CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DOCENCIA ECONÓMICAS, A.C.

LIMITADA: (CASI) TODO LO QUE SIEMPRE QUISO SABER SOBRE EDICIONES LIMITADAS Y REVENTA, PERO NUNCA SE ATREVIÓ A PREGUNTAR

TESINA

QUÉ PARA OBTENER EL TÍTULO DE

LICENCIADO EN ECONOMÍA

PRESENTA

ALEJANDRO ARELLANO BEST CASTRO

DIRECTORA DE LA TESINA: DRA. LUCIANA CECILIA MOSCOSO BOEDO

CIUDAD DE MÉXICO 2020

Para mis papás, hermanos y mi novia. Estas son las personas más importantes en mi vida y para quienes me faltan palabras. Gracias por todo el apoyo y motivación. No podría haberlo hecho sin ustedes. Los amo.

Para Luciana, quien asesoró esta tesina, me apoyó como tutora y me enseñó micro.

Para Huido, mi amiga y compañera de carrera.

Para la cancha del CIDE, mi teatro de los sueños, mi lugar feliz.

¡Gracias totales!

Abstract

El tema de interés de este trabajo son las ediciones limitadas y la reventa. Específicamente se quiere responder por qué una firma con poder monopólico, como Nike en el mercado de zapatos deportivos, decide hacer ediciones limitadas cuando sus precios en reventa son mucho más altos que los que cobra la marca. Este trabajo propone una posible explicación. Basándose en dos modelos preexistentes, se propone un modelo nuevo que incorpora efectos de grupos de referencia y reventa para determinar cuándo un monopolista prefiere limitar su producción. Se concluyó que las estrategia óptima de la firma, así como el impacto de la reventa sobre sus beneficios, depende de los efectos de grupos de referencia. Esta posible explicación podría dilucidar la noción popular de que a Nike no le gusta que haya reventa, a pesar de que la razón por la que ésta existe es que deciden producir ediciones limitadas. *You are now about to witness the strength of street knowledge.*

Índice

Índice de tablas y gráficos

Limitada: (Casi) Todo lo que siempre quiso saber sobre ediciones limitadas y reventa, pero nunca se atrevió a preguntar

Alejandro Arellano Best Castro

2020

1. Introducción

Parece que Nike ha adoptado un gran método para vender más: vender menos. Existe una variedad de zapatos deportivos que se producen en cantidades limitadas. Estos zapatos suelen ser de calidad y diseño similar a los de linea y sólo se diferencian por lo limitado del producto. Esta diferencia basta para que se agoten rápidamente y de inmediato terminen en el mercado de reventa. Debido a su escasez, las ediciones limitadas suelen revenderse a un precio superior al del mercado primario (donde unos Jordan 2 diseñados en colaboración con el rapero Eminem puede alcanzar un sobreprecio de 2900 por ciento sobre su precio original[1]). Este trabajo busca dar una explicación a este fenómeno y, particularmente, responder a la pregunta ¿por qué un monopolista produciría una edición limitada de un bien con posibilidad de reventa?

[1] Este dato viene de StockX, un sitio especializado (pero no dedicado en exclusiva) en reventa de zapatos deportivos. StockX sirve cómo intermediario, cobra una comisión por validar la autenticidad y el buen estado de los zapatos. Además, reporta las fluctuaciones en el precios de los productos que están en el sitio . Este dato fue revisado el 21 de septiembre de 2020 en https://stockx.com/jordan-2-retro-eminem-the-way-i-am

Para tratar de responder esta pregunta, se propone un modelo de tres periodos. En este modelo existen un monopolista y consumidores, que se dividen en líderes y seguidores. A su vez, hay seguidores de valoración alta y de valoración baja. Se describirá un modelo general y se resolverá un caso particular, donde la firma podrá elegir, entre otras cosas, limitar la producción o participar en el segundo periodo. Además se describirán las estretegias de la firma con y sin reventa.

En la siguiente sección se comenta sobre la literatura previa. En la sección 3, 4 y 5 se describen el modelo y sus elementos. En la sección 6 se presentan los resultados del modelo cuando existen ciertos parámetros poblacionales. La sección 7 son las conclusiones del trabajo. La sección 8 es la bilbiografía. Finalmente, en la sección 9 se presenta un apéndice donde se profundiza en la resolución del modelo.

2. Revisión de literatura

El presente trabajo está relacionado con tres lineas de investigación. En primer lugar, este trabajo se nutre de la investigación que describe la existencia y consecuencia de grupos de referencia. En esta linea de investigación se argumenta que los individuos suelen compararse con otros miembros de la sociedad. En primer lugar, consideraremos las aportaciones de Lookwood y Kunda (1997). En este trabajo se desarrollan tres experimentos para determinar el efecto que tiene el éxito de "super estrellas" en el comportamiento de las personas. Una de las conclusiones que se obtienen es que cuando el éxito de una super estrella relevante parece alcanzable, hay un efecto positivo sobre las personas. Es decir, los individuos se sienten inspirados y motivados a ser cómo las personas que admiran y creen que pueden ser cómo ellas. En segundo lugar, se consideran las aportaciones de Bryson (1996). En este trabajo se analizan datos sobre gustos musicales, tolerancia y clases sociales. Se encontró que las personas de clase social alta suelen rechazar géneros musicales cuya principal base de fanáticos es de clase social baja, los individuos desean distinguirse de grupos que consideran inferiores. Bajo estos conceptos se fundan la funciones de utilidad de líderes y seguidores que se usan en este trabajo, en las cuales las personas quieren parecerse a quienes admiran y diferenciarse de aquellos que parecen estar abajo en la escala social.

En segundo lugar, la investigación sobre el impacto de la escasez en los beneficios de una firma es de gran relevancia para este trabajo. El trabajo de Amaldoss y Jain (2008) tiene una relevancia mayúscula en el desarrollo del modelo propuesto en el presente trabajo. Estos autores propusieron un modelo de dos periodos en el cual existen efectos de grupos de referencia. Estos efectos se modelan de modo que hay dos grupos, líderes (que pueden participar en el mercado en el primer periodo) y seguidores (que pueden participar en el mercado en el segundo periodo y observan la decisión de los líderes), dónde los primeros quieren distinguirse de los segundos y los segundos quieren parecerse a los primeros. También se exploran diferentes estrategias que una firma puede elegir para explotar estos efectos y aumentar sus beneficios. En este trabajo se retoma una de estas estrategias: producir ediciones limitadas. También se retoma la estructura de los consumidores y el modo en que se modelan los efectos de grupo de referencia, con la diferencia de que los seguidores se subdividen en dos grupos.

En tercer lugar, este trabajo es influenciado por la investigación sobre reventa de bienes perecederos. La principal referencia es el trabajo de Geng et al. (2007). En este trabajo se propone un modelo de dos periodos en el cual una firma puede elegir el precio y cómo distribuye una cantidad exogena de boletos para un evento. Existen dos tipos de consumidores: de valoración alta y de valoración baja. Los autores exploran cómo la posibilidad de reventa en los diferentes periodos afecta la decisión óptima de la firma, sus beneficios y el excedente de los consumidores. En el presente trabajo se retoma la estructura de reventa y la división de consumidores en dos grupos.

3. Modelo

Considere un modelo en el que un monopolista vende un bien a tres tipos de consumidores: Líderes (K), seguidores de valuación alta (H) y seguidores de baja (L). Los líderes son una masa unitaria. Los seguidores son una masa de tamaño (β). Las decisiones de los agentes ocurren en tres periodos. En el primer periodo sólo pueden comprar los líderes y en el segundo y tercero, sólo los seguidores. En un principio, los seguidores no conocen su valoración. La descubren a lo largo del segundo periodo, de modo que cuando llega el tercer periodo, todos los seguidores conocen su valoración propia. Los líderes prefieren distinguirse de los seguidores, por lo que valoran menos el bien cuantos más seguidores lo compran. Los seguidores tienen preferencia por emular a los líderes, por lo que el número de líderes que compren está positivamente relacionado con su valoración del bien.

Al inicio del juego, el monopolista anuncia que venderá una cantidad total Q. La cantidad ofrecida por el monopolista se divide en x en el primer periodo, en el segundo periodo ofrece y_2 y en el tercero, y_3. Estas son cantidades conocidas por todos y a las que el monopolista se compromete. M_1 es la cantidad revendida en el periodo adelantado. La suma de y_2 y y_3 se define como y.

Al comienzo del primer periodo, el monopolista anuncia el total de unidades que producirá (Q) y cuantas unidades pondrá a la venta en ese periodo (x) y a que precio (p_1). En este periodo sólo los líderes pueden comprar el bien. La valoración de los líderes depende negativamente de cuantos seguidores esperan que compren el bien. Una vez que termina el primer periodo, los líderes no vuelven a participar en el juego. Para lo que queda del juego, el monopolista ofrecerá $(Q - x)\epsilon[0, F]$ a los seguidores. También, durante este periodo, pueden llegar algunos seguidores. Estos seguidores no influyen en el primer periodo, pero tendrán la posibilidad de comprar en cuanto inicie el segundo periodo. Se puede explicar como que son "los primeros en la fila" para cuando abra la tienda. Se les llama "early arrivers" o "madrugadores".

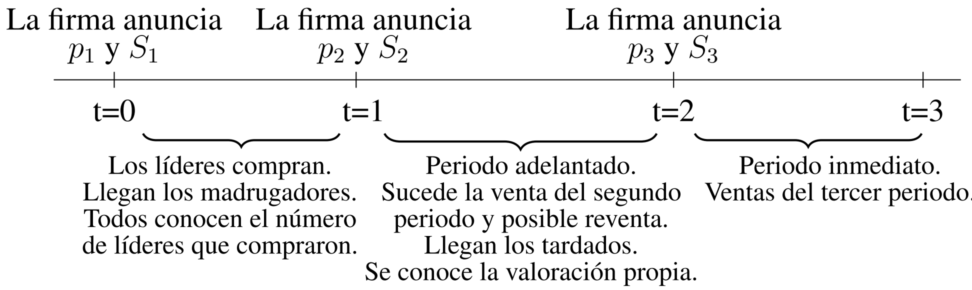
En el segundo periodo (también referido como "in advance" o "adelantado") pueden suceder una gran cantidad de eventos. Podemos decir que es el periodo más importante y el más complicado. Inicialmente, los madrugadores observan cuantos líderes compraron y deciden si comprar o no. Los madrugadores deciden sin conocer su valoración porque aún no se ha revelado quien es de alta y quien, de baja. El hecho de que madruguen no está relacionado con que sean de valoración alta o baja. Lo que sí es de conocimiento común es cuantos madrugaron y la probabilidad de que tengan una valoración o la otra. Cuando sucede $t = 1$, estos madrugadores pueden comprar el bien a un precio p_2. Conforme avanza el tiempo, suceden dos cosas: más seguidores van llegando (llamados "late arrivers" o "tardados") y todos los seguidores aprenden su propia valoración.

Ya que los madrugadores compran el bien antes de conocer su valoración, ambos tipos de madrugadores pagan el mismo precio p_2. Durante el periodo adelantado, irán conociendo su valoración. De modo que aquellos que resulten de valoración alta tendrán una utilidad mayor que aquellos que resulten de valoración baja. Considerando esta nueva información, si existe la reventa, los madrugadores que adquirieron el bien tienen la posibilidad de revenderlo a madrugadores que no lo hayan adquirido o tardados que lleguen al mercado. El precio de reventa es p_{2r}.

Sigamos con la firma. En $t = 1$, el monopolista sabe cuantos seguidores madrugaron. Ya que se comprometió a producir Q y le vendió a los líderes en el periodo anterior, ahora dispone de $Q-x$ unidades. Definimos $y = Q-x$. En este momento, el monopolista decide cómo distribuir y entre los dos periodos que restan, de modo que $y = y_2+y_3$. Aunque la firma decidiera no vender en el segundo periodo ($y_2 = 0$), los seguidores llegarán con normalidad. Primero llegarían los madrugadores $(\alpha\beta)$ y luego los tardados $((1-\alpha)\beta)$ e indistintamente esperarían a que comience el periodo simultáneo para poder comprar. De modo que en $t = 2$ estarían todos los seguidores β. Si decide vender sólo en el segundo periodo, no puede vender más que a los madrugadores, porque son los únicos que están en el mercado en $t = 1$. Además, el monopolista elige el precio p_2 al que ofrecerá el bien en este periodo.

Finalmente, llegamos al tercer periodo. Este periodo es llamado "on-spot" o "inmediato". La demanda de este periodo está conformado por todos los seguidores que no compraron el bien en el periodo anterior (a la firma o en reventa) y aquellos que compraron pero luego vendieron. Asimismo, todos los seguidores ya conocen su valoración. La cantidad que pondrá a la venta el monopolista es $Q-x-y_2 = y_3$, o sea, la cantidad total que decidió producir menos lo que vendió en los dos periodos anteriores. Por lo que al monopolio sólo le queda elegir p_3. En este trabajo no consideramos la posibilidad de reventa en el tercer periodo, sólo en el segundo. La intuición detrás de esta decisión viene del trabajo de Geng et al. (2007), en el cual la reventa en el tercer periodo elimina las posibilidades de discriminación que se presentan cuando no hay reventa o cuando es parcial. Ante reventa en el periodo inmediato, la firma prefiere las estrategias de no vender en el periodo adelantado. Las cantidades óptimas y los beneficios de estas estrategias son las mismas con o sin reventa en el periodo inmediato. Cómo en este trabajo no consideramos el cambio en excedente de los consumidores y sólo nos concentramos en las decisiones de la firma, omitiremos el escenario con reventa en el tercer periodo. A continuación se presenta una línea temporal que representa el modelo.

Línea temporal del modelo



Línea de elaboración propia

4. Líderes

Hay una masa unitaria de líderes. Los líderes tienen una utilidad $u_K(P) = v - p_1 - \frac{(y)^2}{2}$. Asumimos que la valoración v se distribuye entre los líderes de manera uniforme [0,1]. Su utilidad depende negativamente del consumo de los seguidores, sin importar la valoración de éstos. Ya que los líderes compran el bien antes que los seguidores, tienen que considerar el nivel de producto esperado que comprarán los seguidores (y^e). Los líderes sólo deciden si comprarle al monopolista o no durante el primer periodo y no participan de la reventa. Este supuesto es relativamente realista, ya que en mercados como el de los zapatos deportivos o moda, las "celebridades" suelen tener acceso a estos productos antes que los consumidores de a pie.

5. Seguidores

Existe una masa de tamaño β de seguidores. De los cuales $\lambda\beta$ seguidores tienen valoración alta y $(1-\lambda)\beta$ seguidores tienen valoración baja. Los seguidores van descubriendo su valoración a lo largo del periodo adelantado, depués de $t = 1$, cuando los madrugadores tomaron la decisión de comprar.

La utilidad de los seguidores es $u_F(P) = Hx - P$(cuando son de valoración alta) con probabilidad λ o $u_F(P) = Lx - P$ (cuando son de valoración baja) con probabilidad $(1 - \lambda)$, donde $H \geq L > 0$. Sin importar la valoración de los seguidores, su utilidad está positivamente relacionada con la cantidad de líderes que adquieran el bien. La única diferencia es la magnitud del efecto de x.

Cuando sucede $t = 1$, los madrugadores pueden adquirir el bien, antes de conocer su valoración. La probabilidad de que uno sea madrugador es α. De los $\alpha\beta$ madrugadores, $\alpha\lambda\beta$ serán de valoración alta y $\alpha(1-\lambda)\beta$, de valoración baja, en valor esperado. Conforme avanza el tiempo, irán descubriendo su valoración, lo que puede influir en su decisión de revender. Ningún agente puede comprar más de un bien. Sin embargo, una vez que decidieron revender el bien y se quedan con las manos vacías, pueden elegir volver a comprarlo. Es decir, que los revendedores del periodo adelantado también son sujetos que pueden adquirir el bien durante el periodo inmediato.

6. Resolución

El monopolista toma la decisión de cuanto producir y a qué precio vender considerando la siguiente función de beneficios, donde suponemos que el costo marginal de producir el bien es igual a cero y no existen costos fijos:

$$\Pi = p_1(x) + p_2(y_2) + p_3(y_3)$$

Comencemos por decir que el monopolista debe, al menos servir a los líderes. Esto sucede porque si no vende ninguna unidad en el primer periodo ($x = 0$), las valoraciones de los seguidores son

$$u_F(P) = Hx - P = H(0) - P = -P$$
$$u_F(P) = Lx - P = L(0) - P = -P$$

De modo que tendría cero beneficios en el primer periodo y nadie querría comprar el bien en el resto del juego.

6.1. Servir sólo a los líderes

Si la firma decide sólo atender a los líderes, es decir si fija una $Q = x \quad \rightarrow \quad Q - x = y = 0$, Los líderes tendrían una utilidad

$$u_K(P) = v - p_1 - \frac{(y)^2}{2}$$
$$u_K(P) = v - p_1$$

Cómo $v \sim U[0,1]$ y hay una masa unitaria de líderes, el número de líderes, esto significa que para un p_1 entre cero y uno, la proporción de líderes que están dispuestos a comprar el bien es $1 - p_1$.

$$x = 1 - (p_1 + \frac{y^2}{2})$$
$$x = 1 - p_1$$

La firma obtendría los siguientes beneficios

$$\Pi = p_1(x) + p_2(y_2) + p_3(y_3)$$
$$\Pi = p_1(x)$$

Lo que nos dejaría un problema de monopolio simple. Para resolverlo, planteamos los beneficios y los maximizamos.

$$\Pi = (1 - p_1)p_1$$
$$\Pi = p_1 - p_1^2$$
$$\frac{\delta \Pi}{\delta p_1} = 1 - 2p_1^* = 0$$
$$1 = 2p_1^*$$
$$\frac{1}{2} = p_1^*$$

Con lo cual, los beneficios serían

$$\Pi^* = (1 - \frac{1}{2})\frac{1}{2}$$
$$\Pi^* = (\frac{1}{2})\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

6.2. Servir en el primer y tercer periodo

La firma podría elegir atender a los líderes en el primer periodo y los seguidores sólo en el tercer periodo. De modo que cuando inicia el periodo inmediato, ya están todos los seguidores y ya conocen su nivel de utilidad, además de haber observado el número de líderes que adquirieron el bien. Con esta información, todos los seguidores saben exactamente cuanto están dispuestos a pagar por el bien.

$$\Pi = p_1 x + y_2 p_2 + p_3 y_3$$
$$\Pi = p_1 x + p_3 y_3$$

Ya que los seguidores conocen su valoración, los individuos de valoración alta saben que lo máximo que están dispuestos a pagar es Hx y los de valoración baja, Lx. La firma tiene dos opciones: puede fijar un precio $p_3 = Lx$ y atender a todos o $p_3 = Hx$ y atender a los individuos de valoración alta.

Con esta decisión, la firma determina la cantidad máxima de seguidores que atenderá. Si fija $p_3 = Lx$, el máximo es β; si fija $p_3 = Hx$, el máximo es $\beta\lambda$. Sin embargo, la firma puede elegir servir a menos seguidores.

La cantidad óptima depende de las decisiones del primer periodo. Recordemos que $x = 1 - (p_1 + \frac{y^2}{2})$. Aunque los líderes deciden comprar antes de observar cuantos seguidores comprarán el bien, la firma puede anunciar cuantas unidades producirá. Los líderes consideran que en equilibrio, el anunciado es el efectivo $y^e = y$. Podemos acomodar la demanda de los líderes de modo que tengamos el precio como función de la cantidad $p_1 = 1 - x - \frac{(Q-x)^2}{2}$.

Entonces, la firma elige $1 < x < 0$, $\beta < y < 0$ o $\lambda\beta < y < 0$ y $1 - x - \frac{(Q-x)^2}{2} > 0$. De ahora en adelante, supondremos $\beta = 1$. Es decir, la masa de seguidores es del mismo tamaño que la de los líderes. Además, supondremos $\lambda = 0{,}5$: la mitad de los seguidores son de valoración alta y la mitad, valoración baja. Esto quiere decir que la combinación de (x, y) debe estar dentro del espacio delimitado por el gráfico 1. En este trabajo sólo consideraremos este valor, pero el lector puede tomar la estructura general con algún otro valor de β, λ, si ese es su interés.

El gráfico 1 muestra las restricciones que enfrenta la firma. Sólo consideramos los casos dónde $x, y > 0$. La linea azul describe la ecuación $1 - x - \frac{y^2}{2} = 0$: los valores para los cuales el precio en el primer periodo es cero. La línea vertical roja muestra el valor máximo de x, dónde la firma vende a la totalidad de líderes. La línea vertical roja el máximo de seguidores que la firma puede atender. La línea horizontal verde muestra la cantidad máxima de seguidores de valoración alta que existen en el modelo.

Gráfico 1

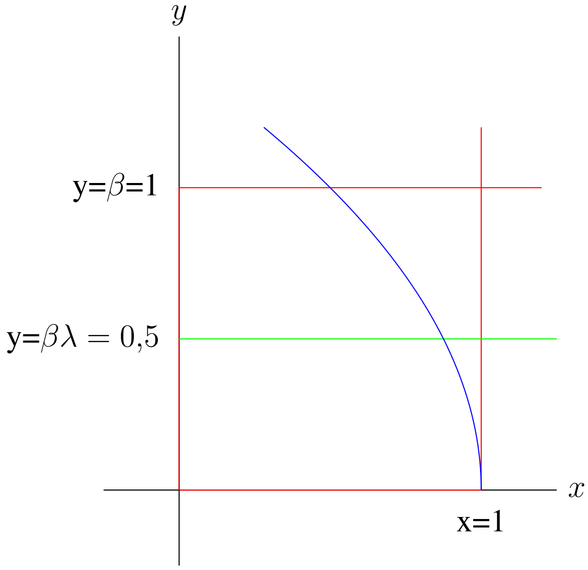


Gráfico de elaboración propia

6.2.1. $p_3 = Lx$

El caso en el que la firma elige $p_3 = Lx$ se muestra en el gráfico 2. Sabemos que si $y = 0$, estamos en el caso de monopolio y que x no puede ser igual a cero. Además, la gráfica anterior nos mostró que la restricción sobre $p_1 = 0$ es más fuerte que la restricción sobre $x = 1$. Esto se explica porque incluso cuando $y = 0$ y $p_1 = 0$, lo máximo que podría vender la firma es $x = 1$. Debido al efecto negativo de y sobre la utilidad de los líderes, para vender la misma cantidad $x = 1$ la firma tendría que disminuir el p_1 para compensar el efecto de y. Cómo esto no es posible, existe una cantidad de líderes que ya no desean comprar el bien.

Gráfico 2

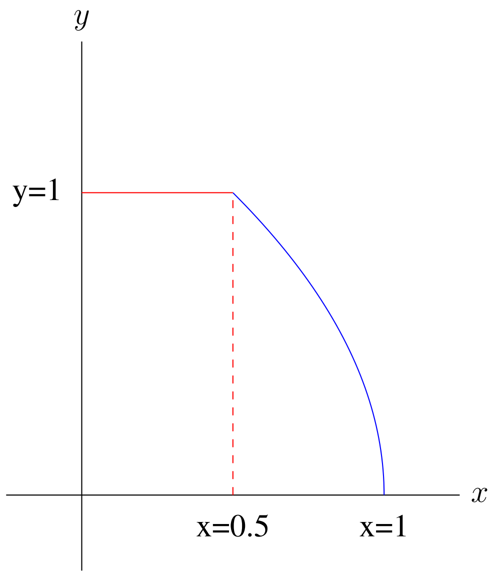


Gráfico de elaboración propia

Qué combinación de (x, y) quiera elegir la firma depende de H, L. En función de esos parámetros, la firma preferiría estar sobre los ejes, las restricciones o elegir una solución interior. Pero la firma puede elegir algo más: $p_3 = Hx$.

6.2.2. $p_3 = Hx$

En este caso, el máximo que la firma puede vender es inferior a β. Sólo hay un número $\lambda = 0{,}5$ de seguidores que valoran el bien cómo para pagar $p_3 = Hx$. Este caso es retratado en el gráfico 3. Fuera de esto, la firma sigue teniendo la posibilidad de fijar un (x, y), tal que se encuentre sobre las restricciones o en la solución interior.

Gráfico 3

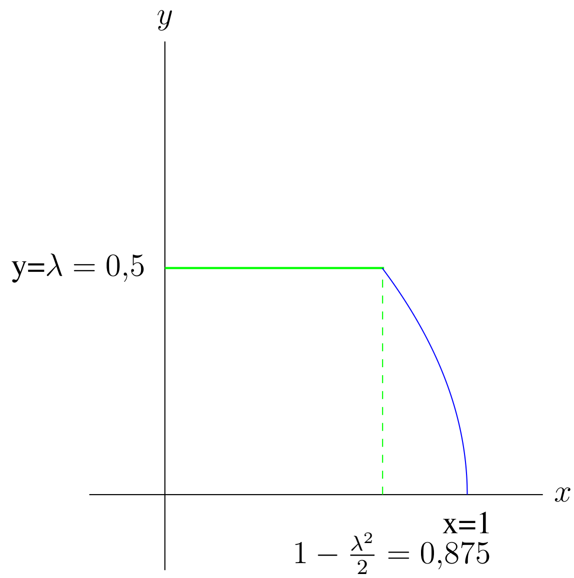


Gráfico de elaboración propia

La firma puede desplazarse entre estas dos opciones. En el gráfico 4 podemos observar dos áreas: I y II. Para poder distinguirse mejor, se presenta un gráfico 4.a y 4.b. Si el máximo de la función de beneficios se encuentra en el área I, la firma podría elegir Lx o Hx cómo precio en el tercer periodo. En el área I la firma vende una cantidad menor a $\lambda\beta = 0{,}5$. En este caso, para la misma $y < 0{,}5$, puede vender cada unidad a un precio Hx o Lx. Dado que $Lx < Hx$, la firma prefiere vender a los seguidores de valoración alta. En el área I la firma siempre prefiere $p_3 = Hx$. En este caso, la firma elige y $(y, x) = (H, \frac{1}{2} + \frac{H^2}{4})$ y obtiene beneficios $\Pi = (\frac{1}{2} + \frac{H^2}{4})^2$. Esto sólo sucede con $H < \sqrt{\frac{2}{3}}$. De lo contrario, el monopolista desea vender $y > 0{,}5$

Gráfico 4.a

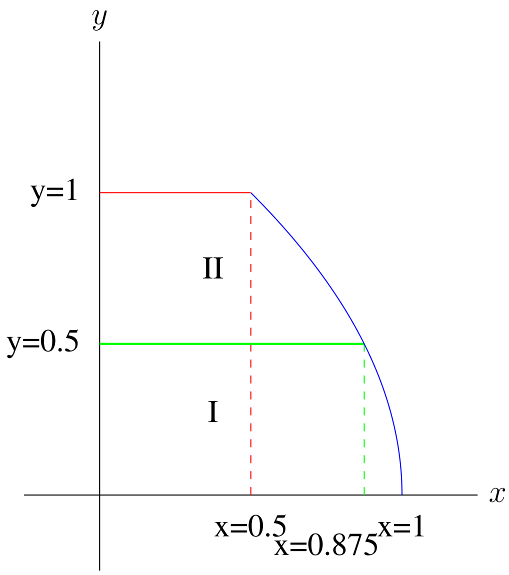


Gráfico de elaboración propia

Gráfico 4.b

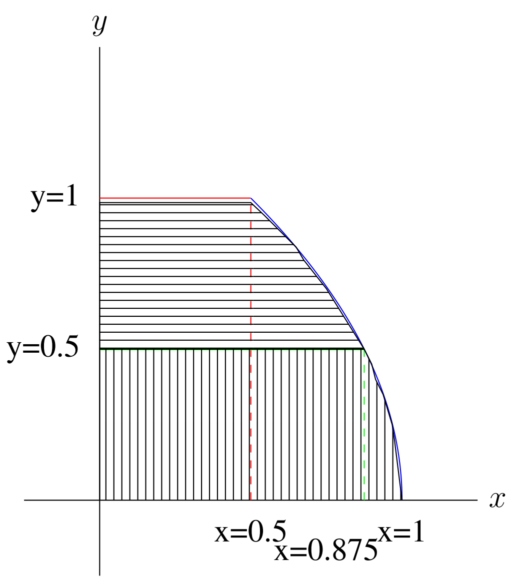


Gráfico de elaboración propia

6.2.3. Comparación

La toma de decisión viene cuando el máximo se encuentra en el área II. En este caso, la firma podría elegir vender más unidades a un menor precio o vender a una población menor y cobrar más. En este caso, la elección de la firma debe tomarse comparando la solución interior cuando se está en el área II o sobre la restricción de $y = 1$ vis a vis elegir y sobre la restricción de $\lambda = 0{,}5$.

Para determinar qué precio le conviene fijar a la firma en el periodo inmediato, comparamos los beneficios. Los resultados se muestran en el gráfico 5. La línea punteada es la identidad $L = H$. Recordemos que necesariamente $H > L$, de modo que sólo consideramos el área a la derecha de la línea punteada. La línea roja muestra los valores de L y H para los cuales servir a todos los seguidores y sólo servir a los de valoración alta genera los mismos beneficios. La línea azul y ligeramente más gruesa iguala los beneficios de servir a un número entre λ y 1 de seguidores y servir a los seguidores de valoración alta. Para un punto de (H, L) arriba de la línea sólida pero debajo de la linea punteada, la firma prefiere $p_3 = Lx$. Esto significa que H no es suficientemente mayor a L como para dejar de servir a los $(1 - \lambda)\beta = 0{,}5$ seguidores de valoración baja.

Gráfico 5

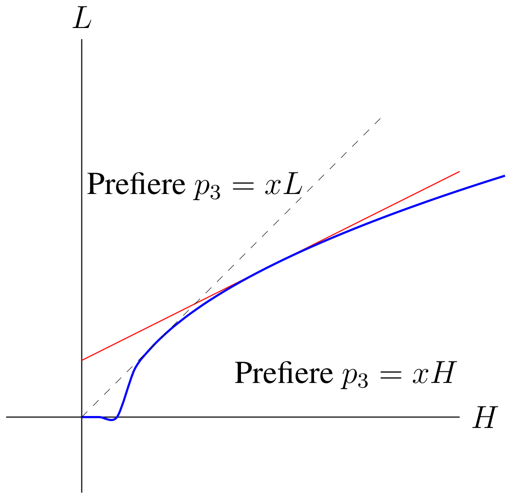


Gráfico de elaboración propia

La oferta en cada periodo de la solución interior con $p_3 = Lx$, es $(y, x) = (L, \frac{1}{2} + \frac{L^2}{4})$ y obtiene beneficios $\Pi = (\frac{1}{2} + \frac{L^2}{4})^2$. Los beneficios de la firma de estar sobre la restricción de $y = \lambda$ con $p_3 = xH$ son $\Pi = (\frac{2-\lambda^2+2\lambda H}{2})^2 = (\frac{1{,}75+H}{2})^2$. Si la firma elige $y = 1$, sus beneficios son $\Pi = (\frac{1+2L}{4})^2$. Podemos ver que todos estos son beneficios mayores a los de monopolio, por lo que la firma nunca prefiere servir sólo a los líderes. El desarrollo mediante el cual se llegó a estas gráficas queda detallado en la sección 9.3 del apéndice.

6.3. Vender en los tres periodos

Cuando hay tres periodos, la firma elige $p_1, p_2, p_3, x, y_2, y_3$ para maximizar beneficios. Mantendremos las restricciones de no negatividad sobre estos parámetros. Dado que el tamaño de la población no cambia, se mantiene $x, y \leq 1$. Sin embargo, ahora la firma debe distribuir la cantidad que ofrecerá a los seguidores entre el periodo adelantado y el inmediato, sujeto a que lo máximo que puede vender en el periodo adelantado es la totalidad de madrugadores ($\alpha\beta$). En el desarrollo siguiente supondremos $\alpha = \frac{1}{2}$. Por lo tanto $y_2 \leq 0{,}5$. Recordemos que en el periodo adelantado es cuando sucede la reventa. Por lo que es importante señalar cómo cambian las decisiones de la firma ante la posibilidad de la reventa. Presentaremos las estrategias óptimas cuando hay reventa y cuando no, y las compararemos con los resultados que hemos obtenido arriba.

Seguiremos el razonamiento del lema cinco de Geng et al. (2007)[2]. Dado que hay tres periodos, la firma puede ofrecer $p_2 > p_3$ (descuento por adelantado), $p_2 = p_3$ o $p_2 < p_3$ (premium por adelantado). Recordemos que en el periodo inmediato, los seguidores conocen su valoración, por lo que la firma sólo puede ofrecer $p_3 = Hx$ o $p_3 = Lx$. Si $p_2 = p_3 = Lx$, todos los seguidores querrán comprarlo en el periodo que puedan. Esto es equivalente a sólo ofrecer el bien en el tercer periodo a un precio Lx. Si firma fija $p_2 = p_3 = Hx$, ningún seguidor que no conozca su valoración querrá comprar el bien porque si resulta ser de valoración alta, su utilidad es cero y si resulta ser de valoración baja su utilidad será negativa, porque pagó xH. Esto haría que el valor esperado de comprar en el periodo adelantado sea un número negativo. Por lo que nadie comprará hasta el periodo inmediato, cuando conocen su valoración. Fijar $p_2 = p_3 = Hx$ es equivalente a sólo vender en el periodo inmediato a un precio Hx. Por esto, sólo consideraremos los casos en que $p_2 > p_3$ y $p_2 < p_3$. Este razonamiento es el tomado del lema dos de Geng et al. (2007)[3].

[2]Geng, Xianjun, Ruhai Wu, and Andrew B. Whinston. 2007. “Profiting from Partial Allowance of Ticket Resale”. Journal of Marketing 71 (2): 193. doi:https://www.jstor.org/stable/30162191

[3]Geng, Xianjun, Ruhai Wu, and Andrew B. Whinston. 2007. “Profiting from Partial Allowance of Ticket Resale”. Journal of Marketing 71 (2): 193. doi:https://www.jstor.org/stable/30162191

6.3.1. Sin reventa

6.3.2. Descuento por adelantado

Para resolver el problema de la firma, primero partimos de los dos escenarios del tercer periodo. En el primero, la firma elige $p_3 = Hx$. Eso significa que en el periodo inmediato, querrán comprar solo los seguidores de valoración alta que no hayan comprado en el periodo anterior. En el periodo adelantado, los seguidores aún no conocen su valoración pero sí la probabilidad de que sean de valoración alta (para resolver, supondremos $\lambda = 0{,}5$). Conociendo esta probabilidad y los valores de x, H, L, los madrugadores pueden determinar el valor de comprar sin conocer su valoración y de esperar al siguiente periodo para conocerla.

La firma desea fijar el mayor p_2 posible, tal que los madrugadores participan en el mercado. Este máximo es el valor que iguala el Valor Esperado de Comprar (VEC) y el Valor Esperado de Esperar (VEE). Este procedimiento es replicado del paper de Geng et al. (2007). El VEE es cero, porque si el seguidor resulta ser de valoración alta, el precio iguala su valoración; si resulta ser de valoración baja, el precio excede su valoración y no compra, por lo que su utilidad es cero. Esto hace que el precio óptimo sea igual al valor esperado de comprar: $p_2 = L + \lambda(H - L)x$.

Con los precios óptimos determinados, la firma elige las cantidades que maximicen beneficios. Tras plantear las condiciones de primer orden, encontramos que la solución para y_2 es de esquina. Esto es consistente con el trabajo de Geng et al. (2007). En su paper, la cantidad total del bien que la firma pone a la venta es exógena. La firma elige descuento por adelantado si esta cantidad es superior al número de compradores de valoración alta. En ese escenario, dependiendo, de H y L la firma puede encontrarse en una situación en la cual preferiría vender más en el periodo adelantado o en el inmediato.

La razón por la que preferiría vender más en el periodo adelantado es que a la firma le gustaría venderle a los seguidores de valoración alta a un precio Hx pero hay más unidades del bien que seguidores de valoración alta. Esto obliga a la firma a vender una cantidad positiva en el periodo adelantado, antes de que conozcan su valoración. Las ventas del periodo adelantado disminuyen la cantidad de consumidores de valoración alta que estarán disponibles en el periodo inmediato. En el tercer periodo quedarían $(\beta - y_2)\lambda = (1 - y_2)0{,}5$ individuos de valoración alta. Entonces, el monopolista desea distribuir su producción de modo que la menor cantidad posible sea vendida en el periodo adelantado. Sin embargo, en este trabajo, la firma no tiene una cantidad fija por vender, por lo que el mínimo que puede ofrecer por adelantado es $y_2 = 0$. Por lo que, efectivamente, se encontraría en la estrategía de dos periodos.

La razón por la que preferiría vender más en el periodo inmediato es que el número de madrugadores es alto y la diferencia entre H y L relativamente pequeña. Por lo tanto, la firma desea aprovechar que el valor esperado de los madrugadores es alto. En el modelo de Geng et al. (2007), hacer un descuento por adelantado cuando no hay reventa es un mecanismo para discriminar a los madrugadores. Por lo que la firma está dispuesta a disminuir sus ventas del periodo inmediato con tal de vender en el adelantado. Ahí, la firma ofrecería en el tercer periodo todo lo que le sobrara tras las ventas del segundo. Siguiendo esa linea de pensamiento, en esta estrategia, la firma ofrecería el máximo posible en el segundo periodo $y_2 = \alpha\beta = 0{,}5$ y $y_3 = (1 - 0{,}5) * 0{,}5 = 0{,}5$. Este problema está desarrollado en la sección 9.4.1 del apéndice. La firma elige $\frac{0{,}71875+0{,}5H+0{,}25L}{2} = x$. Los beneficios óptimos serían $\Pi = (\frac{0{,}71875+0{,}5H+0{,}25L}{2})^2$. Estos resultados son válidos cuando $H < \frac{23}{24}$, ya que debe cumplir que el precio a los líderes sea positivo.

Sin embargo, en nuestro modelo la cantidad producida es endógena, la firma puede elegir un y_3 menor. Resolviendo el problema de maximización también para y_3, encontramos que el óptimo, manteniendo $y_2 = 0{,}5$ sería $y_3 = H - 0{,}5$ y $0{,}5 - {,}125(H - L) + 0{,}25H^2 = x$. Dados los parámetros que hemos elegido en este trabajo, la firma sólo elegiría $0 < y_3 < 0{,}25$ cuando $0{,}5 < H < 0{,}75$. Además, se requiere un $0 < H < \sqrt{2}$ y $2H^2 + H - 4 < L$ para que $p_1 = 1 - 0{,}5 - {,}125(H - L) + 0{,}25H^2 - 0{,}5H^2 > 0$. Para esclarecer los resultados, propusimos $(H, L) = (0{,}6, 0{,}5)$. Siguiendo esta estrategia, la firma elegiría $(x, y_2, y_3) = (5{,}775, 0{,}5, 0{,}1)$ y $(p_1, p_2, p_3) = (0{,}2425, 0{,}55, 0{,}6)$ y obtendría beneficios iguales a $\Pi = 0{,}3335$. Los detalles del proceso mediante el cual se llegó a este resultado se encuentran en la sección 9.4.1 del apéndice.

Estos beneficios son mayores que los beneficios que obtendría si, con estos mismo parámetros de H y L, ofreciera $y_3 = 0{,}25$. Es decir, si vendiera tanto como pudiera en el tercer periodo. Sin embargo, son menores a si ofreciera $y_2 = 0$. La razón está en los valores que propusimos $\alpha = \lambda = 0{,}5$. Los madrugadores no son suficientes, en relación a los individuos de valoración alta, como para que sea más atractivo venderles en el segundo periodo, sacrificando las ventas del primer y tercer periodo, en lugar de sólo venderles a los de valoración alta. En la sección

9.6 se presentan los beneficios que la firma obtendría siguiendo las estrategias descritas en este trabajo para diferentes valores de H y L. Es posible que, con otros parámetros poblacionales, premium por adelantado sea preferible a vender sólo en el periodo inmediato. Esta hipótesis no es comprobada en este trabajo.

6.3.3. Premium por adelantado

Cuando el monopolista elige $p_3 = Lx$, la decisión de los madrugadores cambia. Los madrugadores saben que de esperar, podrán comprar el bien más barato sin importar su valoración. Por lo tanto, si la cantidad producida es suficiente para servir a todos, todos prefieren esperar y llegar al mercado inmediato. En este caso, es la escasez lo que motiva a los madrugadores a pagar un premium por adelantado. Si esperan, existe una posibilidad de que los individuos resulten ser de valoración alta y no puedan comprar el bien porque se agotó. De un modo similar a como se hizo en la subsección anterior, se iguala el VEE y el VEC para determinar el precio óptimo. El proceso mediante el cual se llegó al óptimo se encuentra detallado al inicio de la sección 9.4.2 del apéndice. El precio en el segundo periodo es $p_2 = (L + 0{,}5(H - L)\frac{1-y_2-y_3}{1-y_2})x$ y refleja el premium que los seguidores están dispuestos a pagar con tal de asegurar su compra. Vale la pena mencionar que cuando la firma produce suficiente para abastecer a todos los seguidores, $y_2 + y_3 = \beta = 1$, no existe premium, por lo que nos encontraríamos en un caso equivalente a vender sólo en dos periodos con $p_3 = Lx$.

Con los precios óptimos sustituidos dentro de la función de beneficios, obtenemos condiciones de primer orden para las cantidades. Realizando álgebra encontramos que $\frac{\delta \Pi}{\delta y_2} > 0$, por lo que sabemos que la firma le venderá a todos los madrugadores que pueda. El desarrollo de este problema se puede encontrar en la sección 9.4.2 del apéndice, después del resulado de p_2. La intuición sobre $y_2 = 0{,}5$ es que toda venta que haga en el segundo periodo será más redituable que sobre el tercero: saturará el mercado adelatando antes de entrar al inmediato. A diferencia del descuento por adelantado, las ventas del periodo adelantado no afectan las del inmediato. Pero no venderá menos de $y_2 + y_3 = 0{,}5$ porque en ese caso, preferiría sólo vender a los líderes.

Para hallar x, y_3 óptimo, reescribimos la función de beneficios con los resultados que hemos encontrado y obtenemos condiciones de pimer orden. Este proceso nos lleva a que la cantidad que la firma prefiere ofrecer en el periodo inmediato es $y_3^* = \frac{L-0{,}5-0{,}25(H-L)}{1-0{,}5(H-L)}$. Asimismo, se alcanza el óptimo con $\frac{1}{2}(1-\frac{(0,5+y_3^*)^2}{2}+0,5L+0,5(H-L)(0,5-y_3^*)+Ly_3^*=x^*$. Sustituyendo en la función de beneficios, encontramos que el óptimo con esta estrategia es $\Pi=x^*(1-x^*-\frac{(0,5+\frac{L-0,5-0,25(H-L)}{1-0,5(H-L)})^2}{2}+0,5L+0,5(H-L)(0,5-\frac{L-0,5-0,25(H-L)}{1-0,5(H-L)})+L\frac{L-0,5-0,25(H-L)}{1-0,5(H-L)})$. Para que se cumpla la no negatividad de p_1, es necesario que $H<1,4124$.

Debido a la complejidad de las formas de x y y_3, no es sencillo dar una explicación intuitiva a los resultados. Sin embargo, suponiendo ciertos valores para H y L, podemos dar un resultado concreto que nos permita discernir entre estrategias. Al final de la sección 9.4.2 se presenta un ejemplo con H=0.9 y L=0.7, en el cual se sustituyeron estos valores en las soluciones generales que encontramos a lo largo de esta sección. En este caso los beneficios son $\Pi=0,405527$. Sustituyendo los valores de H y L encontramos que las cantidades óptimas son $(x,y_2,y_3)=(0,6747,0,5,0,1667)$, lo cual nos daría precios $(p_1,p_2,p_3)=(0,1037,0,51366,0,47229)$. También vale la pena señalar que la firma pudo cobrar un premium de 0.133x debido a la escasez generada.

Para elegir la estrategia óptima, la firma debe comparar lo beneficios de los dos casos dónde vende en los tres periodos y los casos cuando sólo vende en dos. Para el caso particular que planteamos en este trabajo, dónde $\lambda=\alpha=0,5$ y $\beta=1$, la firma prefiere hacer un descuento por adelantado a vender sobre la restricción de $y=\lambda$, cuando $H>L>5/8$; Prefiere ofrecer el descuento por adelantado a venderle a todos los seguidores cuando $H>7/8, \quad \frac{1}{24}(16H+7)>L>0$; prefiere atender sólo a los líderes en el segundo periodo que hacer el descuento por adelantado. Estos resultados se obtienen de comparar los beneficios descritos en la sección 9.6 del apéndice y hacer álgebra para determinar cuales valores de H y L hacen más beneficiosa una estrategia o la otra. Por lo complicado de la forma funcional de los beneficios cuando $p_3=Lx$, no podemos dar una respuesta general, similar a la gráfica de la sección anterior, que muestre qué prefiere la firma.

6.3.4. Con reventa

El primer resultado del caso con reventa es que la firma nunca ofrece descuento por adelantado ($p_3=Hx$ y $p_2<p_3$). Esto se debe a que los madrugadores que hayan comprado el bien pueden quedárselo o revenderlo. Aquellos con el bien desean revenderlo a alguien que les pague un precio mayor a p_2 y a su valoración. Existen cuatro posibilidades: que sean de valoración

alta o baja y que hayan comprado el bien o no lo hayan hecho. Si son de valoración alta y lo compraron, nadie está dispuesto a pagar más que su valoración del bien, por lo que lo conservan. Si son de valoración alta y no compraron, anticipando que el p_3 será igual a su valoración, desean adquirirlo en el mercado de reventa, siempre que $p_{2r} < p_3$. Si son de valoración baja y adquirieron el bien, desean revenderlo a alguien que pague un precio mayor su valoración. Si son de valoración baja y no lo compraron, no desean participar en ninguno de los mercados. Esto significa que si hay reventa, existe un flujo que lleva los bienes de aquellos que lo valoran poco a aquellos que lo valoran mucho. Cómo consecuencia de este flujo, cuando la firma desee vender $p_3 = Hx$, ya no contará con la totalidad de seguidores de valoración alta, porque todos los que pudieron consiguieron el bien durante el periodo adelantado. Esto significa que lo máximo que podría vender es $y_3 = \lambda\beta - y_2 = 0{,}5 - y_2$. Es decir, toda venta del periodo adelantado es alguien que con certeza dejará de comprar en el inmediato y como $p_2 < p_3$ necesariamente, la firma gana menos que cuando $y_2 > 0$. Esta argumentación es congruente con los resultados de Geng et al. (2007), en los cuales el descuento por adelantado no es una opción deseable cuando existe la reventa.

Si la firma elige $p_3 = Lx$ todos los seguidores que puedan comprar el bien querrán hacerlo. Así como en el caso sin reventa, es necesario que la producción no satisfaga la demanda para que los seguidores estén dispuestos a pagar un premium para evitar el riesgo de quedarse sin el producto.

Siguiendo el lema cinco de Geng et al. (2007)[4], la firma elige un precio del periodo inmediato que deje al seguidor indiferente entre comprarle al monopolista y comprar en la reventa. Esto da cómo resultado $p_2 = p_{2r} = L + \frac{\beta - y_2 - y_3}{\beta - y_2}(H - L)x$. Dado que los madrugadores que hayan adquirido el bien y resulten ser de valoración baja pueden venderlo y los individuos que quieran comprarlo ya conocerán su valoración, el precio que están dispuestos a pagar en el segundo periodo es mayor con reventa que sin reventa. La explicación de cómo se obtuvo este resultado se encuentra en la sección 9.5.

Para que este resultado se sostenga, es necesario asegurarse de que p_{2r} sea mayor que Lx. Esto podría suceder si existen más individuos de valoración baja tratando de revender que indi-

[4]Geng, Xianjun, Ruhai Wu, and Andrew B. Whinston. 2007. "Profiting from Partial Allowance of Ticket Resale". Journal of Marketing 71 (2): 193. doi:https://www.jstor.org/stable/30162191

viduos de valoración alta queriendo comprar. Para asegurarse de que los revendedores siempre cuenten con demanda, la cantidad ofrecida en el segundo periodo no puede exceder a los individuos de valoración alta $y_2 < \lambda\beta = 0{,}5$. Del mismo modo que en el caso sin reventa, la firma desea vender tanto como sea posible en el segundo periodo: $y_2 = 0{,}5$.

Una vez que se determinó y_2 y p_2, es posible sustituir en la función de beneficios y encontrar x y y_3 óptimo. En la sección 9.5, se resuelve el problema de maximización que da como resultado $2L - H - 0{,}5 = y_3$ y $0{,}25H^2 + 0{,}5H - LH + L^2 - 0{,}5L - 1 = x$. De estos resultados podemos señalar que cuando $0{,}5 + H > 2L$, la firma prefiere $y_3 = 0$. La intuición es que cuando H es suficientemente grande, es preferible vender una cantidad menor a un mayor precio. Debemos recalcar que cuando la firma elige $y_2 + y_3 < 0{,}5$, siempre prefiere vender sólo en el inmediato con $p_3 = Hx$ que vender en el periodo adelantado.

Teniendo los valores óptimos para las variables que la firma puede elegir, llegamos a que los beneficios son $\Pi = (0{,}25H^2 + 0{,}5H - LH + L^2 - 0{,}5L - 1)(2 + 0{,}25H^2 + 0{,}5H + L^2 - 1{,}5L - 2LH)$. Al final de la sección 9.5, se desarrolló una expresión para p_1. Para que $p_1 > 0$, es necesario que $0 < H < 2/3; \quad 0 < L < \frac{1}{4}(\sqrt{-8H^2 + 4H + 4H + 1} + 2H - 1)$. Los valores de H, L para los cuales estos resultados se sostienen son pequeños.

6.4. Comparación de beneficios

Al final del apéndice, en la sección 9.6, se presentan las funciones de beneficios óptimos de las diferentes estrategias que se desarrollaron en este trabajo. También se muestran los beneficios que se obtendrían cuando $(H, L) = (0{,}9, 0{,}7))$, que son los valores que se usaron en el caso del descuento por adelantado sin reventa. Con el propósito de mostrar ejemplos de cómo cambiarían los beneficios ante diferentes parámetros, adicionalmente, se incluyen $(H, L) = (0{,}6, 0{,}5), (1{,}2, 0{,}8), (1{,}5, 1)$. Los resultados mostrados se obtuvieron de sustituir los parámetros (H, L) en las funciones de beneficios y se presentan de manera condensada en la siguiente tabla. No todas las estrategias son posibles con esos parámetros.

Por ejemplo, cuando $(H, L) = (1{,}5, 1)$, el resultado interior de dos periodos con $p_3 = Hx$ (que parecería dar los mayores beneficios) no se puede dar simplemente porque no puede ofrecer $y_3 = 1{,}5$ cuando el límite es $0{,}5$. La firma tendría que cambiar de estrategia dependiendo del escenario de reventa. Si no hubiera reventa, la firma optaría por el descuento por adelantado y ofreciendo $(y_2, y_3) = (0{,}5, 0{,}25)$. Esta estrategia da cómo resultado beneficios iguales a $\Pi = 0{,}73825$. Si hubiera reventa, la firma optaría por sólo atender a los individuos de valoración alta en el periodo inmediato. Esto le daría beneficios iguales a $\Pi = 0{,}6601$.

Si observamos los resultados con $(H, L) = (0{,}6, 0{,}5)$, los mayores beneficios se obtienen con premium por adelantado cuando no hay reventa. De nuevo, esta estrategia no es viable porque sustituyendo los valores de $(H.L)$ obtendríamos $y_3 < 0$. Observando los beneficios de la sección 9.6.3 del apéndice vemos que la firma obtiene mayores beneficios cuando decide atender sólo a los individuos de valoración alta en el periodo inmediato. El valor de $H = 0{,}6$ es demasiado alto para seguir el caso con resultado interior. Ya que el resultado interior se obtiene cuando $y_3 = H$ la firma satura la restricción sobre y_3. Esto la pone en la estrategia con $y = \lambda$. Esta estrategia le da beneficios $\Pi = 0{,}3451$. Vale la pena señalar que la intuición es consistente con los resultados: después de los beneficios con resultado interior, los mayores son los beneficios con la restricción saturada. Nótese que con estos parámetros, el escenario de reventa no afecta la decisión de la firma, el monopolista prefiere no atender en el segundo periodo.

(H,L)	(1.5, 1)	(1.2, 0.8)	(0.9, 0.7)	(0.6, 0.5)
Estrategia	Beneficios			
Premium por adelantado con reventa	0.1289	-0.36	-0.697	-1.1739
Descuento por adelantado sin reventa	0.73825	0.5766	0.451416	0.32741
Descuento por adelantado sin reventa con $y_3 < 0{,}25$	1	0.6561	0.459	0.3335
Premium por adelantado sin reventa	0.5625	0.46836	0.408182	0.4025
$y_2 = 0$ con $p_3 = Hx$ interior	1.12891	0.796	0.4935	0.3481
$y_2 = 0$ con $p_3 = Lx$ interior	0.5625	0.4356	0.387506	0.3164
Vender a todos los seguidores sólo en el tercer periodo $y_2 = 0$, $y_3 = 1$, $p_3 = Lx$	0.5625	0.422	0.36	0.25
Vender a seguidores de valoración alta sólo en el tercer periodo $y_2 = 0$, $y_3 = \lambda$, $p_3 = Hx$	0.6601	0.5439	0.4389	0.3451
Vender a seguidores de valoración baja sólo en el tercer periodo regalando el bien a los líderes $y_2 = 0$, $y_3 = \lambda$, $p_3 = Hx$, $p_1 = 0$	0.5443	0.43544	0.38101	0.27215
Vender sólo a los líderes	0.25	0.25	0.25	0.25

Tabla de elaboración propia

7. Conclusiones

En este trabajo se propuso un modelo que incorpora el efecto de grupos de referencia y reventa parcial cuando un monopolista puede elegir limitar su producción. Además, se desarrolló un ejemplo con ciertos valores del tamaño de la población. Se dió una solución comprensible para toda combinación de H y L cuando el problema de la firma es de dos periodos, pero cuando se extiende a tres, sólo se puede dar una solución para casos particulares de H y L. Se encontró que la posibilidad de "generar escasez" es necesaria para llevar a cabo premiums por adelantado.

Esto contrasta con el trabajo de Geng et al. (2007) en el cual la producción es exógena. Esta modificación permite hacer un análisis más realista de mercados dónde el nivel de oferta se determina constantemente, a diferencia del mercado de boletos que analizan Geng et al. (2007). Además, este modelo incorpora el efecto de grupos de referencia. Considerando estas variaciones, el escanario de reventa parcial deja de ser tan favorable cómo en el modelo de boletos que estos autores propusieron.

A diferencia del trabajo de Amaldoss y Jain (2008), donde la firma determina si limitar o no la producción considerando un único tipo de seguidor, en este trabajo la firma determina qué tan limitada es la producción dependiendo de si desea atender a los individuos de valoración alta, baja o una combinación de ambas, dónde además interviene el estado de la reventa. Esta diferencia en la estructura de los seguidores permite hacer una comparación más cercana a mercados como el de las zapatillas deportivas dónde existe un tipo de posible consumidor que sólo quiere un par de zapatos como los de Michael Jordan y otro tipo de consumidor-"sneaker head" que valora bastante más dicho par; consumidores casuales y consumidores fanáticos. El resultado es que considerando la estructura de los seguidores y la reventa, la firma puede preferir "servir a las masas" o producir un bien de nicho. Mientras Amaldoss y Jain encontraron que limitar el producto puede incentivar la demanda, en este modelo con tres periodos limitar la oferta además puede servir para aumentar el precio en el periodo adelantado.

Este trabajo podría extenderse levantando el supuesto de no negatividad del precio en el primer periodo. Un precio negativo podría significar que los líderes reciben un pago por usar el producto. Incorporar este elemento podría explicar escenarios de patrocinios, los cuales son muy comunes en el mercado de zapatos deportivos. Vale la pena señalar que este trabajo da una explicación a la existencia de ediciones limitadas, hay más. Una explicación alternativa podría ser que la edición limitada no sea redituable, pero sí funcionan como mecanismo de mercadotecnia para atraer atención a otros productos que la firma ofrece. En este trabajo no se comparan ni discuten estos razonamientos alternativos. Además, este trabajo se podría beneficiar de mayores esfuerzos elaborar explicaciones comprensibles para casos generales.

8. Bibliografía

Referencias

Amaldoss, Wilfred y Sanjay Jain (2008). "Trading Up: A Strategic Analysis of Reference Group Effects". En: *Marketing Science* 27(5), págs. 932-942. DOI: `https://www.jstor.org/stable/40057135`.

Bryson, Bethany (1996). "Anything but heavy metal: Symbolic exclusion and musical dislikes". En: *American Sociological Review* 61(5), págs. 884-899. DOI: `https://www.jstor.org/stable/2096459`.

Geng, Xianjun, Ruhai Wu y Andrew B. Whinston (2007). "Profiting from Partial Allowance of Ticket Resale". En: *Journal of Marketing* 71(2), págs. 184-195. DOI: `https://www.jstor.org/stable/30162191`.

Lookwood, Penelope y Ziva Kunda (1997). "Superstars and me: Predicting the impact of role models on the self". En: *Journal of Personality and Social Psychology* 73(1), págs. 73-103.

9. Apéndice

En esta sección explicaremos el procedimiento por el cual llegamos a los resultados de la sección 6.

9.1. $x, y_3 > 0, y_2 = 0, p_3 = Lx$

Una vez que tuvimos las gráficas presentadas en la sección 6.2, evaluamos los casos en que podríamos encontrarnos. Comenzamos por buscar el óptimo cuando $x = 1$

$$\Pi = xp_1 + yp_2$$
$$\Pi = x(1 - x - \frac{(y)^2}{2}) + (y)Lx$$
$$\Pi = 1(1 - 1 - \frac{(y)^2}{2}) + (y)L$$
$$\Pi = -\frac{(y)^2}{2} + (y)L$$
$$\frac{\delta\Pi}{\delta y} = -y + L = 0$$
$$y = L$$

Sustituimos estos valores en la función de beneficios

$$\Pi = x(1 - x - \frac{(y)^2}{2}) + (y)Lx$$
$$\Pi = 1(1 - 1 - \frac{(L)^2}{2}) + (L)L$$
$$\Pi = -\frac{(L)^2}{2} + L^2 = \frac{(L)^2}{2}$$

Encontramos precios negativos en el primer periodo. Esto tiene sentido cuando se evalua la gráfica porque el punto en el que $x = 1$ intersecta $p_2 = 0$ es cuando $y = 0$. A continuación evaluamos $y = 1$

$$\Pi = x(1 - x - \frac{(y)^2}{2}) + (y)Lx$$
$$\Pi = x(1 - x - \frac{(1)^2}{2}) + (1)Lx$$
$$\Pi = x(\frac{1}{2} - x) + Lx$$
$$\frac{\delta\Pi}{\delta x} = \frac{1}{2} - 2x + L = 0$$
$$\frac{1 + 2L}{4} = x$$

Esto significa que tendríamos los siguientes beneficios

$$\Pi = x(1 - x - \frac{(Q-x)^2}{2}) + (Q-x)Lx$$
$$\Pi = \frac{1+2L}{4}(\frac{1}{2} - \frac{1+2L}{4}) + L\frac{1+2L}{4}$$
$$\Pi = \frac{1+2L}{4}(\frac{1}{2} - \frac{1+2L}{4} + L)$$
$$\Pi = \frac{1+2L}{4}(\frac{1+2L}{4})$$

Para que esta sea una solución válida necesitamos no sólo que $x < 1$ (por el tamaño de la población), sino $x < 0{,}5$ (porque el precio del primer periodo debe mantenerse positivo).

$$\frac{1-2L}{4} = x < 0{,}5$$
$$1 + 2L < 2$$
$$L < \frac{1}{2}$$

El siguiente caso que evaluaremos es $p_1 = 0$

$$1 - x - \frac{y^2}{2} = 0$$
$$1 - \frac{y^2}{2} = x$$
$$\Pi = 1 - \frac{y^2}{2}(1 - 1 + \frac{y^2}{2} - \frac{(y)^2}{2}) + (y)L(1 - \frac{y^2}{2})$$
$$\Pi = (y)L(1 - \frac{y^2}{2}) = yL - L\frac{y^3}{2}$$
$$\frac{\delta \Pi}{\delta y} = L - L\frac{3y^2}{2} = 0$$
$$1 = \frac{3y^2}{2}$$
$$2 = 3y^2$$
$$\sqrt{\frac{2}{3}} = y$$

Esto nos da los siguientes beneficios.

$$\Pi = (y)L(1 - \frac{y^2}{2}) = yL - L\frac{y^3}{2}$$
$$\Pi = \sqrt{\frac{2}{3}}L - L\frac{\frac{2}{3}^{\frac{3}{2}}}{2}$$
$$\Pi = L(\sqrt{\frac{2}{3}} - \frac{\frac{2}{3}^{\frac{3}{2}}}{2})$$
$$\Pi = L(\sqrt{\frac{2}{3}} - \frac{1}{3}\sqrt{\frac{2}{3}})$$
$$\Pi = L(\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}})$$

Finalmente, evaluamos el caso interior. Para hacerlo, simplemente tomaremos la función de beneficios y la optimizaremos.

$$\Pi = x(1 - x - \frac{(y)^2}{2}) + (y)Lx$$
$$\frac{\delta \Pi}{\delta y} = -xy + Lx = 0$$
$$yx = Lx$$
$$y = L$$

$$\Pi = x(1 - x - \frac{(y)^2}{2}) + (y)Lx$$
$$\Pi = x(1 - x - \frac{L^2}{2}) + L^2 x$$
$$\frac{\delta \Pi}{\delta x} = 1 - 2x - \frac{L^2}{2} + L^2 = 0$$
$$1 + \frac{L^2}{2} = 2x$$
$$\frac{1}{2} + \frac{L^2}{4} = x$$

Por lo que tendríamos los siguientes beneficios.

$$\Pi = x(1 - x - \frac{(y)^2}{2}) + (y)Lx$$
$$\Pi = (\frac{1}{2} + \frac{L^2}{4})(1 - \frac{1}{2} - \frac{L^2}{4} - \frac{L^2}{2}) + L^2(\frac{1}{2} + \frac{L^2}{4})$$
$$\Pi = (\frac{1}{2} + \frac{L^2}{4})(\frac{1}{2} - \frac{3L^2}{4} + L^2)$$
$$\Pi = (\frac{1}{2} + \frac{L^2}{4})^2$$

Para que la solución efectivamente sea interior necesitamos

$$\frac{1}{2} + \frac{L^2}{4} = x < 1$$
$$2 + L^2 < 4$$
$$L < \sqrt{2}$$

$$0 < 1 - x - \frac{(y)^2}{2} < 1$$
$$0 < 1 - \frac{1}{2} - \frac{L^2}{4} - \frac{L^2}{2} < 1$$
$$0 < \frac{1}{2} - \frac{3L^2}{4} < 1$$
$$-\frac{1}{2} < -\frac{3L^2}{4} < \frac{1}{2}$$
$$\frac{1}{2} > \frac{3L^2}{4} > -\frac{1}{2}$$
$$\frac{2}{3} > L^2 > -\frac{2}{3}$$
$$\sqrt{\frac{2}{3}} > L > \sqrt{-\frac{2}{3}}$$

9.2. $x, y_3 > 0, y_2 = 0, p_3 = Hx$

Sabemos que la solución interior cuándo $p_3 = Hx$ es igual a la de $p_3 = Lx$, pero tiene un espacio menor para suceder. Ahora, la restricción es $y < \lambda\beta$, en lugar de $y < 1$

$$\Pi = x(1 - x - \frac{(y)^2}{2}) + (y)Hx$$
$$\frac{\delta\Pi}{\delta y} = -xy + Hx = 0yx = Hx$$
$$y = H$$

Si comparamos estos resultados con los de $p_3 = Lx$ vemos que cuando la firma maximiza vendiendo pocas unidades, cuando está en el espacio de $y < \lambda\beta$, prefiere vender $p_3 = Hx$.

A continuación, evaluamos cuando $y = \lambda\beta$

$$\Pi = x(1 - x - \frac{(y)^2}{2}) + (y)Hx$$
$$\Pi = x(1 - x - \frac{(\lambda)^2}{2}) + (\lambda)Hx$$
$$\frac{\delta\Pi}{\delta x} = 1 - 2x - \frac{(\lambda)^2}{2} + \lambda H = 0$$
$$1 - \frac{(\lambda)^2}{2} + \lambda H = 2x$$
$$\frac{2 - \lambda^2 + 2\lambda H}{4} = x$$

Esto significa que tendríamos beneficios iguales a

$$\Pi = x(1 - x - \frac{\lambda^2}{2}) + (\lambda)Hx$$
$$\Pi = (\frac{2 - \lambda^2 + 2\lambda H}{4})(1 - \frac{2 - \lambda^2 + 2\lambda H}{4} - \frac{\lambda^2}{2}) + (\lambda)H(\frac{2 - \lambda^2 + 2\lambda H}{4})$$
$$\Pi = (\frac{2 - \lambda^2 + 2\lambda H}{4})(1 - \frac{2 - \lambda^2 + 2\lambda H}{4} - \frac{\lambda^2}{2} + \lambda H)$$
$$\Pi = (\frac{2 - \lambda^2 + 2\lambda H}{4})(1 - \frac{\lambda^2}{2} + \lambda H - \frac{2 - \lambda^2 + 2\lambda H}{4})$$
$$\Pi = (\frac{2 - \lambda^2 + 2\lambda H}{4})^2$$

No olvidemos la restricción sobre x. El punto en el que las dos retricciones, sobre precio y sobre cantidad se tocan es $1 - x - \frac{\lambda^2}{2} = 0 \rightarrow 1 - \frac{\lambda^2}{2} = x$. Esto, aplicado a x, se ve del siguiente modo

$$\frac{2-\lambda^2+2\lambda H}{4} = x < 1 - \frac{\lambda^2}{2}$$
$$\frac{2-\lambda^2+2\lambda H}{4} < 1 - \frac{\lambda^2}{2}$$
$$\frac{\lambda^2+2\lambda H}{4} < \frac{1}{2}$$
$$\frac{\lambda^2+2\lambda H}{2} < 1$$

Considerando el caso particular que evaluamos $\lambda = 0{,}5$

$$\frac{(0{,}5)^2+2(0{,}5)H}{2} < 1$$
$$0{,}25 + H < 2$$
$$H < 1{,}75$$

9.3. Lx versus Hx

Para determinar que preferiría la firma, comparamos los beneficios de elegir $p_3 = Hx, y = \lambda\beta$ versus $p_3 = Lx, y = \beta$

$$(\frac{2-\lambda^2+2\lambda H}{4})^2 < (\frac{1+2L}{4})^2$$
$$\frac{2-\lambda^2+2\lambda H}{4} < \frac{1+2L}{4}$$
$$2-\lambda^2+2\lambda H < 1+2L$$
$$1-\lambda^2+2\lambda H < 2L$$
$$\lambda > \sqrt{H^2-2L+1}+H$$

Ahora, comparamos $p_3 = Hx, y = \lambda\beta$ versus $p_3 = Lx, y < \beta$. Es decir, el área II que señalamos en el gráfico 4.a.

$$(\frac{2-\lambda^2+2\lambda H}{4})^2 < (\frac{1}{2}+\frac{L^2}{4})^2$$
$$\frac{2-\lambda^2+2\lambda H}{4} < \frac{1}{2}+\frac{L^2}{4}$$
$$2-\lambda^2+2\lambda H < 2+L^2$$
$$-\lambda^2+2\lambda H < L^2$$
$$\lambda < H-\sqrt{H^2-L^2}$$

Si sustituimos $\lambda = 0{,}5$, tenemos $\sqrt{H^2-L^2}+H < 0{,}5$ y $0{,}5 > \sqrt{H^2-2L+1}+H$. Estas dos ecuaciones forman las gráficas de la sección 6.2.3.

Gráfico 6

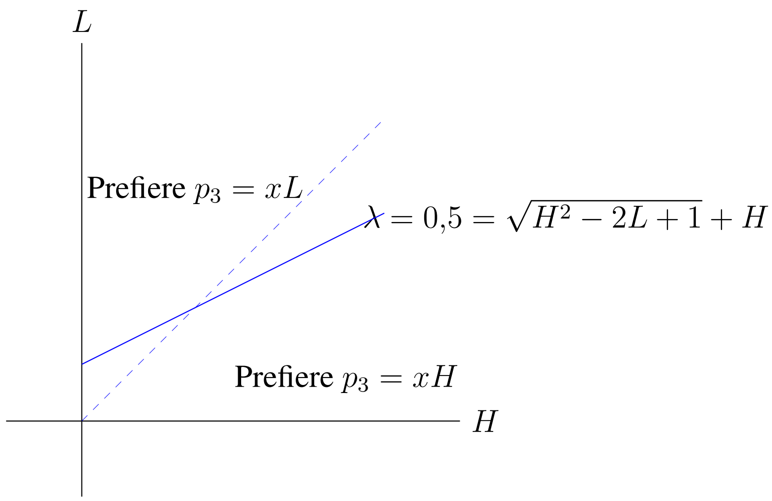


Gráfico de elaboración propia

Gráfico 7

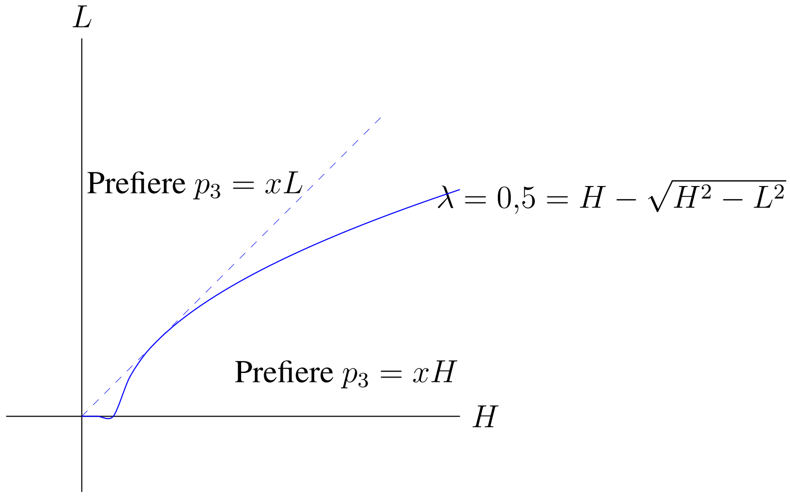


Gráfico de elaboración propia

9.4. $x, y_2, y_3 > 0$ sin reventa

9.4.1. $p_3 = Hx$

Procedamos con los beneficios cuando $p_3 = Hx$.

Si $p_3 = H$, el valor esperado de comprar es $VEC = (L + \lambda(H - L))x - p_2$ y el de esperar es cero. Porque si el seguidor espera, el precio será su utilidad o mayor y decidirá no comprar, de cualquier modo, su utilidad será cero al final. Entonces, al monopolista le conviene fijar $p_2 = (L + \lambda(H - L))x$

$$\Pi = (1 - x - \frac{(y_2 + y_3)^2}{2})x + (L + \lambda(H - L))xy_2 + xHy_3$$
$$\frac{\delta\Pi}{\delta x} = 1 - 2x - \frac{(y_2 + y_3)^2}{2} + (L + \lambda(H - L))y_2 + Hy_3 = 0$$
$$\frac{\delta\Pi}{\delta y_2} = -x(y_2 + y_3) + (L + \lambda(H - L))x = 0$$
$$\frac{\delta\Pi}{\delta y_3} = -x(y_2 + y_3) + Hx = 0$$

$$x(y_2 + y_3) = Hx$$
$$(y_2 + y_3) = H$$

$$-x(y_2 + y_3) + (L + \lambda(H - L))x = 0$$
$$y_2 + y_3 = L + \lambda(H - L)$$
$$H = L + \lambda(H - L)$$

Pero esto no se puede. En el tercer periodo la firma desea vender tantas unidades cómo sea posible, porque el precio es alto. La razón por la que vendería en el segundo periodo es que atender a los seguidores de valoración baja es demasiado atractivo como para sólo venderle a los de valoración alta pero no tanto como para sólo venderle a los de valoración baja. Si decide vender en el segundo periodo, no puede vender más que al total de madrugadores ($\alpha\beta = 0{,}5$).

$$\Pi = (1 - x - \frac{(0{,}5 + 0{,}25)^2}{2})x + (L + 0{,}5(H - L))x(0{,}5) + xH(0{,}5)(1 - 0{,}5)$$
$$\Pi = (1 - x - \frac{(0{,}75)^2}{2})x + (L + 0{,}5(H - L))x(0{,}5) + xH(0{,}25)$$
$$\Pi = x(1 - x - \frac{(0{,}75)^2}{2} + (L + 0{,}5(H - L))(0{,}5) + H(0{,}25))$$
$$\frac{\delta\Pi}{\delta x} = 1 - 2x - \frac{(0{,}75)^2}{2} + (L + 0{,}5(H - L))(0{,}5) + H(0{,}25) = 0$$
$$1 - \frac{(0{,}75)^2}{2} + (L + 0{,}5(H - L))(0{,}5) + H(0{,}25) = 2x$$
$$0{,}71875 + 0{,}5L + 0{,}25H - 0{,}25L + 0{,}25H = 2x$$
$$0{,}71875 + 0{,}5H + 0{,}25L = 2x$$
$$\frac{0{,}71875 + 0{,}5H + 0{,}25L}{2} = x$$

La restricción sobre p_1 dice que $p_1 > 0$ cuando $0 < H < 23/24$

A continuación se presentan los beneficios

$$\Pi = x(1 - x - \frac{(0{,}75)^2}{2} + (L + 0{,}5(H - L))(0{,}5) + H(0{,}25))$$
$$\Pi = (\frac{0{,}71875 + 0{,}5H + 0{,}25L}{2})(1 - \frac{0{,}71875 + 0{,}5H + 0{,}25L}{2} - \frac{(0{,}75)^2}{2}$$
$$+(L + 0{,}5(H - L))(0{,}5) + H(0{,}25))$$
$$\Pi = (\frac{0{,}71875 + 0{,}5H + 0{,}25L}{2})^2$$

Ahora, resolveremos el problema de la firma si eligiera $y_3 < 0{,}25$. Según la línea de Geng, Wu y Whinston (2007), continuamos con $y_2 = \alpha\beta = 0{,}5$ y después resolvemos el problema de maximización

$$\Pi = (1 - x - \frac{(0{,}5 + y_3)^2}{2})x + (L + 0{,}5(H - L))x(0{,}5) + xHy_3$$
$$\frac{\delta \Pi}{\delta x} = 1 - 2x - \frac{(0{,}5 + y_3)^2}{2} + (L + 0{,}5(H - L))(0{,}5) + Hy_3 = 0$$
$$\frac{\delta \Pi}{\delta y_3} = -x(0{,}5 + y_3) + xH = 0$$

$$-x(0{,}5 + y_3) + xH = 0$$
$$0{,}5 + y_3 = H$$
$$y_3 = H - 0{,}5$$

y_3 tiene que ser menor a 0.25, porque si la firma vendió 0.5 en el segundo periodo, la mitad de esas unidades (en valor esperado) quedaron en manos de individuos de valoración alta. Por lo tanto, en el mercado sólo quedan $(1 - 0{,}5)0{,}5$ individuos dispuestos a pagar Hx. H debe estar entre 0.5 y 0.75.

$$\frac{\delta \Pi}{\delta x} = 1 - 2x - \frac{(0{,}5 + y_3)^2}{2} + (L + 0{,}5(H - L))(0{,}5) + Hy_3 = 0$$
$$1 - 2x - \frac{(0{,}5 + H - 0{,}5)^2}{2} + (L + 0{,}5(H - L))(0{,}5) + H(H - 0{,}5) = 0$$
$$1 - 2x - \frac{H^2}{2} + 0{,}5L + 0{,}25(H - L) + H^2 - 0{,}5H = 0$$
$$1 - 2x + 0{,}25L + 0{,}5H^2 - 0{,}25H = 0$$
$$0{,}5 - {,}125(H - L) + 0{,}25H^2 = x$$

Eso haría que el precio en el primer periodo fuera

$$p_1 = 1 - x - \frac{(0{,}5 + y_3)^2}{2}$$
$$p_1 = 1 - 0{,}5 - {,}125(H - L) + 0{,}25H^2 - 0{,}5H^2$$

Para que ese precio sea mayor a cero, necesitaríamos $0 < H < \sqrt{2}$ y $2H^2 + H - 4 < L$.

Con $H = 0{,}6$ y $L = 0{,}5$ (qué cumplen la condición) tendríamos los siguientes beneficios

$$0{,}5 - {,}125(H - L) + 0{,}25H^2 = x$$
$$0{,}5775 = x$$
$$y_3 = 0{,}6 - 0{,}5 = 0{,}1$$
$$\Pi = (1 - 0{,}5775 - \frac{(0{,}6)^2}{2})0{,}5775 + (0{,}5 + 0{,}5(0{,}1))0{,}5775(0{,}5) + 0{,}5775(0{,}6)(0{,}1)$$
$$\Pi = 0{,}33350625$$

El precio en el primer periodo es $p_1 = 0{,}2425$.

Tras sustituir las cantidades y precios óptimos, nos quedan los siguientes beneficios.

$$\Pi = (1 - x - \frac{(0{,}5 + y_3)^2}{2})x + (L + 0{,}5(H - L))x(0{,}5) + xHy_3$$
$$\Pi = x(1 - x - \frac{(0{,}5 + y_3)^2}{2} + (L + 0{,}5(H - L))(0{,}5) + Hy_3)$$
$$\Pi = (0{,}5 - 0{,}125(H - L) + 0{,}25H^2)(1 - 0{,}5 + ,125(H - L) - 0{,}25H^2$$
$$-\frac{(0{,}5 + y_3)^2}{2}) + (L + 0{,}5(H - L))(0{,}5) + Hy_3)$$
$$\Pi = (0{,}5 - 0{,}125(H - L) + 0{,}25H^2)(1 - 0{,}5 + 0{,}125(H - L) - 0{,}25H^2$$
$$-\frac{(H)^2}{2}) + (L + 0{,}5(H - L))(0{,}5) + H(H - 0{,}5))$$
$$\Pi = (0{,}5 - 0{,}125(H - L) + 0{,}25H^2)(0{,}5 + ,125(H - L) - 0{,}25H^2$$
$$-0{,}5H^2 + 0{,}5L + 0{,}25(H - L) + H^2 - 0{,}5H)$$
$$\Pi = (0{,}5 - 0{,}125(H - L) + 0{,}25H^2)(0{,}5 + ,375(H - L) + 0{,}25H^2 + 0{,}5L - 0{,}5H)$$

9.4.2. $p_3 = Lx$

Ahora, explicaremos que sucede cuando $p_3 = Lx$.

Si $p_3 = L$, el valor esperado de comprar es $VEC = (L + \lambda(H - L))x - p_2$ y $VEE = x\lambda(H - L)\frac{y_2+y_3-y_2}{\beta-y_2} = x\lambda(H - L)\frac{y_3}{\beta-y_2}$. EL VEE se interpreta cómo el excedente que tendrá el individuo si resulta ser de valoración alta y compra el bien por la probabilidad de poder comprarlo. Esta probabilidad es la cantidad de boletos disponibles en el tercer periodo sobre los individuos que querrían comprar.

$$
\begin{gathered}
VEE = VEC \\
(L + \lambda(H - L))x - p_2 = x\lambda(H - L)\frac{y_3}{\beta - y_2} \\
p_2 = (L + \lambda(H - L))x - x\lambda(H - L)\frac{y_3}{\beta - y_2} \\
p_2 = x(L + \lambda(H - L) - \lambda(H - L)\frac{y_3}{\beta - y_2}) \\
p_2 = x(L + \lambda(H - L)\frac{\beta - y_2 - y_3}{\beta - y_2})
\end{gathered}
$$

Ahora, sustituimos en la función de beneficios.

$$
\begin{gathered}
\Pi = (1 - x - \frac{(y_2 + y_3)^2}{2})x + (L + 0{,}5(H - L)\frac{1 - y_2 - y_3}{\beta - y_2})xy_2 + xLy_3 \\
\frac{\delta\Pi}{\delta x} = 1 - 2x - \frac{(y_2 + y_3)^2}{2} + Ly_2 + Ly_3 + 0{,}5(H - L)\frac{1 - y_2 - y_3}{1 - y_2}y_2 = 0 \\
\frac{\delta\Pi}{\delta y_2} = -x(y_2 + y_3) + xL - 0{,}5xy_2^2(\frac{H - L}{(1 - y_2)^2}) + x(L + 0{,}5(H - L)\frac{1 - y_2 - y_3}{1 - y_2}) = 0 \\
\frac{\delta\Pi}{\delta y_3} = -x(y_2 + y_3) - xy_2\frac{0{,}5(H - L)}{1 - y_2} + xL = 0
\end{gathered}
$$

Si sustituimos $\frac{\delta\Pi}{\delta p_3} = 0$ en $\frac{\delta\Pi}{\delta p_2}$ nos queda lo siguiente.

$$-x(y_2+y_3)+xL-0{,}5xy_2^2(\frac{H-L}{(1-y_2)^2})+x(L+0{,}5(H-L)\frac{1-y_2-y_3}{1-y_2})=0$$
$$xy_2\frac{0{,}5(H-L)}{1-y_2}-0{,}5xy_2^2(\frac{H-L}{(1-y_2)^2})+x(L+0{,}5(H-L)\frac{1-y_2-y_3}{1-y_2})=0$$
$$0{,}5y_2\frac{H-L}{1-y_2}-0{,}5y_2^2(\frac{H-L}{(1-y_2)^2})+L+0{,}5(H-L)\frac{1-y_2-y_3}{1-y_2}=0$$
$$0{,}5y_2\frac{H-L}{(1-y_2)^2}-0{,}5y_2^2\frac{H-L}{(1-y_2)^2}-0{,}5y_2^2(\frac{H-L}{(1-y_2)^2})+L+0{,}5(H-L)\frac{1-y_2-y_3}{1-y_2}=0$$
$$0{,}5y_2\frac{H-L}{(1-y_2)^2}-y_2^2\frac{H-L}{(1-y_2)^2}+L+0{,}5(H-L)\frac{1-y_2-y_3}{1-y_2}=0$$

A pesar de la aparente complejidad de este resultado, si recordamos que $\alpha = 0{,}5$, nos queda que la derivada de y_2 siempre es mayor a cero, por lo que querremos poner el máximo, o sea, $y_2 = \alpha\beta = 0{,}5$.

Con esto nos queda

$$\Pi=(1-x-\frac{(y_2+y_3)^2}{2})x+(L+\lambda(H-L)\frac{\beta-y_2-y_3}{\beta-y_2})xy_2+xLy_3$$
$$\Pi=(1-x-\frac{(0{,}5+y_3)^2}{2})x+(L+0{,}5(H-L)\frac{1-0{,}5-y_3}{1-0{,}5})x(0{,}5)+xLy_3$$
$$\Pi=(1-x-\frac{(0{,}5+y_3)^2}{2})x+(L+0{,}5(H-L)\frac{0{,}5-y_3}{0{,}5})x(0{,}5)+xLy_3$$
$$\frac{\delta\Pi}{\delta x}=1-2x-\frac{(0{,}5+y_3)^2}{2}+0{,}5L+0{,}5(H-L)(0{,}5-y_3)+y_3L=0$$
$$\frac{\delta\Pi}{\delta y_3}=-x(0{,}5+y_3)-0{,}5x(H-L)(0{,}5-y_3)+xL=0$$

Examinando $\frac{\delta\Pi}{\delta y_3}$, vemos que el óptimo de y_3 no depende de x.

$$\frac{\delta\Pi}{\delta y_3} = -x(0{,}5 + y_3) - 0{,}5x(H - L)(0{,}5 - y_3) + xL = 0$$

$$-0{,}5 - y_3 - 0{,}25(H - L) + 0{,}5(H - L)y_3 + L = 0$$

$$y_3 - 0{,}5(H - L)y_3 = L - 0{,}5 - 0{,}25(H - L)$$

$$y_3 = \frac{L - 0{,}5 - 0{,}25(H - L)}{1 - 0{,}5(H - L)}$$

Además, y_3 debe ser menor a 0.5, porque $1 = \beta < y_2 + y_3$

$$\frac{L - 0{,}5 - 0{,}25(H - L)}{1 - 0{,}5(H - L)} < 0{,}5$$

$$L - 0{,}5 - 0{,}25(H - L) < 0{,}5(1 - 0{,}5(H - L))$$

$$2L - 1 - 0{,}5(H - L) < 1 - 0{,}5(H - L)$$

$$2L - 1 < 1$$

$$L < 1$$

$$1 - 0{,}5(H - L) > 0$$

$$2 > H - L$$

También es necesario que $y_3 > 0$ por lo que

$$\frac{L - 0{,}5 - 0{,}25(H - L)}{1 - 0{,}5(H - L)} > 0$$

$$L - 0{,}25(H - L) > 0{,}5 \quad \& \quad 2 > H - L$$

$$\Pi = (1 - x - \frac{(0{,}5 + y_3)^2}{2})x + (L + 0{,}5(H - L)\frac{0{,}5 - y_3}{0{,}5})x(0{,}5) + xLy_3$$

$$\Pi = (1 - x - \frac{(0{,}5 + \frac{L-0{,}5-0{,}25(H-L)}{1-0{,}5(H-L)})^2}{2})x$$

$$+(L + 0{,}5(H - L)\frac{0{,}5 - \frac{L-0{,}5-0{,}25(H-L)}{1-0{,}5(H-L)}}{0{,}5})x(0{,}5) + xL\frac{L - 0{,}5 - 0{,}25(H - L)}{1 - 0{,}5(H - L)}$$

$$\Pi = x(1 - x - \frac{(0{,}5 + \frac{L-0{,}5-0{,}25(H-L)}{1-0{,}5(H-L)})^2}{2}$$

$$+0{,}5L + 0{,}5(H - L)(0{,}5 - \frac{L - 0{,}5 - 0{,}25(H - L)}{1 - 0{,}5(H - L)}) + L\frac{L - 0{,}5 - 0{,}25(H - L)}{1 - 0{,}5(H - L)})$$

$$\frac{\delta \Pi}{\delta x} = 1 - 2x - \frac{(0{,}5 + \frac{L-0{,}5-0{,}25(H-L)}{1-0{,}5(H-L)})^2}{2}$$

$$+0{,}5L + 0{,}5(H - L)(0{,}5 - \frac{L - 0{,}5 - 0{,}25(H - L)}{1 - 0{,}5(H - L)}) + L\frac{L - 0{,}5 - 0{,}25(H - L)}{1 - 0{,}5(H - L)} = 0$$

$$1 - \frac{(0{,}5 + \frac{L-0{,}5-0{,}25(H-L)}{1-0{,}5(H-L)})^2}{2}$$

$$+0{,}5L + 0{,}5(H - L)(0{,}5 - \frac{L - 0{,}5 - 0{,}25(H - L)}{1 - 0{,}5(H - L)}) + L\frac{L - 0{,}5 - 0{,}25(H - L)}{1 - 0{,}5(H - L)} = 2x$$

En este caso, es necesario $H < 1{,}4124$ para que el precio sea mayor a 1.

Por ejemplo, planteando $H = 1{,}2$, $L = 0{,}8$, tendríamos

$$y_3 = \frac{L - 0{,}5 - 0{,}25(H - L)}{1 - 0{,}5(H - L)}$$

$$y_3 = \frac{0{,}8 - 0{,}5 - 0{,}25(0{,}4)}{1 - 0{,}5(0{,}4)}$$

$$y_3 = \frac{0{,}2}{0{,}8} = 0{,}25$$

$$\frac{1}{2}(1-\frac{(0{,}5+y_3)^2}{2}+0{,}5L+0{,}5(H-L)(0{,}5-y_3)+Ly_3)=x$$
$$\frac{1}{2}(1-\frac{(0{,}5+0{,}25)^2}{2}+0{,}5(0{,}8)+0{,}5(0{,}4)(0{,}5-0{,}25)+(0{,}8*0{,}25))=x$$
$$\frac{1}{2}(1-0{,}2812+0{,}4+0{,}05+0{,}2)=x$$
$$0{,}6844=x$$

$$\Pi=(1-x-\frac{(0{,}5+y_3)^2}{2})x+(L+0{,}5(H-L)\frac{0{,}5-y_3}{0{,}5})x(0{,}5)+xLy_3$$
$$\Pi=(1-0{,}6844-\frac{(0{,}5+0{,}25)^2}{2})(0{,}6844)+(0{,}8+0{,}5(0{,}4)\frac{0{,}5-0{,}25}{0{,}5})(0{,}6844)(0{,}5)$$
$$+(0{,}6844*0{,}8*0{,}25)$$
$$\Pi=(1-0{,}6844-0{,}2812)(0{,}6844)+(0{,}9)(0{,}6844)(0{,}5)+(0{,}13688)$$
$$\Pi=(0{,}034)(0{,}6844)+(0{,}9)(0{,}6844)(0{,}5)+(0{,}13688)$$
$$\Pi=0{,}0235+0{,}30798+0{,}13688$$
$$\Pi=0{,}46836$$

9.5. $x, y_2, y_3 > 0$ con reventa

Para explicar el mínimo que un revendedor estaría dispuesto a aceptar, consideremos que la utilidad de un individuo de valoración baja que compró el bien es u_{nr} si decide no revender y u_r si decide revender.

$$u_{nr}=Lx-p_2$$
$$u_r=0-p_2+p_{2r}$$
$$-p_2+p_{2r}=Lx-p_2p_{2r}=Lx$$

El precio de reventa que lo deja indiferente entre revender y no revender es su valoración (Lx).

$$\Pi = (1 - x - \frac{(y_2 + y_3)^2}{2})x + [L + (\frac{\beta - y_2 - y_3}{\beta - y_2})(H - L)]y_2 x + L y_3 x$$

Si un madrugador espera, en lugar de comprar, hay una probabilidad $\frac{\beta - y_2 - y_3}{\beta - y_2}$ de que no consiga boleto, por lo limitado, por lo que tendría una pérdida de utilidad de H.

$$\begin{aligned}
\frac{y_3}{\beta - y_2}(H - L)x &< Hx - p_{2r}x \\
\frac{y_3}{\beta - y_2}(H - L) &< H - p_{2r} \\
p_{2r} &< H - \frac{y_3}{\beta - y_2}(H - L) \\
p_{2r} &< H - L + L + \frac{-y_3}{\beta - y_2}(H - L) \\
p_{2r} &< L + \frac{(H - L)(\beta - y_2)}{\beta - y_2} + \frac{-y_3}{\beta - y_2}(H - L) \\
p_{2r} &< L + \frac{\beta - y_2 - y_3}{\beta - y_2}(H - L)
\end{aligned}$$

Esto nos dice que, si el precio será Lx y la cantidad es escaza, todos querrán el bien pero no todos alcanzarán. La probabilidad de que un individuo lo consiga es $\frac{y_3}{\beta - y_2}$ (la cantidad producida sobre la cantidad de seguidores que desean comprar el bien). Si lo consigue, tengrán una utilidad $H - L$. De lo contrario, tendrá cero. Participarán en la reventa si su utilidad de comprar seguro es mayor que la de esperar. La utilidad de comprar es su valoración (que ya conocen) menos el precio de reventa. De este modo se encuentra el precio que los seguidores estarían dipuestos a pagar en reventa. Al monopolista le gustaría fijar el mayor p_2 posible, y ese es $p_2 = p_{2r}$.

Esta estrategia le permite a la firma cobrar más en el segundo periodo sin afectar sus ventas en el tercero. Por lo que desea vender tanto como pueda en el segundo periodo. Además de la restricción sobre los madrugadores que ya conocíamos, en reventa $y_2 < \lambda\beta$. Si $y_2 > \lambda$, habría más individuos de valoración baja que compraron el bien que individuos de valoración alta que buscarán comprarlo en el segundo periodo. Esto significa que habría más oferentes que demandantes en la reventa y el precio caería a $p_{2r} = Lx$. Si los seguidores supieran que corren el riesgo de comprar a un p_2 y luego no tendrán a quien venderle el producto, preferirán esperar al periodo simultáneo donde $p_3 = Lx$.

Entonces, fijamos $\alpha = \lambda = 0{,}5$, por lo que nuestros beneficios se verían del siguiente modo.

$$\Pi = (1 - x - \frac{(0{,}5 + y_3)^2}{2})x + [L + (\frac{1 - 0{,}5 - y_3}{1 - 0{,}5})(H - L)](0{,}5)x + Ly_3x$$
$$\Pi = (1 - x - \frac{(0{,}5 + y_3)^2}{2})x + [L + (\frac{0{,}5 - y_3}{0{,}5})(H - L)](0{,}5)x + Ly_3x$$
$$\Pi = (1 - x - \frac{(0{,}5 + y_3)^2}{2})x + (0{,}5)Lx + (0{,}5 - y_3)(H - L)x + Ly_3x$$
$$\frac{\delta\Pi}{\delta x} = 1 - 2x - \frac{(0{,}5 + y_3)^2}{2} + 0{,}5L + (0{,}5 - y_3)(H - L) + Ly_3 = 0$$
$$\frac{\delta\Pi}{\delta y_3} = -x(0{,}5 + y_3) - x(H - L) + Lx = 0$$

$$\frac{\delta\Pi}{\delta y_3} = -x(0{,}5 + y_3) - x(H - L) + Lx = 0$$
$$-(0{,}5 + y_3) - (H - L) + L = 0$$
$$-0{,}5 - y_3 - H + 2L = 0$$
$$2L - H - 0{,}5 = y_3$$

Pero recordemos que $0 < y_3 < 0{,}5$.

$$0 < 2L - H - 0{,}5 < 0{,}5$$
$$0{,}5 < 2L - H < 1$$
$$H + 0{,}5 < 2L < H + 1$$

Sustituyendo y_3 para encontrar x obtenemos.

$$\frac{\delta\Pi}{\delta x} = 1 - 2x - \frac{(0{,}5 + y_3)^2}{2} + 0{,}5L + (0{,}5 - y_3)(H - L) + Ly_3 = 0$$
$$1 - 2x - \frac{0{,}25 + y_3 + y_3^2}{2} + 0{,}5L + 0{,}5H - 0{,}5L - Hy_3 + Ly_3 + Ly_3 = 0$$
$$0{,}875 - 2x - \frac{y_3 + y_3^2}{2} + 0{,}5H - Hy_3 + 2Ly_3 = 0$$
$$0{,}875 - 2x - \frac{(2L - H - 0{,}5) + (2L - H - 0{,}5)^2}{2} + 0{,}5H - H(2L - H - 0{,}5) + 2L(2L - H - 0{,}5) = 0$$
$$0{,}5H^2 + H - 2LH + 2L^2 - L - 2x - 2 = 0$$
$$0{,}25H^2 + 0{,}5H - LH + L^2 - 0{,}5L - 1 = x$$

Así, llegamos a que los beneficios quedan del siguiente modo.

$$\Pi = (1 - x - \frac{(0{,}5 + y_3)^2}{2})x + (0{,}5)Lx + (0{,}5 - y_3)(H - L)x + Ly_3x$$
$$\Pi = x((1 - x - \frac{(0{,}5 + y_3)^2}{2}) + (0{,}5)L + (0{,}5 - y_3)(H - L) + Ly_3)$$
$$\Pi = x((1 - x - \frac{(0{,}5 + 2L - H - 0{,}5)^2}{2}) + (0{,}5)L + (0{,}5 - (2L - H - 0{,}5))(H - L) + L(2L - H - 0{,}5))$$
$$\Pi = x((1 - x - \frac{(2L - H)^2}{2}) + (0{,}5)L + (1 - 2L + H)(H - L) + L(2L - H - 0{,}5))$$
$$\Pi = x(1 - x - 2L^2 + 2LH - 0{,}5H^2 + 0{,}5L + H - L - 2LH + 2L^2 + H^2 - LH + 2L^2 - 2LH - 0{,}5L)$$
$$\Pi = x(1 - x + 0{,}5H^2 + H - L + 2L^2 - 3LH)$$
$$\Pi = (0{,}25H^2 + 0{,}5H - LH + L^2 - 0{,}5L - 1)*$$
$$(1 - (0{,}25H^2 + 0{,}5H - LH + L^2 - 0{,}5L - 1) + 0{,}5H^2 + H - L + 2L^2 - 3LH)$$
$$\Pi = (0{,}25H^2 + 0{,}5H - LH + L^2 - 0{,}5L - 1)(2 + 0{,}25H^2 + 0{,}5H + L^2 - 1{,}5L - 2LH)$$

Para que tengamos $p_1 > 0$.

$$p_1 = (1 - x - \frac{(0{,}5 + y_3)^2}{2})$$
$$1 - 0{,}25H^2 + 0{,}5H - LH + L^2 - 0{,}5L - 1 - \frac{(0{,}5 + 2L - H - 0{,}5)^2}{2} > 0$$
$$-0{,}25H^2 + 0{,}5H - LH + L^2 - 0{,}5L - \frac{(4L^2 - 4LH + H^2)}{2} > 0$$
$$-0{,}25H^2 + 0{,}5H - LH + L^2 - 0{,}5L - 2L^2 + 2LH - 0{,}5H^2 > 0$$
$$-0{,}75H^2 + 0{,}5H + LH - L^2 - 0{,}5L > 0$$

9.6. Beneficios

A continucación, se presenta un listado de los beneficios de vender en los tres periodos con reventa, tres periodos sin reventa y $p_3 = Hx$; vender en los tres periodos sin reventa, con $p_3 = Hx$ y $y_3 < 0{,}25$; vender tres periodos sin reventa y $p_3 = Lx$; vender en dos periodos con solución interior de $p_3 = Hx$; vender en dos periodos con $p_3 = L$ y $y = 1$; vender en dos periodos con $p_3 = L$ y $p_1 = 0$ y de sólo atender a los líderes.

$$\Pi_{3pr} = (0{,}25H^2 + 0{,}5H - LH + L^2 - 0{,}5L - 1)(2 + 0{,}25H^2 + 0{,}5H + L^2 - 1{,}5L - 2LH)$$

$$\Pi_{3pconHx} = (\frac{0{,}71875 + 0{,}5H + 0{,}25L}{2})^2$$

$$\Pi_{3pconHx,y_3<0{,}25} = (0{,}5 - 0{,}125(H - L) + 0{,}25H^2)(0{,}5 + ,375(H - L) + 0{,}25H^2 + 0{,}5L - 0{,}5H)$$

$$\Pi_{3pconLx} = x(1 - x - \frac{(0{,}5 + \frac{L-0{,}5-0{,}25(H-L)}{1-0{,}5(H-L)})^2}{2}$$

$$+0{,}5L + 0{,}5(H - L)(0{,}5 - \frac{L - 0{,}5 - 0{,}25(H - L)}{1 - 0{,}5(H - L)}) + L\frac{L - 0{,}5 - 0{,}25(H - L)}{1 - 0{,}5(H - L)})$$

$$\Pi_{int.H} = (\frac{1}{2} + \frac{H^2}{4})^2$$

$$\Pi_{int.L} = (\frac{1}{2} + \frac{L^2}{4})^2$$

$$\Pi_{y=1} = (\frac{1 + 2L}{4})^2$$

$$\Pi_{y=\lambda conHx} = (\frac{2 - 0{,}5^2 + H}{4})^2$$

$$\Pi_{p_1=0} = L\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}} = 0{,}5443L$$

$$\Pi_{lideres} = \frac{1}{4}$$

9.6.1. H=1.2, L=0.8

Susituyendo los valores $(H, L) = (1{,}2, 0{,}8)$ en las funciones de beneficios escritas arriba, obtenemos los siguientes resultados.

$$\Pi_{3pr} = -0{,}36$$

$$\Pi_{3pconHx} = 0{,}5766$$

$$\Pi_{3pconHx,y_3<0{,}25} = 0{,}6561$$

$$\Pi_{3pconLx} = 0{,}46836$$

$$\Pi_{int.H} = 0{,}7396$$

$$\Pi_{int.L} = 0{,}4356$$

$$\Pi_{y=1} = 0{,}422$$

$$\Pi_{y=\lambda conHx} = 0{,}5439$$

$$\Pi_{p_1=0} = 0{,}43544$$

$$\Pi_{lideres} = 0{,}25$$

Estos resultados son consistentes con lo descrito en la sección 6.2.3, donde decimos que si $\sqrt{1{,}2^2 - 2(0{,}8) + 1} + 1{,}2 = \sqrt{0{,}84} + 1{,}2 > 0{,}5$, la firma debería prefrir vender con $p_3 = Hx$. Así como $1{,}2 - \sqrt{1{,}2^2 - 0{,}8^2} = 1{,}2$

9.6.2. H=0.9, L=0.7

Susituyendo los valores $(H, L) = (0{,}9, 0{,}7)$ en las funciones de beneficios escritas arriba, obtenemos los siguientes resultados.

$$\Pi_{3pr} = -0{,}697$$

$$\Pi_{3pconHx} = 0{,}451416$$

$$\Pi_{3pconHx,y_3<0{,}25} = 0{,}459$$

$$\Pi_{3pconLx} = 0{,}408182$$

$$\Pi_{int.H} = 0{,}4935$$

$$\Pi_{int.L} = 0{,}387506$$

$$\Pi_{y=1} = 0{,}36$$

$$\Pi_{y=\lambda conHx} = 0{,}4389$$

$$\Pi_{p_1=0} = 0{,}38101$$

$$\Pi_{lideres} = 0{,}25$$

9.6.3. H=0.6, L=0.5

Susituyendo los valores $(H, L) = (0{,}6, 0{,}5)$ en las funciones de beneficios escritas arriba, obtenemos los siguientes resultados.

$$\Pi_{3pr} = -1{,}1739$$

$$\Pi_{3pconHx} = 0{,}327041$$

$$\Pi_{3pconHx,y_3<0{,}25} = 0{,}33350625$$

$$\Pi_{3pconLx} = 0{,}4025$$

$$\Pi_{int.H} = 0{,}3481$$

$$\Pi_{int.L} = 0{,}316406$$

$$\Pi_{y=1} = 0{,}25$$

$$\Pi_{y=\lambda conHx} = 0{,}3451$$

$$\Pi_{p_1=0} = 0{,}27215$$

$$\Pi_{lideres} = 0{,}25$$

9.6.4. H=1.5, L=1

Susituyendo los valores $(H, L) = (1{,}5, 1)$ en las funciones de beneficios escritas arriba, obtenemos los siguientes resultados.

$$\Pi_{3pr} = 0{,}1289$$

$$\Pi_{3pconHx} = 0{,}73825$$

$$\Pi_{3pconHx,y_3<0{,}25} = 1$$

$$\Pi_{3pconLx} = 0{,}5625$$

$$\Pi_{int.H} = 1{,}12891$$

$$\Pi_{int.L} = 0{,}5625$$

$$\Pi_{y=1} = 0{,}5625$$

$$\Pi_{y=\lambda conHx} = 0{,}6601$$

$$\Pi_{p_1=0} = 0{,}5443$$

$$\Pi_{lideres} = 0{,}25$$