agentes están interesados en comunicarse. El primero de ellos es llamado emisor y presenta la característica de estar mejor informado, es decir, cuenta con información privada. El segundo agente es llamado receptor y no cuenta con información privada, pero la decisión que tome afecta el bienestar de ambos.

Crawford y Sobel (1982) definen un juego con dos agentes, el emisor y el receptor. Como se dijo, el emisor tiene información privada sobre la función de distribución de probabilidad de su tipo o estado de la naturaleza (m). La utilidad von Neumann-Morgenstern es $U^S(y, m, b)$ donde y es la acción del receptor y b es un parámetro que mide qué tanto coinciden los intereses de ambos agentes. Por su parte, el receptor tiene como función de utilidad $U^R(y, m)$.

El juego consta de dos partes. En la primera parte, el emisor observa su tipo o estado de la naturaleza y envía un mensaje al receptor. En la segunda parte, el receptor recibe la información y elige la acción que determina el valor de la utilidad de ambos jugadores.

El modelo de Crawford y Sobel (1982) emplea dos ingredientes. El primero es estándar en la literatura de juego con información imperfecta: los agentes conocen su información privada antes de elegir sus estrategias. El segundo ingrediente es que se supone que la acción del receptor es una función estrictamente creciente del verdadero valor del tipo del emisor. Estos dos ingredientes son clave para los desarrollos posteriores. El hecho de que la acción del receptor sea una función estrictamente creciente del verdadero valor del tipo del emisor permite que existan acciones producidas por la información privada y por la regla de decisión del receptor ante la presencia de cualquier nivel de sesgo o ante cualquier mensaje recibido.

En Crawford y Sobel (1982) se utiliza el equilibrio de Nash bayesiano. En este caso, el emisor observa las mejores respuestas del receptor y envía un mensaje. El receptor observa el mensaje y responde según su regla de decisión. El equilibrio se forma por las reglas de decisión de ambos jugadores:

- El emisor toma como dada la regla de decisión del receptor. La regla de decisión del emisor es $q(n|m)$ donde n es un posible mensaje que permite $max_{n \in N} U^S(y(n)m, b)$.
- El receptor responde óptimamente a cada señal a partir de la regla de Bayes para actualizar sus creencias. La regla de decisión del receptor es $y(n)$ donde la acción permite $max_y \int_0^1 U^R(y, m) \frac{q(n|m)f(m)}{\int_0^1 q(n|t)f(t)dn} dm$. Por lo tanto, el mensaje n induce una acción siempre que $\int_N q(n|t)f(t)dn > 0$.

Siguiendo con el ejemplo de la introducción pero aplicado al modelo de Crawford y Sobel (1982), tenemos un jefe de vecinos y un vecino. El jefe de vecinos conoce la distribución de las realizaciones del estado de la naturaleza y el vecino tiene creencias al respecto. El jefe de vecinos, al observar las realizaciones de los estados de la naturaleza y las preferencias del vecino puede deducir la regla de decisión del vecino. Ahora, el emisor encuentra el mensaje que induciría la acción que maximice su utilidad. El receptor al recibir el mensaje, actualiza sus creencias y responde con la acción que el emisor había deducido previamente. El uso del modelo de Crawford y Sobel (1982) presenta limitación de no permitir comparaciones entre proyectos, en este caso, solo hablamos de una acción realizada por el receptor, lo cual no permite resolver el problema planteado en la introducción.

El mecanismo principal en Crawford y Sobel (1982) se desarrolla el Lema 1 y Teorema 1, expuestos a continuación. Antes definimos los valores de las acciones que maximizan la utilidad del receptor y la del emisor, para toda $m \in [0,1]$ $y^S(m,b) := argmaxU^S(y,m,b)$ y $y^R(m) := argmaxU^R(y,m)$, ambas bien definidas y continuas en m, donde y es la acción del receptor, m es el mensaje del emisor y b es el sesgo.

Lema 1. *Si $y^S(m,b) \neq y^R(m)$ para toda m, entonces, existe un $\epsilon > 0$ tal que si u y v son acciones inducidas en equilibrio $|u - v| \geq \epsilon$. Además, el conjunto de acciones inducidas en equilibrio es finito.*

La prueba es relevante pues implica que el mensaje enviado debe contener información siempre que las preferencias no sean exactamente iguales.

Demostración. La prueba consiste en acciones $u < v$ inducidas en equilibrio. Existe una $\bar{m} \in [0,1]$ tal que $U^S(u,\bar{m},b) = U^S(v,\bar{m},b)$. Entonces, $u < y^S(\bar{m},b) < v$; u no es inducida para ningún tipo del emisor $m > \bar{m}$; y v no es inducida para ningún tipo de emisor $m < \bar{m}$. Suponemos que $U^R_{12}(\cdot) > 0$, entonces, $u \leq y^R(\bar{m}) \leq v$. Sin embargo, si $y^S(m,b) \neq y^R(m)$ para toda $m \in [0,1]$, hay una $\epsilon > 0$ tal que $|y^R(m) - y^S(m,b)| \geq \epsilon$ para toda $m \in [0,1]$. Por nuestro supuesto de $U^R_{12}(\cdot) > 0$, el equilibrio está acotado por $y^R(0)$ y $y^R(1)$. $\square$

Teorema 1. *Suponga que b es tal que $y^S(m,b) \neq y^R(m)$ para toda m. Entonces, existe un entero positivo $N(b)$ tal que para toda N con $1 \leq N \leq N(b)$, existe al menos un equilibrio $(y(n), q(n|m))$, donde $q(n|m)$ es uniforme en el soporte $[a_i, a_{i+1}]$ si $m \in (a_i, a_{i+1})$; $V = U^S(\bar{y}(a_i,a_{i+1}), a_i, b) - U^S(\bar{y}(a_{i-1},a_i), a_i, b) = 0$ con $i = 1, ..., N-1$; $y(n) = \bar{y}(a_i, a_{i+1})$ para toda $n \in (a_i, a_{i+1})$; $a_0 = 0$; y $a_N = 1$. Además, cualquier equilibrio es equivalente a uno en esta clase, para algún valor de N con $1 \leq N \leq N(b)$.*

La relevancia de esta prueba se encuentra en que para todos los niveles de información es posible determinar un equilibrio que depende de b.

Demostración. Para la prueba es necesario definir

$$\bar{y}(\underline{a},\overline{a}) := \begin{cases} argmax \int_{\underline{a}}^{\overline{a}} U^R(y,m)f(m)dm & si \quad \underline{a} < \overline{a} \\ y^R(\underline{a}) & si \quad \underline{a} = \overline{a} \end{cases}$$

para toda $\underline{a}, \overline{a} \in [0,1]$ con $\underline{a} \leq \overline{a}$ y $K(a) := max\{i|\exists 0 < a_1 < ... < a_i \leq 1 \ni V = 0\}$. Del lema 1 sabemos que $\bar{y}(a_i, a_{i+1}) - \bar{y}(a_{i-1}, a_i) \geq \varepsilon > 0$. Entonces $K(a)$ es finita, acotada y para algún $\overline{a} \in (0,1]$ $N(b) = k(\overline{a})$. $V = 0$ implica que $U^S(\bar{y}(a_i, a_{i+1}), m) = max_j U^S(\bar{y}(a_j, a_{j+1}), m)$ para todo $m \in [a_i, a_{i+1}]$. Cuando el receptor escucha la señal entre (a_i, a_{i+1}), por la regla de Bayes: $p(m|n) := \frac{q(n|m)f(m)}{\int_{a_i}^{a_{i+1}} q(n|t)f(t)dt} = \frac{f(m)}{\int_{a_i}^{a_{i+1}} f(t)dt}$. Por lo tanto, la utilidad esperada condicional del receptor es $\int_{a_i}^{a_{i+1}} U^R(y,m)p(m|n)dm = \frac{\int_{a_i}^{a_{i+1}} U^R(y,m)f(m)dm}{f(t)dt}$. Por lo tanto $\bar{y}(a_i, a_{i+1})$ es la mejor respuesta del receptor a la señal $n \in (a_i, a_{i+1})$. La prueba de la equivalencia se sigue del lema 1. $\square$

Podemos apreciar que la prueba se enfoca en el mecanismo propio de los modelos de cheap talk. La demostracione centra su atención en como mediante la regla de Bayes un mensaje del emisor, produce que la regla de decisión del receptor autosostenga el resultado que el emisor pretendía obtener mediante su mensaje.

Si trasladamos el ejemplo al terreno numérico, podemos asumir las siguientes funciones de utilidad: para el emisor $U^S = -(y - (m+b))^2$ y para el receptor $U^R = -(y-m)^2$. Con N como el techo de $-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}(1 + \frac{2}{b})^{1/2}$. Si asumimos que el sesgo es $b = 0{,}05$, entonces, $N = techo(-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}(1 + \frac{2}{0{,}05})^{1/2}) = 3$. Entonces, con $a_0 = 0$ $a_1 = \frac{1-2bN(N-1)}{N} = \frac{1-2(0{,}05)(3)(3-1)}{3} = 0{,}1333$, $a_2 = a_1 i + 2i(i-1)b = 0{,}1333(2) + 2(2)(2-1)(0{,}05) = 0{,}4666$ y $a_3 = a_1 i + 2i(i-1)b = (0{,}1333)(3) + 2(3)(3-1)(0{,}05) = 1$. Que genera $\bar{y}(a_0, a_1) = \frac{a_0+a_1}{2} = \frac{0{,}1333}{2} = 0{,}0666$ $\bar{y}(a_1, a_2) = \frac{a_1+a_2}{2} = \frac{0{,}1333+0{,}4666}{2} = 0{,}3$ $\bar{y}(a_2, a_3) = \frac{a_2+a_3}{2} = \frac{0{,}4666+1}{2} = 0{,}7333$. Ello produce que los mensajes se localicen en $m_1 \in (a_0, a_1) = (0, 0{,}1333)$, $m_2 \in (a_1, a_2) = (0{,}1333, 0{,}4666)$ y $m_3 \in (a_2, a_3) = (0{,}4666, 1)$. Con mensajes aleatorios dentro de los intervalos obtenemos $m_1 = 0{,}1$, $m_2 = 0{,}38$ y $m_3 = 0{,}86$ y con una función de distribución uniforma en $[0,1]$, la utilidad esperada condicional de ambos agentes sería: $EU^S = -\sum_{i=1}^{N}(\bar{y}(a_{i-1}, a_i) - (m_i + b))^2 f(m_i) = -0{,}0065$ y $EU^S = -\sum_{i=1}^{N}(\bar{y}(a_{i-1}, a_i) - (m_i + b))^2 f(m_i) = -0{,}0074$

En Sobel (2010) se expone el equilibrio como un perfil de estrategias (α^*, σ^*) y una función de creencias μ^*. Con α como la estrategia mixta del receptor, donde $\alpha(a|m)$ es la probabilidad de que el receptor tome la acción a dado que recibe el mensaje m; σ es la estrategia mixta del emisor, donde $\sigma(m|\theta)$ es la probabilidad de que el emisor envíe el mensaje m dado que es de tipo θ. En este caso, $\mu(\theta|m)$ es la probabilidad del que el receptor crea que el emisor es de tipo θ dado el mensaje m; $\mu(\cdot|m)$ es consistente con la regla de Bayes; α es la mejor respuesta a μ; y σ es la mejor respuesta a α.

Capítulo 3

Cheap talk comparativo

Una de las extensiones del modelo cheap talk clásico es el cheap talk comparativo. Por su parte en Battaglini (2002) se muestra un modelo multidimensional, donde las preferencias de dos emisores y el receptor son comunes. En el artículo se muestran las implicaciones en equilibrio de la agregación de dimensiones.

El modelo consiste en que cada experto observa el estado de la naturaleza y cada uno reporta simultáneamente el estado al hacedor de política, entonces el hacedor de política decide su acción. El hacedor de política asocia ambos reportes a una política; así actualiza sus creencias a priori a una creencia posterior sobre el estado de la naturaleza. Por su parte cada experto reporta el estado de la naturaleza con base en su regla de decisión.

El mecanismo principal en Battaglini (2002) se desarrolla en la proposición 1. Esta proposición define una acción del hacedor de política $Y := \mathbb{R}^d$ donde d es el número de dimensiones de la naturaleza. Para cada política $y \in Y$ el producto es $x = y + \theta$ donde $\theta \in \theta := \mathbb{R}^d$ es el vector. Cada experto observa la realización del estado de la naturaleza. La utilidad de cada jugador i, dos expertos y un hacedor de política, se representa como $u_i(x) = -\sum_{j=1}^{d}(x_i^j - x^j)$. El equilibrio de revelación completa se define como el equilibrio bayesiano que para cada estado de la naturaleza θ, $y = \mu^*(s_1^*(\theta), s_2^*(\theta))(\theta) = 1$ donde μ es la función de creencias del hacedor de políticas que depende de las estrategias s_1 y s_2 de cada uno de los expertos para el estado de la naturaleza θ.

Proposición 1. *Si $d = 2$, para cualquier x_1 y x_2 tal que $x_1 \neq \alpha x_2$ para toda $\alpha \in \mathbb{R}$, existe un equilibrio de revelación completa.*

La demostración nos permite observar que mediante las características de los conjuntos es posible observar que la dimensión de los estados de la naturaleza mayores a 1 producen un equilibrio de revelación completa.

Demostración. Para la demostración se considera un conjunto $l_i(a) := \{z \in \mathbb{R}^2, \nabla u_i(0,0) \cdot Z = a\}$ que representa a la tangente de la curva de indiferencia de cada agente, cabe resaltar hay un único vector (a_1, a_2) tal que $\theta = l_1(a_1) \cap l_2(a_2)$ y una función $a_i(\theta)$ que solo está definida en en la ecuación anterior. Además, se tienen que: $s_i(\theta) = a_j(\theta)$ para toda $i, j = 1, 2$ con $i \neq j$; $\mu(s_1, s_2) = l_1(s_1) \cap l_2(s_2)$; y $y(s_1, s_2) = -\mu(s_1, s_2)$. La demostración consiste en calcular el pago de la política dado que uno de los expertos elige $\hat{s}_i$:

$$\begin{aligned}
x &= \theta + y \\
&= \theta - \mu(s_j(\theta), \hat{s}_i) \\
&= \theta - l_i(s_j(\theta)) \cap l_j(\hat{s}_i) \\
&= l_i(a_i(\theta)) \cap l_j(a_j(\theta)) - l_i(a_i(\theta)) \cap l_2(\hat{s}_i) \\
&= l_i(0) - l_j(a_j(\theta) - \hat{s}_i)
\end{aligned}$$

Si $l_i(0)$ pasa por el punto ideal del hacedor de política, entonces, se induce la estrategia óptima es $a_j(\theta) = \hat{s}_i$ y no hay una desviación beneficiosa para ningún agente. $\square$

En Battaglini (2002) se usa un marco con dos emisores, sin embargo, como el propio autor señala, el ingrediente más importante del modelo es la adición de dimensiones. Esto permite equilibrios con revelación completa a partir de la transición de información motivada por la existencia de varias dimensiones y no por la presencia de alguna penalización.

Si volvemos al ejemplo de la introducción tenemos un jefe de vecinos que posee información privada de un técnico sobre dos aspectos, que pueden ser la calidad del trabajo y el tiempo que tardaría en acabar. Un único vecino tiene creencias sobre ambas características y toma la decisión de "qué tanto contrataróada una de las características del técnico. Es claro que el ejemplo de la introducción no tiene sentido al aplicar un modelo como este, sin embargo, es un acercamiento teórico que permitirá en trabajos posteriores de otros autores enmarcar de mejor forma la situación descrita en la introducción.

Al trasladar el ejemplo al terreno numérico con un experto y dos dimensiones, podemos suponer unas funciones de utilidad $U^R = -[(a_1 - \theta_1)^2 + (a_2 - \theta_2)^2]$ y $U^S = -[(a_1 - \theta_1 - b)^2 + (a_2 - \theta_2 - b)^2]$, con un sesgo de $b = 0{,}05$. Con un receptor cuya estrategia es elegir el punto de medio y sus creencias se distribuyen uniformes, es decir, $(a_1(m) = \frac{1+m}{2}, a_2(m) = \frac{1-m}{2})$, podemos determinar el mensaje óptimo como $argmin_m[(a_1 - \theta_1 - b)^2 + (a_2 - \theta_2 - b)^2]$. Entonces, $m = \theta_1 - \theta_2$. Con valores aleatorios para los estados de la naturaleza, $\theta_1 = 0{,}6954$ y $\theta_2 = 0{,}1235$, el mensaje óptimo es $m = 0{,}5719$. A su vez las acciones del receptor serían $(\frac{1+0{,}5719}{2}, \frac{1-0{,}5719}{2}) = (0{,}7859, 0{,}214)$. Por lo tanto, la utilidad esperada condicional de los agentes sería $EU^R = -[(0{,}7859 - 0{,}6954)^2 + (0{,}214 - 0{,}1235)^2] = -0{,}0163$ y $EU^S = -[(0{,}7859 - 0{,}6954 - b)^2 + (0{,}214 - 0{,}1235 - 0{,}05)^2] = 0{,}0032$.

El cheap talk comparativo trabajado en Chakraborty y Harbaugh (2007) basado en Crawford y Sobel (1982) es un modelo multidimensional en el que se incluye la capacidad de enviar al mismo tiempo información favorable y desfavorable para ordenar las acciones con base en las preferencias de los agentes. Su modelo permite encontrar resultados para comparaciones simétricas y para comparaciones asimétricas; también llamadas conflictos de interés. Sin embargo, señalan que para encontrar un equilibrio es necesario que la asimetría sea lo suficientemente pequeña. La credibilidad del cheap talk comparativo nace de la capacidad de elegir entre opciones que están ordenadas.

En el modelo general de Chakraborty y Harbaugh (2007) se emplean funciones de distribución sobre la variable aleatoria $\theta \in [0, 1]$ y una función de utilidad $U^i = \sum_{k=1}^{N} u_k^i(\theta_k, a_k)$ donde

$k = 1, ..., N$ son las cuestiones a ser ordenadas; $i \in \{S, R\}$ son los jugadores, S, para el emisor y, R, para el receptor; y $a = (a_1, ..., a_N)$ es el perfil de acciones del receptor. En el artículo de Chakraborty y Harbaugh (2007) demuestran la existencia de un equilibrio de Nash bayesiano ante la presencia de asimetrías. A partir, de ello argumentan que cuando aumentan el número de cuestiones siempre hay alguna cuestión lo suficientemente simétrica para que el cheap talk comparativo sea creíble.

En Chakraborty y Harbaugh (2007) se implementan los supuestos de Crawford y Sobel (1982) y se amplia la función de distribución de los estados de la naturaleza. En Crawford y Sobel (1982) se presenta una función de distribución para la realización de los estados, por su parte Chakraborty y Harbaugh (2007) introducen una función de distribución para cada elemento del conjunto de estados posibles. Esto los lleva a que el receptor no solo tenga una acción, sino que pase a poseer un perfil de acciones compuesto por una acción para cada elemento del conjunto de estados de la naturaleza.

Chakraborty y Harbaugh (2010) ahondan en el estudio del cheap talk comparativo con un emisor sesgado y cómo la información multidimensional permite al emisor beneficiarse en algunos estados y perjudicarse en otros. En este caso, los autores muestran que basta con que las preferencias del emisor sean independientes al estado de la naturaleza para asegurar que se construye un equilibrio en modelos multidimensionales; incluso en los casos en los que el emisor tiene incentivos para exagerar siempre y cuando el receptor conozca el sesgo del emisor.

En este caso se retoman los supuestos de Crawford y Sobel (1982) y Chakraborty y Harbaugh (2007) y se agrega el supuesto de que la función de utilidad no depende del estado de la naturaleza y que es de conocimiento común.

El mecanismo principal en Chakraborty y Harbaugh (2010) se desarrolla en los teoremas 2 al 4, presentados a continuación. Primero definimos un estado multidimensional $\theta \in \Theta \subset \mathbb{R}^N$ con $N \geq 2$. El experto tiene información privada sobre la realización del estado y envía un mensaje cheap talk $m \in M$ al tomador de decisión. El tomador de decisiones tienen creencias que sobre el estado que se distribuyen F con una densidad de f. Las acciones actualizadas del tomador de deciones se representan como $a = E[\theta|m]$. Las preferencias del experto se pueden describir como una función de utilidad $U(a)$ que no dependen del estado de la naturaleza.

Teorema 2. *Existe un equilibrio cheap talk influyente para toda U y F.*

El teorema 1 permite observar que la existencia del equilibrio es independiente a cuales son las creencias y las preferencias de los jugadores siempre que se presente más de 1 dimensión. Además, establece la idea de que la información es creíble porque de forma endógena se compensan las pérdidas y ganancias a través de las dimensiones.

Demostración. Antes de la explicación formal vale la pena aclarar que este teorema busca mostrar que un equilibrio creap talk influyente no depende de unas preferencias particulares o de las creencias sino del número de dimensiones. Para la demostración usan un hiperplano $h_{s,c}$ que pasa a través de un punto $c \in int(\Theta)$ y tiene el gradiente de $s \in S^{N-1} \subset R^N$. Para el caso de $N = 2$ se definen dos regiones R^+ y R^- divididas por el hiperplano; dos mensajes m^+ y m^- donde el superíndice indica la región donde se localizará θ; y $a^+ = (E[\theta_1|m^+], E[\theta_2|m^+])$ y $a^- = (E[\theta_1|m^-], E[\theta_2|m^-])$.

La demostración inicia reafirmando que $a^+ \neq a^-$ ya que $a^+ \in int(R^+)$ y $a^- \in int(R^-)$. Con $-s, s \in S^{N-1}$ se debe dar el caso que $R^+(h_{s,c}) = R^-(h_{-s,c})$ y $R^+(h_{-s,c}) = R^-(h_{s,c})$. Entonces, $a^+(h_{s,c}) = a^-(h_{-s,c})$ y $a^-(h_{s,c}) = a^+(h_{-s,c})$. Entonces, $\Delta(s,c) = U(a^-(h_{s,c})) - U(a^+(h_{s,c}))$ es continua en s y debe existir s^* tal que $\Delta(s^*, c) = 0$. Por lo tanto, un hiperplano que pasa por c y con gradiente s^* genera un equilibrio parcional convexo de dos mensajes. $\square$

Teorema 3. *Para la falta de comunicación, cualquier equilibrio cheap talk influyente beneficia al experto si la U es cuasiconvexa y perjudica al experto si la U es cuasicóncava.*

El resultado relevante de esta prueba es que la utilidad esperada condicional a un mensaje siempre es mejor que la utilidad esperada sin mensajes en equilibrio cuando la función de utilidad es cuasiconvexa.

Demostración. Para esta demostración es necesario mencionar que U es quasiconvexa si $W(x) := \{a|U(a) \leq U(x)\}$ es convexo y que U es quasiconava si $B(x) := \{a|U(a) \geq U(x)\}$ es convexo. Para k mensajes que inducen $a^1, ..., a^k$ tal que $a^j = E[\theta|m^k]$. Como todas las acciones inducidas en equilibrio pertenecen al mismo nivel de U todas deben pertenecer a $W(E[\theta])$ o a $B(E[\theta])$. Con $W(E[\theta])$ convexo, todas las combinaciones convexas de acciones reportan una utilidad menor que $E[\theta]$, pero como la esperanza en sí es una combinación convexa, entonces $E[\theta] = \sum_{j=1}^{k} p^j a^j$ donde p^j es la probabilidad con que a^j es inducida. El mismo argumento funciona para el caso de $B(E[\theta])$. $\square$

Teorema 4. *Un equilibrio cheap talk influyente que revela casi toda la información en $N-1$ dimensiones existe si U es lineal.*

La demostración es relevante pues prueba que cuando se presentan más de 1 dimensión en los estados de la naturaleza y una función de utilidad lineal se puede conseguir un equilibrio donde ocurre revelación completa.

Demostración. Si consideramos k mensajes que inducen al tomador de decisiones a k acciones diferentes y definimos $\bar{A} := \{a|\rho \cdot a = \rho \cdot E(\theta)\}$. Si fijamos $N = 2$ y tomamos $\varepsilon > 0$, consideramos la bola abierta $B_\varepsilon(a)$ con $a \in \bar{A}$. Del teorema del punto central tenemos que cada elemento tiene una masa de probabilidad como máximo $(1 - \frac{1}{N+1})^k < min_{a \in \bar{A}} Pr\{\theta \in B_\varepsilon(a)\}$, entonces la acción de equilibrio a^* debe estar dentro de una distancia ε de cualquier a. Por lo tanto, $\bar{A}$ es asintótica en k a revelar toda la información en $N-1$ dimensiones. $\square$

Las demostraciones de los tres teoremas tienen un desarrollo basado en las características de convexidad de los conjuntos. En este caso, las pruebas se centran en que, independientemente de la forma funcional que adopte una función de utilidad, se pueda asegurar que con un conjunto de estados de la naturaleza de dimensión mayor a 1 existe un equilibrio.

Ahora aplicamos el ejemplo de la junta vecinal al modelo de Chakraborty y Harbaugh (2010). En ambos casos se presenta un jefe vecinal y un vecino, pero esta vez la única decisión está en si contratar a un técnico o no y los estados de la naturaleza pueden referirse a la calidad del arreglo y al tiempo que tardará hacerlo. El vecino tiene creencias a priori de la probabilidad que se de cada estado de la naturaleza y el jefe tiene información privada sobre los estados. Por lo tanto, el jefe observa la regla de decisión del vecino y envía el mensaje que induzca la acción que maximiza la utilidad del jefe. La limitante en este caso es la forma en que se aplican las múltiples dimensiones, pues revisa varios aspectos sobre el arreglo

Podemos trasladar el ejemplo de la introducción a una un problema numérico con base en la aplicación de recomendaciones persuasivas expuesta en Chakraborty y Harbaugh (2010). Si no se contrata el técnico ambos agentes reciben $\epsilon = 0{,}5$, donde ϵ es información privada del receptor; y si se contrate el técnico ambos agentes tienen la función de utilidad $U(a) = G(max_i\{v_i(a)\})$ donde $v_i(a)$ es la utilidad de elegir la opción i, la realización del estado de la naturaleza es información privada del emisor y G es la distribución de probabilidad uniforme de las creencias del receptor. Con estados de la naturaleza al azar $\theta_1 = 0{,}3736$ y $\theta_2 = 0{,}6263$, la Utilidad esperada con $v_i = a_i$ es $G[E(\theta_i)] = G[1/2] = 1/2$. En cambio, si el emisor envía un mensaje que conduce a la elección de la opción 2 tenemos una utilidad esperada condicional de $G[E(\theta_i|\theta_2 > \theta_1)] = G[0{,}6263] = 0{,}6263$. Esto conduce a la elección de la opción 2 pues la utilidad esperada condicional es mayor que la utilidad por elegir la opción de salida. Es importante señalar que en este caso no existe un conflicto de interés de ningún tipo.

3.1. Cheap talk comparativo y la inclusión del pandering

El pandering se puede entender como la acción de emitir un mensaje que tiene como objetivo orientar la decisión del receptor. Este elemento fue introducido en este tipo de modelos por el trabajo de Brandenburger y Polak (1996) donde se revisa la toma de decisiones de inversión de una firma para impactar en la percepción del mercado, sin el uso de un entorno de comunicación estratégica.

Posteriormente, Che, Dessein y Kartik (2013) amplían el concepto de pandering, ya que ellos plantean un modelo donde un emisor aconseja a un receptor para seleccionar uno de muchos proyectos, incluido un proyecto de salida. El emisor está mejor informado y orienta su consejo hacia los proyectos que luzcan mejor independientemente de que otros sean más convenientes para ambas partes. El elemento central en el trabajo de Che, Dessein y Kartik (2013) es el conflicto de intereses entre el emisor y el receptor a causa del proyecto de salida que es más deseado por el receptor que por el emisor.

El modelo desarrollado en el trabajo de Che, Dessein y Kartik (2013) presenta un tomador de decisiones y un agente. El tomador de decisiones elige entre una opción de salida y dos proyectos alternativos. Su utilidad es $b_0 > 0$ para el proyecto de salida y $b_i > 0$ para los proyectos alternativos $i = 1, 2$. La utilidad del agente para los proyectos alternativos es la misma que la del tomador de decisiones, pero la utilidad del proyecto de salida es cero. Solo las realizaciones de b_1 y b_2 son información privada del agente y los demás aspectos son información común. El tomador de decisiones tiene creencias a priori sobre el valor de b_i.

El equilibrio de Nash bayesiano se construye, en este caso, con la estrategia del agente que consiste en observar los beneficios de cada proyecto alternativo para enviar un mensaje m al tomador de decisiones y la estrategia del tomador de decisiones que, a partir del mensaje recibido, elige un proyecto.

Los autores demostraron que el perfil de estrategias es (μ, α). La estrategia del agente es pura y consiste en $\mu_i(\boldsymbol{b}) = 1$ si $q_i b_i > q_{-i} b_{-i}$, donde $\boldsymbol{b}$ son los beneficios observados por el agente y q_i es la probabilidad con la que el tomador de decisiones elige el proyecto i. La estrategia del tomador de decisiones depende de la comparación de cómo luce cada proyecto alternativo contra el proyecto de salida. Cómo luce un proyecto es equivalente a $E[b_i|m]$. Por lo tanto, la estrategia del tomador de decisiones es: $\alpha(i|m) = q_i = 1$ si $E[b_i|m] > b_0$; $\alpha(1|m) = q_1 = 1$ y $\alpha(2|m) = q_2 > 0$ si $E[b_1|m] > b_0 > E[b_2|m]$; y $\alpha(i|m) = q_i = 0$ si $b_0 > E[b_i|m]$.

El mecanismo principal en Che, Dessein y Kartik (2013) se desarrolla en los lemas 2 al 4 y en el teorema 5. El desarrollo formal del resultado principal se lleva a cabo cómo sigue:

Lema 2. *Si (α, μ) es un equilibrio en el cual el tomador de decisiones no aleatoriza entre dos o más proyectos alternativos, entonces, el equilibrio es equivalente a uno donde no se utilizan más de n mensajes en equilibrio y el agente juega una estrategia pura.*

La demostración de este lema permite conocer cómo se obtiene la estrategia del agente y que esa estrategia es pura.

Demostración. El primer paso de la demostración consiste en que cualquier mensaje que lleve a $E[b_i|m] \leq b_0$ es equivalente a no enviar un mensaje. El otro caso consiste en probar que algún $m \in M$ conduce a un proyecto alternativo con probabilidad positiva. Para cada proyecto $i \in N$ definen $p_i = \alpha(i|m)$ para todo $m \in M$. Es importante señalar que si $\alpha(i|m) > 0$ y $\alpha(i|m') > 0$, entonces, $\alpha(i|m) = \alpha(i|m')$. Para cada $i \in N$, se define $M_i := \{m \in M|\alpha(i|m) > 0\}$. Para cualquier tipo $\boldsymbol{b}$, el agente solo usará mensajes pertenecientes a M_i. Entonces, si denotamos el soporte de las creencias del tomador de decisiones sobre el tipo del agente como $\beta(m)$. Por la optimalidad del tomador de decisiones debe ser que para cualquier $m \in M_i$: $E[b_i|\beta(m)] \geq max\{b0, max_{j\in N}E[b_j|\beta(m)]\}$ y $E[b_i|\beta(m)] = b_0$ si $p_i < 1$. Por lo tanto, es posible caracterizar la estrategia óptima del agente como una estrategia pura $\mu_i(\boldsymbol{b}) = 1$ si $q_ib_i > max_{j\in N\setminus\{i\}}q_jb_j$. De la condición se deducen dos condiciones. La condición 1: $q_i > 0 \Rightarrow E[b_i|q_ib_i \geq max_{j\in N}q_jb_j] \geq max\{b_0, max_{k\in N\setminus\{i\}}E[b_k|q_ib_i = max_{j\in N}q_jb_j]\}$. La condición 2: $q_i = 1 \Leftarrow E[b_i|q_ib_i \geq max_{j\in N}q_jb_j] > max\{b_0, max_{k\in N\setminus\{i\}}E[b_k|q_ib_i = max_{j\in N}q_jb_j]\}$. □

Lema 3. *Dadas unas distribuciones genéricas (F_1, F_2) y una opción de salida b_0. Entonces cualquier equilibrio es equivalente a uno que: i) el agente juegue una estrategia pura con un rango de máximo dos mensajes; ii) la estrategia del tomador de decisiones es tal que sigue cualquier mensaje m, si se elige el proyecto $i \in 1, 2$ con probabilidad positiva, entonces, se elige el proyecto $-i$ con probabilidad de cero.*

La demostración de este lema se apoya del Lema 2 para decir que el agente juega una estrategia pura; y prueba que el tomador de decisiones juega una estrategia mixta. El resultado es relevante pues no depende de ningún supuesto sobre las distribuciones de los proyectos ni sobre los beneficios de la opción de salida.

Demostración. La demostración de la parte i) se sigue del lema 2. La parte ii) consiste en suponer un mensaje m^* tal que $min\{\alpha(1|m^*), \alpha(2|m^*)\} > 0$ y suponer constantes $q_1 > \alpha(1|m^*)$ y $q_2 > \alpha(2|m^*)$ tales que: $\alpha(m) = \alpha(m^*)$; $\alpha(1|m) = 0$ y $\alpha(2|m) = q_2$; o $\alpha(1|m) = 1_1$ y

$\alpha(2|m) = 0$. Suponemos el caso que $\alpha(1|m) > \alpha(1|m^*)$ y $\alpha(2|m) < \alpha(2|m^*)$, entonces, m es usado por el agente si $b_1 \geq \frac{b_2}{k}$ donde $k := \frac{\alpha(1|m)-\alpha(1|m^*)}{\alpha(2|m)-\alpha(2|m^*)}$, por lo tanto, $\alpha(1|m) > \alpha(2|m) = 0$. El argumento es análogo si se supone la relación inversa. Si suponemos que $q_1 = q_2 = 1$ se obtiene una contradicción pues con un m^* o es posible que $E[b_1|m^*] = E[b_2|m^*]$, solo se puede dar el caso en que $E[b_1|m_1] = E[b_2|m_2] = b_0$. $\square$

Lema 4. *Si un equilibrio tiene el vector de aceptación* $\mathbf{q} \in [0,1]^2$*, entonces, las condiciones de equilibrio 2 y 3 se satisfacen para todos los proyector* i *tal que* $Pr\{\mathbf{b} : q_i b_i \geq q_{-i} b_{-i}\} > 0$*. al contrario, para cualquier* $\mathbf{q} \in [0,1]^2$ *que satisfaga las condiciones de equilibrio 2 y 3 para todo* i *tal que* $Pr\{\mathbf{b} : q_i b_i \geq q_{-i} b_{-i}\} > 0$*, hay un equilibrio donde el tomador de decisiones juega* $\mathbf{q}$ *y la estrategia del agente satisface la condición de equilibrio 1.*

Este Lema engloba los resultados de los lemas 2 y 3 para caracterizar el equilibrio. La demostración es útil para observar el caso en que la información puede influenciar al tomador de decisiones y el caso en que la información es irrelevante.

Demostración. La prueba del primer enunciado es trivial y para el segundo enunciado se consideran dos casos. En el primer caso, para algún i con $q_i > 0$ y un agente y un tomador de decisiones que responden de forma óptima la regla de Bayes se satisface. En el segundo caso, se supone $q_i = 0$ para todo i, entonces $Pr\{q_i b_i \geq q_{-i} b_{-i}\} = 1$ y $E[b_i] \leq b_0$ por no importa la recomendación. $\square$

Teorema 5. *Suponiendo que los proyectos están estrictamente ordenados:*

1. *Si* $\mathbf{q}$ *es un equilibrio con* $q_1 > 0$*, entonces* $q_1 \geq q_2$*; además, si* $q_2 < 1$*, entonces,* $q_1 > q_2$*.*

2. *Hay un equilibrio mayor,* $\mathbf{q}^*$*. Además,* $\mathbf{q}^*$ *es el mejor equilibrio. Existen* $b_0^* := E[b_2|b_2 > b_1]$ *y* $b_0^{**} \geq b_0^*$ *tal que:*

   a) *Si* $b_0 \leq b_0^*$*, entonces el mejor equilibrio es el* $\mathbf{q}^* = (1,1)$*.*

   b) *Si* $b_0 \in (b_0^*, b_0^{**})$*, entonces el mejor equilibrio es* $\mathbf{q}^* = (1, q_2^*)$ *para algún* $q_2^* \in (0,1)$*. Además, un incremento en* b_0 *produce un decremento en* q_2^**.*

c) *Si* $b_0 > b_0^{**}$, *entonces el único equilibrio es* $\mathbf{q}^* = (0, 0)$.

La demostración usa los resultados anteriores y permite dar una solución numérica al juego planteado en Che, Dessein y Kartik (2013). Es relevante pues muestra el efecto que tendrá el pandering en el resultado, al incluir una forma de ordenar los proyectos, que lleva a transición de información creíble.

Demostración. Para la prueba se define que dos proyectos están estrictamente ordenados si $E[b_1|b_1 > b_2] > E[b_2|b_2 > b_1]$ y para cualquier i, $E[b_i|b_i > \alpha b_{-i}]$ no es decreciente en $\alpha \in (0, \bar{b}_i/\underline{b}_{-i})$. Además se define la función $\Lambda(y) := E[b_1|b_1 > yb_2] - E[b_2|b_1 < yb_2]$ que bajo ordenamiento estricto $\Lambda(y) > 0$ para cualquier $y \geq 1$. La parte 1 se demuestra por la contradicción de que $q_2 > q_1$. Bajo ordenamiento estricto $E[b_1|b_1 \geq \frac{q_2}{q_1}b_2] > E[b_2|b_1 \leq \frac{q_2}{q_1}b_2] \geq b_0$, por la tercera condición de equilibrio $q_1 = 1$. Entonces, no se puede dar el caso en que $q_1 < q_2$. Es análogo para el caso de la igualdad. Para la parte 2 se prueba cada punto. El punto a) se demuestra con $b_0^* := E[b_2|b_2 > b_1] \geq b_0$ donde $q_2 = 1$. Si tomamos en cuenta la primer parte del teorema y $q_2 = q_1$. El punto b) se demuestra con $b_0^{**} := sup_{y \in (0,1)} E[b_2|b_1 < yb_2]$, lo que implica que $b_0^{**} \geq b_0^*$. Como $\Lambda(y)$ es continua en y entonces debe existir un q_2^* tal que $b_0 = E[b_2|q_2^* b_2 > b_1]$, en caso de existir más de una solución se elige la mayor. Para el tomador de decisiones es óptimo elegir el proyecto 2 con probabilidad q_2^*. El punto c) se demuestra con se define $\hat{y} := max\{y|\Lambda(y) = 0\}$. Entonces, $E[b_1|b_1 > \hat{y}b_2] = E[b_2|b_1 < \hat{y}b_2] < b_0$. Entonces, $q_1 = 0$ y por la primera parte del teorema $q_2 = 0$. $\square$

En este caso, las demostraciones tienen una inspiración muy parecida a las hechas en SC(1982). Las demostraciones narran de forma detallada la manera en que al interior del modelo se encuentran las estrategias óptimas de ambos jugadores. Pero, esta vez se agrega el elemento de conjuntos de estados de la naturaleza de dimensión mayor a 1 y beneficios independientes al estado.

Si ponemos en práctica el ejemplo de la junta vecinal podemos ver que casi todos los elementos se encuentran en este modelo. Tenemos un jefe de vecinos y un vecino. El jefe de vecinos cuenta con información privada sobre la realización del estado de la naturaleza y el vecino tiene creencias a priori. Además, existe un conflicto de interés en la opción de salida pues al vecino le presenta un beneficio positivo y al jefe un beneficio de cero. El jefe de vecinos observará la regla de decisión del vecino y enviará un mensaje que induzca al vecino a elegir un proyecto diferente al de salida, si la información que posee el jefe lo permite. El vecino recibirá el mensaje, actualizará sus creencias a través de la regla de Bayes y decidirá qué proyecto elegir según la regla de decisión que el jefe ya conocía. El modelo tiene la limitación de no contar con votantes que eligen un proyecto, el resultado puede ser visto como una votación trivial donde solo hay un votante y se necesita un voto para elegir un proyecto.

Ahora el ejemplo de la introducción aplicado a un ejemplo numérico tendemos dos proyectos alternativos y un proyecto de salida. Revisamos dos casos el caso 1 donde la opción de salida representa un pago de $b_0 = 4{,}9$ para el receptor y el caso dos donde la opción de salida representa un pago de $b_0 = 5{,}25$ para el receptor. En ambos casos, el emisor tiene un pago de cero con el proyecto de salida. También, en ambos casos, los proyectos de salida reportan un pago igual para a ambos agentes en cada estado de la naturaleza, el proyecto 1 paga $b_1 \in \{1, 7\}$ y el proyecto 2 paga $b_2 \in \{4, 6\}$. El emisor tiene información privada sobre la realización del estado de la naturaleza y el receptor tiene creencias a priori. Entonces, en el caso 1: las utilidades esperadas condicionales son $E[b_1|b_1 > b_2] = 7$ y $E[b_2|b_1 < b_2] = 5$, como ambas son mayores al pago de la opción de salida se aceptaría el concejo sobre elegir cualquiera de las dos con probabilidad de 1. En el caso 2: se obtienen las mismas utilidades esperadas y, en este caso, solo la utilidad esperada condicional del proyecto 1 es mayor que el pago del proyecto de salida. Entonces, se encuentra el mayor valor de q_2 que permita que $E[b_2|q_2 b_2 > b_1] \geq b_0$. Con $q_2^* = 0{,}25$, $E[b_2|(0{,}25)b_2 > b_1] = 6 \geq 5{,}25$. Por lo tanto, la probabilidad de que el receptor elija el proyecto 1 si el emisor lo recomienda es de 1 y la probabilidad de que el receptor elija el proyecto 2 si el emisor lo recomienda es de $0{,}25$.

Recapitulando: primero se presentó el modelo Crawford y Sobel (1982) donde se introdujo el supuesto de información privada del emisor; pero nuestro problema no puede ser abordado por este modelo debido a que es demasiado general y no nos permite extraer ningún resultado para nuestro ejercicio. En M(1989) se retomaron los supuestos de Crawford y Sobel (1982) y se dejó ver la limitación de las acciones como fueron estudiadas hasta ese momento. En Battaglini (2002) se observa claramente cómo la adición de dimensiones por sí sola permite llegar a equilibrios reveladores sin necesidad de penalizaciones para el emisor. Las acciones fueron tratadas como funciones del mensaje recibido y de la regla de decisión. En cambio, en Chakraborty y Harbaugh (2007) se planteó un perfil de decisiones que consiste en una acción para cada posible dimensión del tipo o estado de la naturaleza.En Chakraborty y Harbaugh (2010) se agregó un elemento más al modelo que es la independencia a los estados de la naturaleza. En este punto ya están presentes los elementos necesarios para poder realizar comparaciones entre proyectos, sin embargo, en Che, Dessein y Kartik (2013) se permitió la inclusión de asimetrías para poder estudiar los conflictos de interés; lo cual nos deja ver cómo es que el pandering es un elemento a tomar en cuenta en los problemas de votación. En el cuadro 3.1 Comparación de supuestos, se muestran de manera resumida los supuesto que permiten llegar a los resultados descritos hasta el momento. En el cuadro 3.1 se modifica la forma de nombrar algunos conceptos a fin de homogeneizar la información presentada.

Como conclusión a este apartado, se puede decir que los cuatro modelos principales que se abordan en esta sección presentan una línea de evolución de modelos susceptibles a ser usados para resolver nuestro problema, debido a que los elementos principales ya están presentes: 1) un emisor y un receptor; 2) el emisor cuenta con información privada sobre el estado de la naturaleza o el tipo; 3) el receptor tiene creencias a priori; 4) se pueden comparar opciones; 5) el emisor puede enviar un mensaje tipo cheap talk con información creíble; 6)existe un conflicto de intereses: lo que podría motivar al emisor a introducir pandering en el proceso. Queda pendiente la inclusión de receptores heterogéneos y el proceso de votación.

Artículo	Supuestos clave	Resultados
Crawford y Sobel (1982)	- El mensaje que enviar el emisor no conlleva ningún costo explícito en su función de utilidad.	- El equilibrio es más informativo cuanto menos sesgo existe. - Existe un costo endógeno a partir de los equilibrios obtenidos.
Battaglini (2002)	- Existe un conjunto de proyectos sobre los que los jugadores tienen preferencias.	- Cuando la utilidad de ambos emisores coincide en el estado de la naturaleza no hay incentivos a mentir. - Con más de un emisor es posible la revelación completa independientemente del tamaño del conflicto de interés.
Chakraborty y Harbaugh (2010)	- Los mensajes establecen comparaciones entre distintas variables que pueden estar correlacionadas según las creencias a priori.	- En ciertas condiciones es posible la revelación completa. - Las afirmaciones comparativas son creíbles ya que compensan el incentivo a mentir.
Che, Dessein y Kartik (2013)	- Existe un conjunto de proyectos sobre los que los jugadores tienen preferencias. - Los agentes tienen preferencias diferentes al menos respecto al proyecto de salida.	- En ciertas condiciones es posible la revelación completa. - De forma endógena, los mensajes son creíbles al beneficiar algunas opciones y perjudicar a otras.

Cuadro 3.1: Comparación de supuestos. Elaboración propia.

Capítulo 4

Modelos de votación

En Kartik, Squintani y Tinn (2015) encontramos una aplicación de modelo cheap talk a elecciones. De forma más precisa, se trata de propaganda cheap talk. Los autores introducen el concepto anti-pander: que consiste en exagerar la información en la misma dirección que las creencias del electorado. El artículo busca dar luz sobre si las elecciones proveen los incentivos suficientes para que los políticos revelen su información privada.

En Kartik, Squintani y Tinn (2015) se plantea un modelo donde existe un votante representativo con preferencias $y \in \mathbb{R}$ y un un estado del mundo desconocido $\theta \in \mathbb{R}$ que se distribuye normal con media cero y varianza $1/\alpha$. El votante tiene una función de utilidad $U(y, \theta) = -(y - \theta)^2$. Por su parte, los candidatos maximizan su utilidad ganando la elección. Cada candidato, $i \in \{A, B\}$ observa una señal $\theta_i = \theta + \varepsilon_i$, donde ε_i se distribuye normal con media cero y varianza $1/\beta$. Una vez que cada candidato observa su señal, los candidatos eligen sus plataformas, $y_A \in \mathbb{R}$ y $y_B \in \mathbb{R}$.

La estrategia y_i es informativa si la señal del candidato puede ser deducida a partir de su plataforma. El votante actualiza sus creencias a partir de de las señales, de la siguiente forma: $E[\theta|\theta_A, \theta_B] = \frac{2\beta}{\alpha+2\beta}\frac{\theta_A+\theta_B}{2}$. Es decir, un equilibrio es informativo si al menos un candidato revela información. Además, ambos candidatos son elegidos con la misma probabilidad si los dos presentan la misma plataforma.

En un panorama más amplio, Caillaud y Tirole (2007) revisan cómo se llevan a cabo votaciones al interior de un comité. Esta vez, se requiere consenso al interior de un grupo de toma de decisión integrado por varios agentes heterogéneos. Por el marco del trabajo, los autores pueden incluir estrategias de persuasión; principalmente comunicación selectiva, proveer información según el miembro del comité, cascadas de persuasión y proveer información a miembros clave.

Caillaud y Tirole (2007) construyen un modelo de un proyecto, con un emisor y múltiples receptores con información costosa, donde los receptores deciden si pagar por la información u observar la reacción de algún otro miembro que haya pagado por ella. Las estrategias de los votantes en el equilibrio dependen de la interacción con otros votantes, de los costos de la información y de sus expectativas sobre los proyectos.

En Schnakenberg (2015) encontramos otra aplicación del modelo cheap talk a elecciones donde se centra la atención en cómo afecta la regla de votación al envío del mensaje con varios receptores y un emisor. Se plantean un modelo con una propuesta de política ($x = 1$) y una política de salida ($x = 0$). La utilidad de cada votante es $u_i(x, \omega) = \omega_i x$ donde el conjunto de votantes es $N = \{1, ..., n\}$ y el beneficio de la propuesta de política es $\omega = (\omega_i, ..., \omega_n)$ y la utilidad del experto es $u_E(x) = x$. El valor de ω es información privada del emisor y los receptores tienen creencias al respecto. El emisor puede enviar un mensaje $s \in Omega$ con $\Omega = \{-1, 1\}^n$ como los posibles resultados de los estados del mundo

En Schnakenberg (2015), el equilibrio bayesiano perfecto es un perfil de estrategia y creencias $(\sigma, v^*, \{\mu_s\}_{s\in\Omega})$ donde $\sigma(s|\omega)$ es la probabilidad de que el experto envíe el mensaje s cuando el estado del mundo es ω; $v^* = (v_1^*, ..., v_n^*)$ el perfil de estrategias de todos los votantes con $v_i \in \{No, Sí\}$ que depende del mensaje enviado por el emisor; y $\{\mu_s\}_{s\in\Omega}$ como la creencia posterior inducida por el mensaje $s \in \Omega$. Si $\sigma(s|\omega) > 0$ para algún ω entonces $x^*(s, v^*) = 1$, es decir, el equilibrio será persuasivo. Después revisan las implicaciones para el equilibrio que tendría cada regla de votación. Los resultados son semejantes a los de Alonso y Câmara (2016).

Cercano al planteamiento anterior y a la lógica de los modelos cheap talk se encuentra el artículo de Alonso y Câmara (2016). En el artículo, un político usa un experimento que envía una señal pública. En este caso, se tiene un grupo finito de votantes que elijen entre una propuesta de política (x_1) y una política de salida (x_o). Su utilidad está representada por una función de utilidad $u(x, \theta)$ donde x es uno de los proyectos y $\theta \in \Theta$ es el estado de la naturaleza. Todos los votantes comparten creencias sobre el estado de la naturaleza.

Por su parte, el político no es un miembro del grupo de votantes, sus preferencias se caracterizan por una función de utilidad y puede influir a los votantes a través de un experimento relacionado con el estado de la naturaleza. El experimento π es una función de probabilidad condicional $\pi(\cdot|\theta)$. Los votantes observan el experimento y actualizan sus creencias a $q(\cdot|\pi, p)$.

El equilibrio de Nash bayesiano enmarca el resultado de la elección. El votante i votará por la propuesta si $\sum_{\theta \in \Theta} q(\cdot|\pi, p)(u_i(x_1, \theta) - u_i(x_o, \theta)) \geq 0$. Por parte del político, él seleccionará el experimento que maximice $E_\pi(v(q))$ donde $v(q) = 1$ si el experimento persuade a k o más votantes y $v(q) = 0$ si el experimento persuade a menos de k votantes, con k como el número de votos necesarios para ganar una elección.

El mecanismo principal en Alonso y Câmara (2016) se desarrolla en las proposiciones 2 y 3 y el corolario 1. Para poder revisar el mecanismo es necesario formalizar los elementos presentados hasta ahora. Primero el pago neto de aprobar una propuesta para cada votante $i \in I = \{1, ..., n\}$ en el estado $\theta \in \Theta = \{\theta_1, ...\theta_T\}$ con $T \geq 2$ es $\delta_{\theta^i} := u_i(x_1, \theta) - u_i(x_0, \theta)$. El tipo del votante i se define como el vector $\delta^i := (\delta_{\theta^i})_{\theta \in \Theta}$. Además, todos los jugadores tienen la creencia a priori $p = (p_\theta)_{\theta \in \Theta}$. El votante δ votará la propuesta si y solo si $\langle q, \delta \rangle := \sum_{\theta \in \Theta} q_\theta \delta_\theta \geq 0$.

Ahora, se definen para el votante δ el conjunto de estados de aprobación $D(\delta) := \{\theta \in \Theta | \delta_\theta \geq 0\}$, el conjunto de creencias de aprobación $A(\delta) := \{q \in \Delta(\Theta) | \langle q, \delta \rangle \geq 0\}$ y el conjunto de creencias de rechazo $R(\delta) := \{q \in \Delta(\Theta) | \theta \in D(\delta) \Rightarrow q_\theta = 0\}$. La acción del votante será $a(q, \delta) = 1$ cuando $\langle q, \delta \rangle \geq 0$, es decir, votará por la propuesta. El resultado de la votación dada un regla de votación k favorece a la propuesta si y solo sí $q \in w_k$ donde $w_k := \{q \in \Delta(\Theta) | \sum_{i=1}^{n} a(q, \delta^i) \geq k\}$.

Proposición 2. *Sea $d(p, q)$ la distancia euclidiana entre la creencia a priori p y la creencia* *posterior q. Todos los experimentos óptimos con un espacio de realización binario inducen creencias posteriores q^{*+} y q^{*-} que maximizan la razón de las distancias $\frac{d(p,q^{*-})}{d(p,q^{*+})} = max\frac{d(p,q^{-})}{d(p,q^{+})}$, sujeto a $q^{-} \in R(\delta)$ y $q^{+} \in A(\delta)$, con $\{q^{-}, p, q^{+}\}$ colineales.*

La relevancia de la demostración está en mostrar la probabilidad de aprobación en equilibrio.

Demostración. La demostración consiste en suponer un experimento arbitrario π' que induce las creencias $q^{-}(\pi') \in R(\delta)$ y $q^{+}(\pi') \in A(\delta)$. Se define $l := q^{+}(\pi') - p$. La racionalidad Bayesiana implica que el promedio de las creencias posteriores debe ser igual a la creencia a priori para que $Pr[aprob]\langle q^{+}(\pi') - p, l\rangle + (1 - Pr[aprob])\langle q^{-}(\pi') - p, l\rangle = 0$. Entonces, por la colinealidad de las creencias inducidas, $Pr[aprob] = \frac{||q^{-}(\pi')-p||}{||q^{+}(\pi')-p|| + ||q^{-}(\pi')-p||} = \frac{d_l(p,R(\delta))}{d_l(p,A(\delta)) + d_l(p,R(\delta))}$. Con π^* que maximiza $Pr[aprob]$, l^* satisface que $\frac{d_{l^*}(p,R(\delta))}{d_{l^*}(p,A(\delta))} = max_l \frac{d_l(p,R(\delta))}{d_l(p,A(\delta))}$. □

Proposición 3. *Existen un estado $\theta^* \in \Theta$ tal que, para cada experimento óptimo:*

1. *La propuesta se aprueba con seguridad en todos los estados θ tal que $\delta_\theta > \delta_{\theta^*}$;*

2. *La propuesta se rechaza con seguridad en todos los estados θ tal que $\delta_\theta < \delta_{\theta^*}$;*

3. *Cuando el votante aprueba la propuesta, es indiferente entre la aprobación y el rechazo.*

La prueba es relevante pues en ella se encuentra demuestra la existencia de un único experimento óptimo y que la relación entre el experimento óptimo y el tipo del votante llevaran a la aceptación o rechazo de la propuesta.

Demostración. La demostración consiste en suponer la existencia de un experimento óptimo con soporte en $\{s^{-}, s^{+}\}$ y un dictador δ que aprueba la propuesta si y solo si $s = s^{+}$. Sea $\alpha_\theta = Pr[s^{+}|\theta]$, el dictador aprobará despues de observar si $E[\delta|s^{+}] = sum_{\theta\in\Theta}\frac{\alpha_\theta p_\theta \delta_\theta}{Pr[Aprob]}$. Si $\alpha_\theta > 0$, entonces $\alpha_{\theta'} = 1$ para cualquier $\delta_{\theta'} > \delta_\theta$. Al suponer $\theta \neq \theta' \Rightarrow \delta_{\theta'} \neq \delta_\theta$ existe un único experimento binario óptimo $(\alpha_\theta)_{\theta\in\Theta}$ que maximiza $Pr[Aprob] = \sum_{\theta\in\Theta} \alpha'_\theta p_\theta$. □

Corolario 1. *Se considera un electorado $\{\delta^1, ..., \delta^n\}$. Al comparar el pago esperado bajo el experimento óptimo y sin experimentación:*

1. *Si $k = n$, entonces todos los votantes están débilmente mejor bajo la influencia del político, y*

2. *Si $k < n$, entonces, máximo, $k-1$ los votantes están estrictamente mejor bajo la influencia del político. Por lo tanto, al menos $n - k + 1$ votantes están débilmente peor bajo la influencia del político. Estos votantes están estrictamente peor si no hay un experimento óptimo con un espacio de realización binario.*

La relevancia del Corolario 1 está en que funciona al agrupar las proposiciones previas para dar un resultado de la votación. Primero, introduce el poder de veto ante una regla de unanimidad y la necesidad de un experimento que pruebe que todos los votantes obtendrán un mejor resultado si eligen la propuesta; después, al no tener una regla de unanimidad los experimentos pueden ser menos informativos y estar enfocados en coaliciones que se verán beneficiadas con la elección de la propuesta.

Demostración. La demostración se lleva a cabo de forma separa para cada parte. La primera parte se da por demostrada pues para que se cumpla una regla de votación el político debe convencer a todos los votantes de forma simultánea. La segunda parte se da por demostrada con el razonamiento de que el político puede escoger el experimento menos informativo, pues solo necesita seleccionar las coaliciones suficientes para ganar. □

Si introducimos el ejemplo de la junta de vecinos, esta vez podemos pensar en un jefe de vecinos, en tres de vecinos con preferencias diferentes, un técnico cuyo resultado depende de una distribución de probabilidad y la opción de no hacer nada cuyo resultado, para todos los agentes se conoce con certeza. Ambas partes tienen creencias comunes respecto al resultado de cada una de las opciones posibles. El jefe de vecinos puede diseñar un experimento que revele información sobre el estado de la naturaleza para influencias a los vecinos. A través de la observación del experimento, los vecinos actualizan sus creencias a través de la regla de Bayes y votan en consecuencia. La opción que reúna k número de votos será la elegida. En este caso el jefe de vecinos no decide qué mensaje enviar respecto a su información privada, pues no posee información privada respecto al estado. Es por eso que el jefe de vecinos seleccionará un experimento que muestre la información necesaria para que la actualización de creencias de los votantes permita reunir más votos para una política diferente a la de salida.

En este caso, el ejemplo numérico presenta los siguientes pagos para los votantes A, B, C en el estado de la naturaleza θ_1, θ_2 y θ_3:

	1	2	3
A	$-0{,}7$	$-0{,}4$	1
B	$-0{,}8$	$-0{,}3$	1
C	$-0{,}9$	$-0{,}2$	1

Cualquiera de los tres técnicos le reporta una utilidad de 1 al jefe. A todos los agentes, la opción de salida les reporta una utilidad de cero. Suponemos que la probabilidad de los estados de la naturaleza se distribuyen de forma uniforme, entonces la δ de los tres votantes es de de $-0{,}1$, lo cual los llevará a votar el proyecto de salida. El emisor elige un experimento, s^*, que entrega para el estado de la naturaleza 1 una probabilidad aleatoria $q_{\theta_1} \in [0, 0{,}5]$; para el estado de la naturaleza 2, una probabilidad de $q_{\theta_2} = 1/3$; y para el estado de la naturaleza 3, una probabilidad de $q_{\theta_3} = 1 - q_{\theta_1} - q_{\theta_2}$. Esto actualiza las creencias de los votantes a $q_{\theta_1} = 0{,}314$, $q_{\theta_2} = 0{,}3333$ y $q_{\theta_3} = 0{,}3526$. Por lo tanto, las $\langle q, \delta^A \rangle = -0{,}0005$, $\langle q, \delta^B \rangle = 0{,}0015$ y $\langle q, \delta^C \rangle = 0{,}0034$. Si se necesitan $k = 2$ votos para contratar al técnico, entonces, el técnico sería contratado.

Si nos detenemos en esta aplicación, podemos notar que uno de los supuestos fundamentales de los modelos revisados en la sección anterior no está presente: es decir, el emisor no tiene información privada respecto al estado. Sin embargo, el andamiaje que ofrece este modelo resulta ser flexible y se adapta al ejemplo de la introducción de la tesina de manera natural. Regresando al elemento del experimento, la elección de un experimento en particular sobre otros experimentos, en el funcionamiento de este modelo, es similar a la elección de un mensaje. Ambas elecciones se llevan a cabo a través de la revisión de la regla de decisión del o los receptores. Además, los autores agregan una regla de votación k que no es otra cosa que el número de votos necesarios para declarar si la propuesta de política obtuvo los votos suficientes para ser elegida.

Los cuatro modelos presentados abordan el proceso de votación de maneras distintas. En Kartik, Squintani y Tinn (2015) se centra la atención en la inclusión de múltiples emisores y qué resultado produce este entorno, lo que no nos presenta una estructura en la que podamos incluir receptores heterogéneos. En Caillaud y Tirole (2007) sí se incluye el elemento de heterogeneidad entre los receptores, sin embargo, se centra la atención en los efectos que tendrá la dispersión de la información entre los agentes y dado que en nuestro problema el mensaje es común, el marco de este modelo tampoco nos ayuda a resolver nuestro problema. En Schnakenberg (2015) se incluyen receptores heterogéneos y un experto con información privada, sin embargo, se centran en la regla de votación y la capacidad del emisor para persuadir a los receptores ante cada regla de votación. En Alonso y Câmara (2016) se incluyen receptores heterogéneos y presentan un experimento que produce información común. El único inconveniente que presenta el tercer modelo es que el emisor no cuenta con información privada sobre el estado de la naturaleza pero da respuesta a los elementos pendientes de resolución por los modelos cheap talk comparativos, la inclusión de receptores heterogéneos y el proceso de votación.

Capítulo 5

Propuesta de modelo

A partir de la revisión de los modelos cheap talk comparativos, del concepto de pandering y los modelos de votación podemos proponer un marco para desarrollar un modelo que estudie la influencia a varios votantes mediante un mensajes cheap talk comparativos.

Primero vale la pena retomar el ejemplo de la junta de vecinos para ofrecer la intuición de la propuesta, así como señalar el origen de los elementos incluidos. Tenemos una junta de vecinos con un jefe de vecinos y un grupo de vecinos heterogéneo. Del trabajo de Che, Dessein y Kartik (2013) tomamos la estructura de los proyectos, un proyecto de salida y varios proyectos alternativos. De la literatura de cheap talk en conjunto tomamos la información privada del jefe de vecinos y las creencias sobre los estados de la naturaleza para los diferentes proyectos con la simplificación que fue incluida en Alonso y Câmara (2016) de creencias comunes entre los vecinos.

De la literatura de cheap talk comparativo tomamos el mensaje común que el jefe de vecinos envía con base en la regla de decisión de cada uno de los vecinos, sin olvidar, el elemento de la regla de votación. Como en Alonso y Câmara (2016) el jefe de vecinos observa la regla de decisión de cada uno de los vecinos y la regla de votación, con la diferencia de que el jefe elige el mensaje con la misma lógica con que elegiría un experimento, elige el mensaje que ofrezca la información necesaria para que los votantes actualicen sus creencias de tal forma que no elijan el proyecto de salida. Por último, al igual que en toda la literatura presentada en este trabajo, cada vecino recibe la información, actualiza sus creencias a través de la regla de Bayes y actúa en función de su regla de decisión.

Por lo tanto, el modelo propuesto consiste en un conjunto de votantes $N = \{1, ..., i, ..., I\}$ con $I < \infty$, donde los individuos deben tomar la decisión sobre qué proyecto votar y un promotor de proyectos s que debe tomar la decisión sobre qué mensaje enviar para influir en la decisión de los votantes.

Los votantes tienen a su disposición un conjunto de los proyectos disponibles: $\{O\} \cup X$; formado por un proyecto de salida (O) y un conjunto de proyectos alternativos, $X = \{x_1, ..., x_K\}$ con $K < \infty$. Los votantes tienen creencias a priori $\pi(\theta)$ con $\theta \in \Theta = \{\overline{\theta}, \underline{\theta}\}$, donde Θ es el conjunto de posibles estados de la naturaleza. La distribución de probabilidad de las creencias es común para todos los votantes. Los beneficios del votante i para el proyecto $x \in X$ son $b_x^i \in \{\overline{b_x^i}, \underline{b_x^i}\}$ y los beneficios para el promotor son b_x^s.

El promotor tiene información privada sobre el estado de la naturaleza y observa todos los beneficios, es decir, observa $\mathbf{b} := \cup_{i \in N} \cup_{x \in X} \{b_x^i\} \in \mathbf{B} := \cup_{i \in N} \cup_{x \in X} \{\overline{b_x^i}, \underline{b_x^i}\}$ donde $\mathbf{b}$ es el conjunto de beneficios para cada proyecto y para cada individuo, mientras que $\mathbf{B}$ es el conjunto de posibles beneficios para cada proyecto y para cada individuo. Los beneficios posibles son positivos y todos los pueden observar. Para el promotor el beneficio del proyecto de salida es cero y para cada votante el beneficio es positivo.

El conjunto de mensajes que puede enviar el promotor es $M = \{m_1, ..., m_K\}$. La regla de decisión es el número de votos necesarios para que un proyecto gane la votación. La denotamos como D, donde $|N| \geq D \in \mathbb{N}$.

Las estrategias de ambos grupos de jugadores estarían estrechamente relacionadas con las del modelo Che, Dessein y Kartik (2013) y Alonso y Câmara (2016) donde el promotor, con base en la observación de los beneficios de los votantes y la información privada sobre los estados de la naturaleza, envía un mensaje común a los votantes.

El perfil de estrategias sería (μ, α). El perfil de estrategias de equilibrio del agente consistiría en $\mu_x(\boldsymbol{b}) = 1$ si al menos para D votantes $q^i(x|m) \geq 1/2$. El perfil de estrategias de equilibrio de los votantes dependerían de la comparación de cada proyecto alternativo contra el proyecto de salida. El perfil de estrategias de equilibrio para el votante i sería: $\alpha^i(x|m) = q^i(x) = 1$ si $E[b_x^i|m] > b_0$ para algún $x \in X$; $\alpha^i(x|m) = q^i(x) = 0$ si $b_0 > E[b_x^i|m]$ para algún $x \in X$; y $\alpha^i(x|m) = q^i(x) \in [0,1]$.

5.1. Propuesta de equilibrio

El equilibrio sería un equilibrio perfecto Bayesiano. Este equilibrio permite que las creencias condicionales se autosostengan. La decisión de un votante sería inducida por el mensaje del promotor si la probabilidad de realizar dicha acción es mayor que cero. El votante votaría por el proyecto que maximice su utilidad dado el mensaje recibido. En un equilibrio (α, μ), donde $\alpha = \{\alpha^1, ..., \alpha^N\}$; $\alpha^i(x|m)$ es la probabilidad de que el votante i vote por el proyecto x dado un mensaje m; y $\mu_x(\mathbf{b})$ es la probabilidad de que el promotor envíe un mensaje aconsejando el proyecto x.

La demostración del equilibrio y de las estrategias descritas con anterioridad segurían la siguiente lógica:

- Dado un mensaje cualquiera, se pueden dar dos casos: El primer caso es que el mensaje no sea influyente y el segundo caso es que el mensaje sea influyente.

- El mensaje no es influyente cuando para cualquiera mensaje $m \in M$ el votante i vota por el proyecto de salida. Es decir, para cualquier $m \in M$ y cualquier $x \in X$, $E[b_x^i|m] \leq b_O$.

- El mensaje es influyente cuando el votante vota por un proyecto diferente al de salida. El votante obtiene una mayor utilidad al seguir el mensaje recibido respecto a tomar el proyecto de salida.

    - En este caso, las creencias del votante i se actualizan a $\alpha^i(x|m)$ para todas las $m \in M$.

- Definimos un conjunto para cada votante i y para cada proyecto x, $M_x := \{m \in M|\alpha^i(x|m) > 0\}$ y para el promotor solo será óptimo enviar un mensaje que pertenezca a M_x.

- Por lo tanto, en caso de que D o más votantes sean influidos por algún mensaje $m \in M_x$, los beneficios del votante i serán $E[b_x^i|m]$. Además, los beneficios cumplen $E[b_x^i|m] \geq max\{b_O, max_{y \in X} E[b_y^i|m]\}$ para los votantes que fueron influidos.

Capítulo 6

Conclusión

En conclusión, es posible resaltar una serie de supuestos que se encuentran a través de la literatura de cheap talk revisada en este trabajo. Los resultados principales son: con modelos donde se llevan a cabo comparaciones los mensajes son más creíbles; la simetría entre las preferencias permite equilibrios más simples pero los modelos con esa restricción pierden capacidad analítica; y la asimetría de la información permite equilibrios en ciertas circunstancias.

En materia de votaciones cheap talk con múltiples receptores, la literatura todavía no es muy profunda y se puede intuir que en los próximos años se nutra esta rama por la flexibilidad propia del modelo. El área de modelos de votación es variada y permitirá adoptar nuevas formas a los modelos aquí expuestos. Un ejemplo de este aumento puede venir en la linea del modelo propuesto donde se toman elementos de una votación a partir de un mecanismo y de un modelo de cheap talk comparativo.

Referencias

Alonso, R., and Câmara, O. (2016). Persuading voters. American Economic Review, 106(11), 3590-3605.

Battaglini, M. (2002). Multiple referrals and multidimensional cheap talk. Econometrica, 70(4), 1379-1401.

Brandenburger, A., and Polak, B. (1996). When managers cover their posteriors: Making the decisions the market wants to see. The RAND Journal of Economics, 523-541.

Caillaud, B., and Tirole, J. (2007). Consensus building: How to persuade a group. American Economic Review, 97(5), 1877-1900.

Chakraborty, A., and Harbaugh, R. (2007). Comparative cheap talk. Journal of Economic Theory, 132(1), 70-94.

Chakraborty, A., and Harbaugh, R. (2010). Persuasion by cheap talk. American Economic Review, 100(5), 2361-82.

Che, Y. K., Dessein, W., and Kartik, N. (2013). Pandering to persuade. American Economic Review, 103(1), 47-79.

Crawford, V. P., and Sobel, J. (1982). Strategic information transmission. Econometrica: Journal of the Econometric Society, 1431-1451.

Harsanyi, J. C. (1968). Games with incomplete information played by “Bayesian” players part II. Bayesian equilibrium points. Management Science, 14(5), 320-334.

Kartik, N., Squintani, F., and Tinn, K. (2015). Information revelation and pandering in elections.

Columbia University, New York, 36.

Schnakenberg, K. E. (2015). Expert advice to a voting body. Journal of Economic Theory, 160, 102-113.

Sobel, J. (2010). Giving and Receiving Advice, In Econometric Society 10th World Congress.