CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DOCENCIA ECONÓMICAS, A.C.

DISTRIBUCIÓN DE TALENTO EN EQUIPOS DEPORTIVOS ASIMÉTRICOS

TESINA

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

LICENCIADO EN ECONOMÍA

PRESENTA

CARLOS ALBERTO GUTIÉRREZ RIVEROLL

DIRECTORA DE LA TESINA: DRA. LUCIANA CECILIA MOSCOSO BOEDO

CIUDAD DE MÉXICO 2021

Para mis padres Carlos y Patty, por siempre impulsarme a cumplir mis sueños.
Para mi novia Vanessita, que siempre me dió la fuerza para seguir adelante y es un gran ejemplo para mí.
Para mis abuelos Carlos, Mary, David y Rossy, que siempre me han demostrado su amor.
Para mis amigos Adrià y Leo, que a pesar de conocerlos hace poco tiempo forman una parte muy importante de mi vida.
Para titularme por fin.

Agradecimientos

Con esta tesina concluyo una de las etapas más desafiantes, pero enriquecedoras en mi vida. Cuando entré al CIDE tenía la meta de llegar a este momento, y estoy seguro que nunca lo hubiera logrado solo. Por este motivo, expreso todo mi agradecimiento a las siguientes personas:

Gracias, mamá, por estar siempre presente y por todas esas pláticas llenas de debate y reflexión que solemos tener. Gracias por enseñarme que cuando tienes pasión en lo que haces, ningún obstáculo es demasiado grande.

Gracias, papá, por ser mi ejemplo a seguir. Gracias por siempre sentirte orgulloso de mí, por darme la confianza de seguir adelante y de luchar por mis sueños. Gracias por todos tus consejos y por demostrarme que para tener éxito es necesario trabajar muy duro.

Gracias, Vanessita, por estar ahí para mí en todos los momentos de duda, de estrés, pero también de logro. Eres un pilar en mi vida y no imagino haber llegado hasta aquí sin tu apoyo.

Gracias, abuelo David, por todo tu apoyo desde el día uno. Gracias por ser una fuente de inspiración muy importante para mí. Gracias por estar presente en mi vida. Gracias por interesarte en mis estudios.

Gracias a mis abuelas Mary y Rossy, y a mi abuelo Carlos por brindarme tanto apoyo y tanto cariño en todas las etapas de mi vida.

Gracias a mis tíos David, Rossy y Freddy por siempre creer en mí.

Gracias a mi suegra, Rosa María por ser un ejemplo de fortaleza.

Gracias a todos los amigos que hice durante este camino, y que sin duda hice de esta experiencia algo inolvidable.

También agradezco a todos los profesores que tuve a lo largo de mi estancia en el CIDE, pues no solo contribuyeron a que tenga una excelente formación académica, sino que me contagiaron su vocación por la Economía.

En especial, gracias a la Dra. Luciana Moscoso por ser mi asesora de tesina; pero, sobre todo, contagiarme con su pasión por la Organización Industrial y por darme la oportunidad de ser su laboratorista.

También agradezco al Dr. Gustavo del Ángel por brindarme las clases más amenas que tuve en la carrera y por darme la oportunidad de ser su laboratorista.

Finalmente, agradezco mucho a mis lectores Dr. Antonio Jiménez y Dr. Antonio Alonso por tener la disposición de apoyarme en todo momento.

Resumen

Este trabajo de investigación realiza un análisis sobre la dinámica en el mercado de talento de clubes deportivos. Así, desarrolla un modelo en el que dos equipos interactúan en una misma liga deportiva y compiten entre sí por obtener la mayor proporción de talento posible. Además, analiza cómo es que varía la distribución de talento cuando son incorporadas asimetrías. Particularmente, los clubes pueden ser asimétricos en dos aspectos: en tamaño y en ponderación de victorias. Por un lado, en el caso en el que los equipos son simétricos respecto a tamaño y a ponderación de victorias, la distribución de talento será equitativa entre ambos clubes. Por otro lado, cuando las asimetrías son incorporadas, la asignación de talento cambia según la ponderación que otorguen los clubes a los distintos pesos que influyen en su función objetivo.

Palabras clave: asimetría, distribución de talento, función objetivo, salario de reserva.
Clasificación JEL: D4

Índice general

Índice de figuras

Índice de cuadros

Capítulo 1

Introducción

El análisis de la estructura de las ligas deportivas ha sido de particular interés para la economía sobre todo en los últimos cincuenta años. De manera concreta, la naturaleza del comportamiento y las motivaciones de los equipos que pertenecen a una liga profesional ha sido debatida en torno a distintos enfoques. Por un lado, ha sido analizado el mercado de deportistas. Esto es, en otras palabras, cómo es que la estructura del mercado laboral en las ligas deportivas afecta al salario de los deportistas. Por otro lado, también ha sido analizada la distribución de talento.

Particularmente, en los últimos años han existido tanto estudios teóricos como aplicaciones empíricas que estudian cómo se determina la distribución de talento entre los clubes que participan en una liga. El motivo por el cual esto ha sido analizado radica en que diversas ligas deportivas tienen una estructura en la que funcionan como carteles, y generan ingresos de manera conjunta. Ya sea por la venta común de derechos de televisión, porque comparten ingresos con la venta de entradas en los estadios o por otros mecanismos, ligas como la NFL, The Premier League o LaLiga Española tienen una estructura que podría ser considerada anticompetitiva en otros sectores de negocio.

Sin embargo, la razón por la cual las autoridades permiten estas estructuras en estos mercados es porque los clubes que pertenecen a las ligas argumentan que estos instrumentos mejoran la distribución de talento; y, por lo tanto, crean ligas más competitivas que son disfrutadas por el espectador.[1] Ahora bien, es posible que la distribución de talento esté determinada no sólo por la estructura de las competencias, sino por las motivaciones de los propios clubes que participan en ella. Recientemente, diversos artículos han investigado esta situación al plantear que los equipos de fútbol no se comportan como una firma en cualquier otro sector; es decir, no maximizan únicamente sus beneficios.

Es bajo esta línea de estudio que esta investigación pretende aportar a la literatura económica. Por lo tanto, en este estudio es desarrollado un modelo que estudia cómo afecta tanto al salario de equilibrio como a la distribución de talento modificaciones a la función objetivo de los clubes deportivos. En efecto, el modelo incorpora que los clubes eligen la cantidad de talento que desean adquirir en el mercado laboral con base en maximizar sus beneficios, pero también desean maximizar una función de utilidad que depende de la cantidad de talento que posean; y, por último, los clubes también buscan maximizar la probabilidad de ser campeones en su respectiva liga.

Así, la función objetivo de los clubes en esta investigación estará dada por la suma ponderada de estos tres elementos. Por lo tanto, la pregunta de investigación es ¿qué componentes determinan la distribución de talento en las ligas deportivas? La hipótesis es que la distribución de talento depende de las asimetrías naturales entre los clubes, pero también de las asimetrías en la función objetivo. Así, serán incorporadas distintas asimetrías, como son el tamaño de los clubes y la importancia relativa que le asignan los clubes a maximizar la probabilidad de ganar. Ahora bien, antes de analizar el modelo propuesto para esta investigación, resulta menester hacer un análisis previo de la literatura teórica y empírica respecto al tema.

[1] El artículo de Eckard (2017) explica que los aficionados valoran los torneos deportivos con clubes equilibrados. Por lo tanto, los clubes deportivos tienen incentivos a realizar políticas de manera conjunta de tal forma que aumente el nivel absoluto de talento, y que garanticen que sea distribuido equitativamente.

Capítulo 2

Revisión de literatura

La literatura en torno a los clubes deportivos ha analizado los determinantes de la adquisición de talento, pero también la estructura de las ligas deportivas. En este sentido, Rottenberg (1956) y El-Hodiri y Quirk (1971) son pioneros en establecer marcos de referencias para estos mercados. Por un lado, la investigación de Rottenberg (1956) comienza el estudio de las dinámicas del mercado laboral en una liga deportiva. En esta investigación, el autor realiza un análisis sobre las particularidades de la industria del béisbol en los Estados Unidos.

En concreto, realiza un análisis en el cuál discute sobre los efectos que generan en la distribución de talento entre los equipos de la liga de béisbol la existencia de una cláusula de reserva. Esta cláusula consistía en que los deportistas no tenían la posibilidad de cambiar libremente de equipo, aún cuando el contrato que tenían con el club al que pertenecían ya había expirado. Por el contrario, todo jugador, con o sin contrato vigente, únicamente podía cambiar de equipo previo pago del club al que quisiera incorporarse al equipo al que pertenecía anteriormente. El argumento detrás de esta cláusula de reserva, es que de esta manera era posible tener una distribución más equitativa de talento por dos razones.

Primero, porque generaba fricciones al traslado de los deportistas. Segundo, porque los clubes con mayor poder económico, cuando estaban interesados en adquirir un nuevo jugador de un club menor, debían pagar una cuota de transferencia. En consecuencia, los clubes menores tendrían la posibilidad de invertir ese dinero en aumentar el talento del club. Así, Rottenberg demuestra que habían otros determinantes que influían en la distribución de talento más allá de la existencia de una cláusula de reserva, y argumenta a favor de restringir el número de beisbolistas que cada club podía contratar como medida de garantizar una competencia más equitativa. Además, propone eliminar las restricciones que impiden que los futbolistas sean capaces de decidir dónde jugar y asevera que la distribución de talento será más equitativa sí los clubes pueden ofertar libremente por beisbolistas sin contrato.

Por otro lado, El-Hodiri y Quirk (1971) incorporan un modelo teórico que toma en cuenta las particularidades de los equipos deportivos. En este modelo, la función objetivo de los clubes persigue únicamente los beneficios monetarios. Aquí, los clubes pretenden maximizar el valor presente de los flujos de efectivo descontados del club. Este trabajo propone una función objetivo para un club deportivo.

Con relación a la función objetivo de los clubes deportivos, Sloane (1971) discute sobre la naturaleza de los equipos deportivos; específicamente, los clubes de fútbol. Esta investigación es una de las pioneras en establecer una teoría que considere las dinámicas en el deporte para establecer las motivaciones detrás de los clubes deportivos. Entonces, pone en tela de juicio la noción de que los clubes de fútbol únicamente maximizan sus beneficios monetarios, y abre la posibilidad de que los clubes tengan funciones objetivo. En concreto, analiza la posibilidad de que los clubes maximicen sus beneficios, sus valores, sus ventas, o alguna función de utilidad. Respecto a esta última, Sloane asevera que los clubes pueden no maximizar sus beneficios, sino que debido a la naturaleza de los deportes, los equipos de fútbol son diferentes a empresas que operan en otras industrias. Entonces, la maximización de beneficios no podría explicar realmente el comportamiento de los equipos de fútbol.

Es en línea con el debate sobre cuál es la función objetivo que Garcia-Del-Barrio y Szymanski (2009) realizan un análisis empírico para contrastar qué comportamiento siguen los clubes de fútbol en Inglaterra y en España. Lo que muestran estos autores es que, aparentemente, los equipos de fútbol toman decisiones con base en maximizar su probabilidad de ganar, más que con base en maximizar sus beneficios. Lo interesante de este artículo es que contrasta los datos con distintas teorías sobre cuál es la función objetivo de los clubes. Al final, los autores argumentan que no es posible negar que los clubes pretendan maximizar sus beneficios, pero que es evidente que la motivación detrás de las decisiones de los clubes van más allá de meramente tomar en cuenta aspectos monetarios. En el modelo propuesto en las siguientes secciones, es conciliado el hecho de que los clubes maximicen sus beneficios, pero también es añadida a la función objetivo la probabilidad de ganar el torneo. Fort y Quirk (2004), también estudian empíricamente el comportamiento de los clubes; y, de igual forma, admiten la posibilidad de que los clubes tomen en cuenta más de un componente al tomar una decisión en el mercado laboral.

En realidad, en la investigación propuesta en el presente escrito, existen dos artículos que tienen un papel clave en el desarrollo del modelo presentado en las posteriores secciones. La aportación de Dietl, Grossmann, y Lang (2011) es relevante para esta investigación debido a que estudia cómo se ve afectada la distribución de talento cuando los clubes se interesan en maximizar la probabilidad de ser campeones de la liga en la que participan. Particularmente, estos autores proponen una función objetivo en la que los clubes maximizan una suma ponderada entre sus beneficios y la probabilidad de ganar.

Sin embargo, a pesar de la importante contribución en el análisis de la determinación de la función objetivo de los clubes, el supuesto de que los clubes puedan adquirir libremente el talento que deseen, disminuye la robustez de los resultados presentados por sus autores. En este sentido, es conveniente mencionar otro estudio que relaja este supuesto. Para este efecto, Burguet y Sákovics (2019) incorporan una metodología que permite hacer un análisis incluso más profundo.

Cabe destacar que la investigación de Burguet y Sákovics (2019) es la referencia principal de esta tesina en cuanto a metodología y análisis de resultados. Estos autores también proponen una función objetivo que está constituida por una suma ponderada; pero, en este caso, los componentes son los beneficios y una función de utilidad que caracteriza la satisfacción que genera la adquisición de talento por sí misma. Dicho con otras palabras, Burguet y Sákovics proponen que la motivación de los clubes deportivos depende tanto de sus beneficios monetarios como de sus beneficios no pecuniarios; y, además, incorporan un mercado laboral.

En contraste con la investigación de Dietl, Grossmann, y Lang (2011), en el modelo de Burguet y Sákovics (2019), los clubes no tienen la libertad de elegir cuánto talento adquirir, sino que más bien, la distribución de talento es resultado de la interacción en el mercado laboral. Al final, serán los deportistas quienes podrán decidir para qué club desean trabajar. Esto, sigue la línea de las propuestas realizadas por Rottenberg (1956).

Finalmente, Burguet y Sákovics demuestran que en ausencia de asimetrías, la distribución de talento será equitativa para los dos clubes que participan en este modelo. Así, la investigación de esta tesina propone una extensión al modelo propuesto por Burguet y Sákovics (2019) que añade la decisión de maximizar la probabilidad de ganar de Dietl, Grossmann, y Lang (2011) en la función objetivo. Entonces, es importante aclarar que la metodología seguida y la interpretación de resultados de esta tesina está basada en la investigación de Burguet y Sákovics (2019).

Capítulo 3

Modelos sobre distribución de talento en equipos deportivos

3.1. Notación

Ahora bien, antes de presentar el modelo resulta pertinente describir la notación que seguirá este proyecto de investigación, así como la intuición detrás de cada uno de los parámetros que serán analizados en las siguientes secciones. Así, es importante destacar que la variable de decisión de los clubes que participan en este modelo es la cantidad de talento que adquieren en el mercado laboral. Esto está representado por la variable t_i. Entonces, t_i indica qué tanto talento posee el club i.

Además, hay que destacar que este modelo analiza dos distintos tipos de asimetrías. Así, habrán dos parámetros: m_i y γ_i, que capturan el tamaño de los clubes y la ponderación de ganar, respectivamente. Por un lado, el parámetro m_i indica la facilidad que tiene un club para generar ingresos. Particularmente, mientras mayor sea dicho parámetro, el club tendrá una mayor facilidad para generarlos. Dicho con otras palabras, mientras mayor sea m_i, es posible afirmar que el club i tendrá una mayor capacidad para generar ingresos. Esto se debe a que clubes con valores más altos de m_i tienen un mayor poder de atracción de aficionados. En concreto, piense que un club con valores altos de este parámetro es un club de élite que siempre llenará su estadio, ya sea por el estatus o por el posicionamiento de marca que ha logrado a través de los años. A partir de este momento, esta investigación referirá a clubes con altos valores de m_i como *Clubes Grandes* mientras que los clubes con valores bajos de m_i serán llamados *Clubes Pequeños*.

Por otro lado, el parámetro γ_i hace referencia a la inclinación de los clubes por maximizar la probabilidad de ganar en el torneo en el que participan. Incorporar esta asimetría permite capturar el hecho que; a pesar de que a todos los clubes les interesa maximizar la probabilidad de ganar, habrá clubes a los que les interese más que a otros. Note que mientras el valor de γ_i aumenta, la preferencia de los clubes de maximizar su probabilidad de ganar relativa a maximizar sus preferencias aumenta; y, por lo tanto, adquirirá un mayor peso en la decisión de adquirir talento por parte del club i.

3.2. Modelos teóricos previos

Como fue mencionado anteriormente, el modelo propuesto en esta investigación es una extensión de la investigación teórica desarrollada por Burguet y Sákovics (2019). Según estos autores, cuando los clubes deportivos deciden adquirir talento en el mercado laboral, lo hacen con la intención de no sólo maximizar sus beneficios monetarios, sino que también toman en cuenta la utilidad *per se* que les genera adquirir talento. Así, la función objetivo del club es igual a la suma de los beneficios pecuniarios y no pecuniarios. Matemáticamente, la función objetivo de Burguet y Sákovics es:

$$\max_{t \geq 0} U(t) + V[B + R(t) - C(t)] \tag{3.1}$$

Note que la ecuación 3.1 tiene cuatro componentes: $U(t)$, B, $R(t)$ y $C(t)$. En primer lugar, $U(t)$ representa una función de utilidad que captura la satisfacción no pecuniaria de adquirir talento. La intuición detrás de este componente es que el talento es un bien que, al adquirirlo, genera satisfacción por sí misma. Dicho con otras palabras, $U(t)$ indica el agrado no monetario que genera la adquisición de talento *per se*. En segundo lugar, B es una variable exógena que representa los ingresos que no dependen de la cantidad de talento que posee el club. Un ejemplo de este tipo de ingresos puede ser el conjunto de abonados leales del club, que han adquirido un compromiso de adquirir entradas a largo plazo con su equipo, independientemente de la cantidad de talento del club. En tercer lugar, $R(t)$ captura los ingresos del club, pero que están en función del talento t que adquieran en el mercado de talento. Finalmente, $C(t)$ es la función de costos totales del club, mismos que también dependen de las unidades de talento que posea el club. Así, la parte de la función objetivo $V[B + R(t) - C(t)]$ captura, en una función de utilidad indirecta V, el beneficio máximo obtenido por los clubes dada una asignación de talento t.

En ese sentido, Dietl, Grossmann, y Lang (2011) proponen una función objetivo en la que la variable de decisión también es el talento $t \geq\ 0$; pero los clubes únicamente maximizan sus beneficios y la probabilidad de vencer al otro equipo de la liga en la que participan. (En este modelo únicamente existen dos clubes). Dicho de otra forma, en este modelo, a los clubes no sólo les interesa comportarse como una empresa y maximizar sus beneficios, sino que también tienen interés en maximizar la probabilidad de ganar el torneo deportivo en el que participan. Así, ellos definen a la función objetivo como:

$$\max_{t\geq\ 0} \pi(t) + \gamma w(t) \tag{3.2}$$

En esta función objetivo existen tres componentes: $\pi(t)$, γ y $w(t)$. Por un lado, la función $\pi(t)$ representa los beneficios del club, mismos que dependen de la cantidad de talento. Dicho de otra manera, $\pi(t) = R(t) - C(t)$. Por otro lado, γ y $w(t)$ indican el peso que le asigna el club a ganar en la función objetivo y la probabilidad de ganar, respectivamente. En contraste con la ecuación 3.1, la función objetivo que proponen Dietl, Grossmann y Lang no captura los beneficios en una función de utilidad indirecta. Entonces, en la siguiente sección expone un modelo que incorpora tanto la función de beneficios y la función de utilidad propuestas por Burguet y Sákovics, como la ponderación de ganar en la función objetivo.

Capítulo 4

Modelo con asimetrías en victorias y tamaño de los clubes

4.1. Descripción

A continuación es presentado un modelo en el que los clubes no pueden adquirir el talento libremente, sino que deben acudir a un mercado de talento, en el que los deportistas podrán decidir en qué club desean jugar. En este sentido, este modelo no asume preferencias entre los deportistas por fichar por algún club en particular, y únicamente aceptarán fichar por el club que les ofrezca un salario mayor.

En el mercado de talento los oferentes son los clubes que compiten entre sí en un torneo deportivo, mientras que la demanda de talento son los deportistas que están dispuestos a trabajar para algún club siempre y cuando reciban un salario mayor que su salario de reserva r. Debido a que este modelo es una extensión de la investigación de Burguet y Sákovics (2019), tanto la oferta y la demanda, como la secuencia del modelo está basado en lo propuesto por estos dos autores:

1. **Demanda de talento:**

   a) Existen dos clubes $i = 1, 2$ que compiten entre sí.

b) Si el club i adquiere t_i unidades de talento, obtiene un ingreso $\hat{Z}^i(t_i, t_{3-i})$ $\forall i = 1, 2$.

2. **Oferta de talento:**

a) Existe un continuo observable de talento T dispuesto a trabajar por al menos r.

b) Cada unidad de talento trabajará para el club que le ofrezca un salario más alto y que esté por encima del salario de reserva.

c) En caso de que un jugador reciba una misma oferta por parte de ambos clubes, entonces decidirá aleatoriamente el club en el que jugará. La probabilidad de que juegue en el club i está dada por la cantidad de talento que tiene el club. Dicho de otra forma, el jugador toma la decisión de dónde trabajar de manera probabilística, basado en la distribución de talento. Así, jugará en el club i con probabilidad $\frac{t_i}{T}$ si recibe la misma oferta por parte de ambos clubes.

Note que, tanto Burguet y Sákovics (2019) como Dietl, Grossmann, y Lang (2011) reconocen el hecho de que los clubes deportivos no se comportan únicamente como una empresa, sino que también existen otros factores que influyen en su decisión óptima de talento. Así, el modelo propuesto en esta investigación considerará el enfoque de Burguet y Sákovics (2019) y de Dietl, Grossmann, y Lang (2011) , y plantea una nueva función objetivo que es la suma tanto de los beneficios pecuniarios y no pecuniarios como de la probabilidad de maximizar victorias.

$$\max_{t\geq\, 0} U(t) + V[B + R(t) - C(t)] + \gamma w(t) \tag{4.1}$$

Ahora bien, obteniendo las condiciones de primer orden de este problema del club y desarrollando:

$$\tfrac{\partial U(t)}{\partial t} + V'(B + R(t) - C(t))(\tfrac{\partial R(t)}{\partial t} - \tfrac{\partial C(t)}{\partial t}) + \gamma(\tfrac{\partial w(t)}{\partial t}) = 0$$

$$\frac{\partial U(t)}{\partial t} + \gamma(\frac{\partial w(t)}{\partial t}) = V'(B + R(t) - C(t))(\frac{\partial C(t)}{\partial t} - \frac{\partial R(t)}{\partial t}) \tag{4.2}$$

De igual forma, las condiciones de segundo orden:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U(t)}{\partial t^2} + \gamma(\frac{\partial^2 w(t)}{\partial t^2}) \geq V''(B + R(t) - C(t))(\frac{\partial R(t)}{\partial t} - \frac{\partial C(t)}{\partial t})^2 \\ + V'(B + R(t) - C(t))(C''(t) - \frac{\partial^2 R(t)}{\partial t^2}) \end{aligned} \tag{4.3}$$

Observando a 4.2, Burguet y Sákovics (2019) argumentan que V' es una constante que mide la utilidad marginal de una unidad extra de beneficios mientras que $C'(t) - R'(t)$ es el dinero que le cuesta al club adquirir una unidad adicional de talento. Ahora, reorganizando a 4.2 es posible llegar a la expresión:

$$\frac{\partial R(t)}{\partial t} + \frac{\frac{\partial U(t)}{\partial t}}{V'(B + R(t) - C(t)} + \frac{\frac{\partial w(t)}{\partial t}}{V'(B + R(t) - C(t)} = C'(t) \tag{4.4}$$

Observando 4.4, hay una situación muy similar a la ya conocida condición de que el ingreso marginal debe ser igual al costo marginal en la decisión óptima de una empresa. De hecho, cuando el club se comporta meramente como empresa, y no maximiza ni sus beneficios no pecuniarios ni la probabilidad de ganar, esta condición se cumple. Por lo tanto, siguiendo la línea de pensamiento de Burguet y Sákovics (2019), es posible pensar en el lado izquierdo de 4.4 como una función de *ingreso marginal modificada*. Entonces, tomando la primitiva de esta ecuación es posible definir la función de ingreso:

$$\hat{Z(t)} = R(t) + \frac{U(t)}{V'} + \gamma\frac{w(t)}{V'} \tag{4.5}$$

Los primeros dos términos del lado derecho de 4.5 son la función $Z(t)$ definida por Burguet y Sákovics. Sea $W(t) = \frac{w(t)}{V'}$, entonces es posible reescribir la ecuación anterior como:

$$\hat{Z(t)} = Z(t) + \gamma W(t) \tag{4.6}$$

Esta ecuación, definida en valores monetarios, será la función objetivo de esta investigación.

4.2. Secuencia del modelo y equilibrio

La secuencia de este modelo es igual que la secuencia propuesta por Burguet y Sákovics (2019). Esto es, existen cinco etapas: primero, cada club $i = 1, 2$ determina simultáneamente unos salarios $W_i(\tau)$, $\tau \in (0, T]$, en donde especifica una oferta individual a cada deportista que está en el mercado de talento. Note que cada futbolista podrá recibir una oferta distinta, ya que los salarios están dirigidos de forma individual para cada jugador que esté en el mercado de talento. Segundo, una vez recibidas las ofertas, los futbolistas determinan si trabajar o no trabajar. Los deportistas decidirán trabajar siempre y cuando hayan recibido al menos una oferta de salario igual o mayor que su salario de reserva, r. Tercero, los deportistas que hayan decidido trabajar ahora deberán decidir en qué club trabajarán. Cabe recordar que las preferencias de los futbolistas son meramente monetarias en este modelo; es decir, trabajarán en el club que les ofrezca un mayor salario. Sí reciben la misma oferta, entonces se unirán al club i con probabilidad $\frac{t_i}{T}$. Finalmente, los equipos, una vez han adquirido el talento, se enfrentan entre sí y juegan un campeonato que consiste en un partido. La probabilidad de que el equipo i resulte campeón está dada por $\frac{t_i}{t_i+t_j}$. Los pagos de cada club serán $\bar{Z}^i(t_i, t_{3-i}) - C^i$. Los costos son endógenos, pues dependen del comportamiento del club en el mercado de talento.

El equilibrio en este modelo ocurre cuando los clubes ya no tienen ningún incentivo a modificar su estrategia de salarios. Dicho de otra manera, el equilibrio es la distribución resultante de talento (t_i, t_j) cuando los clubes ofrecen un conjunto de salarios w^i a cada unidad de talento disponible. El análisis del equilibrio, entonces, puede realizarse utilizando estática comparativa. Para este efecto, es posible analizar sí, manteniendo la estrategia de salarios del club $j \neq i$ constante, el club i tiene o no tiene incentivos unilaterales a cambiar la oferta que le presenta a los deportistas en el mercado de talento. Entonces, note que, si el club i quiere adquirir talento, entonces tendrá que robárselo al equipo j, y para ello deberá superar la oferta de algún jugador que aceptó la oferta de j.

Debido a que la función de demanda del club i depende tanto del talento que posee el club como del talento relativo: $\hat{Z}^i(t_i, t_j) = Z^i(t_i, t_j) + \gamma_i w^i(t_i, t_j)$, el ingreso marginal de adquirir una unidad adicional de talento para el club i será:

$$\frac{\partial \hat{Z}^i(t_i, t_j)}{\partial t_i} = \frac{\partial Z^i(t_i, t_j)}{\partial t_i} + \frac{\partial t_j}{\partial t_i} \times \frac{\partial Z^i(t_i, t_j)}{\partial t_j} + \gamma_i[\frac{\partial w^i(t_i, t_j)}{\partial t_i} + (\frac{\partial t_j}{\partial t_i})(\frac{\partial w}{\partial t_j})]$$

Asimismo, como el club le está quitando una unidad de talento al club j cuando supera la oferta por algún jugador, entonces $\frac{\partial t_j}{\partial t_i} = -1$. Esto es que por cada unidad adicional de talento que adquiera el club i, le estará quitando las mismas unidades de talento al equipo j. Entonces, es posible reescribir la ecuación anterior como:

$$\frac{\partial \hat{Z}^i(t_i, t_j)}{\partial t_i} = \frac{\partial Z^i(t_i, t_j)}{\partial t_i} - \frac{\partial Z^i(t_i, t_j)}{\partial t_j} + \gamma_i[\frac{\partial w^i(t_i, t_j)}{\partial t_i} - (\frac{\partial w}{\partial t_j})] \tag{4.7}$$

Análogamente, esta función se puede escribir como:

$$\frac{\partial \hat{Z}^i(t_i, t_j)}{\partial t_i} = Z_1^i(t_i, t_j) + \gamma_i w_1^i(t_i, t_j) - Z_2^i(t_i, t_j) - \gamma_i w_2^i(t_i, t_j)$$

La ecuación 4.7 es la disposición marginal a pagar por talento adicional para el club i. Cuando $\frac{\partial Z^i(t_i,t_j)}{\partial t_i} - \frac{\partial Z^i(t_i,t_j)}{\partial t_j} + \gamma_i[\frac{\partial w^i(t_i,t_j)}{\partial t_i} - (\frac{\partial w}{\partial t_j})] \geq r$, pero también es mayor que el salario ofrecido por el club j, entonces es posible afirmar que el club i tiene incentivos a robarle talento al club j. ¿Hasta qué punto? El club i le robará talento al club j hasta el punto en el que la disposición marginal a pagar de ambos clubes se iguale.

Además, Burguet y Sákovics (2019) demuestran que, en cualquier equilibrio, todos los jugadores contratados van a recibir el mismo salario. Más aún, demuestran que, cuando el salario de equilibrio $w^* \geq r$, entonces existe un equilibrio único con un salario de w^* y una asignación óptima de talento $t_1 = t^*$, $t_2 = T - t^*$. Asimismo, muestran que este salario es tal que las disposiciones marginales a pagar de ambos clubes se iguala. En equilibrio, las disposiciones marginales a pagar serán iguales para ambos clubes. No obstante, debido a que aquí se incorpora explícitamente en la función objetivo la probabilidad de que un equipo logre vencer al otro, la condición de equilibrio será la siguiente:

$$\begin{aligned} w^* &= Z_1^1(t_1^*, T - t_1^*) + \gamma_1 w_1^1(t_1^*, T - t_1^*) - Z_2^1(t_1^*, T - t_1^*) - \gamma_1 w_2^1(t_1^*, T - t_1^*) \\ &= Z_1^2(T - t_1^*, t_1^*) + \gamma_2 w_1^2(T - t_1^*, t_1^*) - Z_2^2(T - t_1^*, t_1^*) - \gamma_2 w_2^2(T - t_1^*, t_1^*) \end{aligned} \tag{4.8}$$

Así, ambos clubes ofrecerán un salario de equilibrio $w^* \geq r$ que será el resultado de que las disposiciones marginales a pagar se igualen entre sí. Una vez que se cumpla la condición de igualdad para las disposiciones marginales, será posible determinar un t_i^*. Una vez evaluando dicho t_i^* en la disposición marginal a pagar de cualquier club, el resultado será el salario en equilibrio cualquier disposición marginal a pagar y determinar el salario de equilibrio en el mercado w^*. Ahora bien, antes de analizar el equilibrio, resulta menester retomar los supuestos de la función de demanda de talento que permiten que este equilibrio exista.

4.3. Supuestos sobre la Disposición Marginal a Pagar y función objetivo

La disposición marginal a pagar puede interpretarse como la demanda del club para cualquier salario en equilibrio. Entonces, al igual que Burguet y Sákovics (2019) se proponen dos supuestos que nos van a permitir que el mercado de talento opere. En primer lugar, un supuesto que nos garantice que la demanda por talento tenga una pendiente negativa respecto al talento adquirido por el club. Esto quiere decir que la disposición marginal a pagar irá disminuyendo conforme el club adquiere más talento. En segundo lugar, un supuesto que garantice que el mercado opere. En otras palabras, es necesario un supuesto en el que los clubes tengan incentivos a pagar un salario por encima del salario de reserva de los futbolistas cuando no poseen ninguna cantidad de talento. De forma similar, cuando un club adquiera todo el talento T disponible en el mercado, su disposición a pagar será menor o igual que el salario de reserva r de los futbolistas. Esto es que los clubes no tengan incentivos a adquirir más talento una vez que han adquirido todo el talento disponible. Finalmente, un tercer supuesto, que garantice que todo el talento contratado por los clubes que operan en este mercado sea contratado. Así, las variables $t_i \forall i = 1, 2$ podrán interpretarse como la proporción, o porcentaje, de talento que posee cada club. De manera formal, se enlistan los supuestos de este modelo a continuación:

1. **Supuesto 1:** Cuando todo el talento es contratado, el incentivo de contratar a un jugador que pertenece al rival es decreciente en la cantidad t_i que posee el club. Matemáticamente, esto puede expresarse como que $Z_1^i(t_i, t_j) - Z_2^i(t_i, t_j) + \gamma_i[w_1^i(t_i, t_j) - w_2^i(t_i, t_j)]$ sea estrictamente decreciente en t_i $\forall t_i, i = 1, 2$ sí $t_i + t_j = T$.

2. **Supuesto 2:** Cuando el club no tiene talento, su ingreso marginal excede el salario de reserva. Además, cuando el club posee todo el talento T disponible, no se beneficiará de adquirir otro futbolista. Entonces, la condición que deberá cumplirse es: $Z_1^i(0, T) - Z_2^i(0, T) + \gamma_i[w_1^i(0, T) - w_2^i(0, T)] > r \geq Z_1^i(T, 0) - Z_2^i(T, 0) + \gamma_i w_1^i(T, 0) - \gamma_i w_2^i(T, 0)$.

3. **Supuesto 3:** Todo el talento es contratado por ambos equipos. Esto quiere decir que la suma del talento adquirido por cada club es igual a la cantidad total de talento T que existe en el mercado. Esto es que $\sum_{i=1}^{2} t_i = T$.

Ahora bien, esta investigación propone una forma explícita para la función $\hat{Z(t)} = Z(t) + \gamma W(t)$. Como fue mencionado anteriormente, la función $Z(t)$ es la función que proponen Burguet y Sákovics (2019), y está dada por $Z^i(t_i, t_j) = m_i \frac{t_i, t_j^\alpha}{t_i + t_j}$, $\alpha \in (0, .5)$. De igual forma, la función $W(t)$ es la probabilidad de que el club gane el campeonato que está disputando contra sus rivales. Así, resulta natural tomar la función que utilizan Dietl, Grossmann, y Lang (2011) para definir la probabilidad de que el club sea campeón: $w^i(t_i,t_j)=\frac{t_i}{t_i+t_j}$. En este sentido, la función propuesta en esta investigación incorpora la función objetivo de ambos estudios en una suma ponderada por la variable exógena γ_i. Así, la función objetivo en este modelo está dada por:

$$Z^i(\hat{t_i},t_j)=m_i\frac{t_it_j^{\alpha}}{t_i+t_j}+\gamma_i\frac{t_i}{t_i+t_j} \tag{4.9}$$

Donde $m_i\geq 0$, $\gamma_i\geq 0$ y $\alpha\in(0,.5)$ son parámetros que permiten analizar diferentes asimetrías entre los clubes. Recuerde que m_i y γ_i hacen referencia al tamaño de los clubes y a la ponderación de ganar, respectivamente.

Ahora, es importante verificar que la función objetivo cumpla con los supuestos 1 y 2 discutidos previamente en esta sección. Después, el supuesto tres jugará un rol importante en la discusión de resultados en la siguiente sección. Entonces, la metodología propuesta para verificar estos supuestos es la misma que la de Burguet y Sákovics (2019).

1. **Supuesto 1**: Siguiendo la metodología de Burguet y Sákovics (2019), el supuesto 1 se cumple sí $Z^i_{11}(\hat{t_i},t_j)-2Z^i_{12}(\hat{t_i},t_j)+Z^i_{22}(\hat{t_i},t_j)$ es menor que cero.[2] Entonces, sustituyendo y desarrollando las ecuación 4.6 con el ejemplo dado en 4.9 es posible llegar a la condición:

$$\frac{\alpha m_it_j^{\alpha-1}}{(t_i+t_j)^2}(-2(t_i+t_j))+\frac{t_i}{t_i+t_j}(\alpha(\alpha-1)m_it_j^{\alpha-2})$$

Simplificando términos en esta ecuación:

$$-2\frac{\alpha m_it_j^{\alpha-1}}{t_i+t_j}+\frac{t_i}{t_i+t_j}(\alpha(\alpha-1)m_it_j^{\alpha-2}) \tag{4.10}$$

Así, observe que el primer término de la ecuación 4.10 $-2\frac{\alpha m_it_j^{\alpha-1}}{t_i+t_j}$ es menor que cero, pues

[2] Una demostración sobre por qué esta condición garantiza que el talento sea decreciente en t_i puede encontrarse en el Anexo de esta investigación.

todos los términos son positivos pero entran con un signo negativo en -2. De igual forma, debido a que $\alpha \in (0, .5)$, el segundo término de esta ecuación $\frac{t_i}{t_i+t_j}(\alpha(\alpha-1)m_i t_j^{\alpha-2})$ también es menor que cero. Así, al tener la suma de dos términos menores que cero, la ecuación 4.10 será menor que cero. Por lo tanto, el primer supuesto se cumple.

2. **Supuesto 2**: Para que este supuesto se cumpla, entonces deberá cumplirse la condición $Z_1^i(0,T) - Z_2^i(0,T) + \gamma_i[w_1^i(0,T) - w_2^i(0,T)] \geq Z_1^i(T,0) - Z_2^i(T,0) + \gamma_i w_1^i(T,0) - \gamma_i w_2^i(T,0)$.

   Entonces, diferenciando a $w^i(t_i,t_j) = \frac{t_i}{t_i+t_j}$:

$$w_1^i(t_i,t_j) = \frac{t_j}{(t_i+t_j)^2} \tag{4.11}$$

$$w_2^i(t_i,t_j) = \frac{-t_i}{(t_i+t_j)^2} \tag{4.12}$$

   Utilizando las ecuaciones de arriba junto con lo explicado en 4.10 y 4.6 note que:

$$Z_1^i(0,T) - Z_2^i(0,T) + \gamma_i[w_1^i(0,T) - w_2^i(0,T)] = \frac{m_i T^\alpha + 2\gamma_i}{T} \tag{4.13}$$

   Debido a que todos los términos de la ecuación 4.13 son mayores que cero, cuando el club i no tiene ninguna cantidad de talento tendrá una disposición marginal a pagar mayor que cero. Ahora bien, observe que:

$$Z_1^i(T,0) - Z_2^i(T,0) + \gamma_i w_1^i(T,0) - \gamma_i w_2^i(T,0) = 0 \tag{4.14}$$

   Por lo tanto, la desigualdad se cumple. Sin embargo, para verificar el supuesto 2 aún hace falta hacer una conjetura adicional, esto es que $\frac{m_i T^\alpha + 2\gamma_i}{T} \geq r \geq 0$. Así, es posible garantizar que cuando el club i no posee ninguna cantidad de talento, estará dispuesto a pagar una cantidad al menos igual que el salario de reserva de los deportistas que pertenecen al mercado de talento. Dicho esto, la función objetivo propuesta en esta investigación también cumple con el supuesto 2.

Antes de continuar, es necesario hacer precisiones sobre la interpretación de la función objetivo. Recuerde que en este modelo la función a estudiar será: $Z^i(\hat{t_i}, t_j) = m_i \frac{t_i, t_j^\alpha}{t_i+t_j} + \gamma_i \frac{t_i}{t_i+t_j}$. Esta función no es más que la suma ponderada entre los beneficios pecuniarios y no pecuniarios y la probabilidad de ganar. Esto quiere decir que, al momento de decidir cuánto talento quieren adquirir los clubes (y por lo tanto, cuánto dinero están dispuestos a pagar por cada jugador), deciden qué tanto les importa maximizar su probabilidad de ganar respecto a sus preferencias como club (en este caso, respecto a la función $Z(t)$ de Burguet y Sákovics (2019).

Una ventaja que nos proporciona esta función objetivo es que permite analizar cómo se ve afectada la distribución de talento y los salarios de equilibrio para diferentes tipos de asimetrías. Por un lado, es posible comparar qué pasa con la distribución de talento cuando los clubes son iguales respecto a tamaño y sobre qué tanto les interesa ganar. Por otro lado, variar los parámetros m_i y γ_i posibilita incorporar el análisis de diferentes asimetrías. Por ejemplo, es posible comparar clubes grandes que les importa mucho ganar (para valores altos de γ_i) contra clubes pequeños que no incorporan la decisión de ganar en su función objetivo ($\gamma_i = 0$), entre otros casos. Así, en la siguiente sección serán analizadas estas asimetrías, y cómo afectan la distribución de talento y los salarios que percibirán los jugadores en equilibrio.

Capítulo 5

Resultados

Este capítulo está dividido en dos partes. Primero, habrá un análisis sobre cómo afecta la incorporación de la decisión de maximizar victorias a la distribución de talento y a los salarios de equilibrio para clubes completamente simétricos. Para este efecto, serán comparados los resultados de este modelo con los obtenidos por la investigación de Burguet y Sákovics (2019). Segundo, será presentado un análisis que incorpora diferentes tipos de asimetrías, los cuales permitirán entender cómo afecta la función objetivo en la distribución final de talento y los salarios de equilibrio. Dicho esto, a continuación se presentan los resultados para el caso simétrico. Por simplicidad, asuma que el salario de reserva $r = 0$. Además, normalice el total de talento de mercado a $T = 1$, para poder interpretar la cantidad de talento t_i como el porcentaje de talento que posee el club i.

5.1. Simetría entre clubes

En el modelo de dos clubes, cuando no existen asimetrías, la distribución de talento será equitativa para ambos equipos. Dicho con otras palabras, la asignación de talento será $t_1^* = \frac{1}{2}$ y $t_2^* = 1 - t_1^* = \frac{1}{2}$. La intuición detrás de esto es evidente. Debido a que, en equilibrio las disposiciones a pagar se igualan, y como los clubes son idénticos; entonces, la distribución de talento será equitativa.

Sin embargo, a pesar de que la distribución de talento no se ve afectada cuando los clubes añaden la probabilidad de ganar a su función objetivo, los salarios de equilibrio sí que se ven afectados. Recuerde que el salario de equilibro es la imagen de la disposición marginal a pagar evaluada en la distribución resultante de talento. Entonces, sin pérdida de generalidad, utilizando la función de demanda del club i: $Z^i(\hat{t_i}, t_j) = m_i \frac{t_i, t_j^\alpha}{t_i + t_j} + \gamma_i \frac{t_i}{t_i + t_j}$ y recordando que $t_i + t_j = 1$, la disposición marginal a pagar de este club será:

$$m_i(1 - t_i)^\alpha + \gamma_i - t_i(m_i\alpha(1 - t_i)^{\alpha - 1}) \tag{5.1}$$

Como no existen asimetrías, $\gamma_i = \gamma_j = \gamma$, $m_i = m_j = m$; y, en consecuencia $t_i^* = t_j^* = t^*$, la ecuación 5.1 se reduce a:

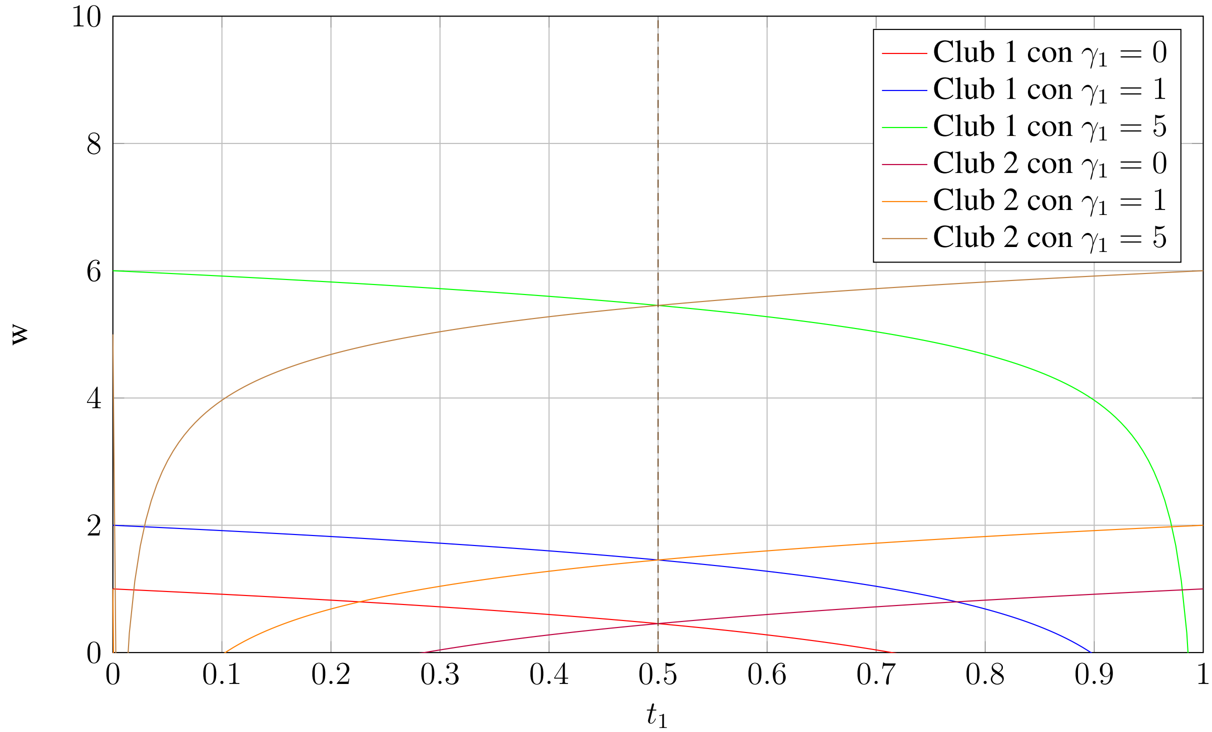
$$m(1 - t)^{\alpha - 1}[1 - t - \alpha t] + \gamma \tag{5.2}$$

Observe que cuando los clubes simétricos no ponderan la probabilidad de ganar (y $\gamma = 0$)), para valores de $m = 1$, evaluando $t^* = \frac{1}{2}$, el salario de equilibrio será: $w^* = (\frac{1}{2})^\alpha(1 - \alpha)$. Este resultado, ya conocido, es el que obtienen Burguet y Sákovics (2019) en su investigación sobre salarios de equilibrio en el mercado laboral. Sin embargo, cuando los clubes añaden la probabilidad de ganar; y, por lo tanto γ >0 el salario de equilibrio aumenta. Esto es:

$$w^* = (\frac{1}{2})^\alpha(1 - \alpha) + \gamma \tag{5.3}$$

¿A qué se debe este aumento en los salarios cuando los clubes añaden la decisión de ganar en su función objetivo? Una interpretación es que, cuando los clubes agregan en su función la decisión de maximizar victorias, la competencia se vuelve mucho más feroz. Ahora, los clubes necesitan talento no sólo para maximizar sus beneficios monetarios y no pecuniarios, sino que también desean maximizar sus probabilidades de ganar, por lo que están más dispuestos a pagar una suma mayor por unidad de talento. Entonces, el salario de equilibrio será mayor cuando los clubes son simétricos y ponderan también la probabilidad de ganar en su función objetivo.

Figura 5.1: Efecto de ponderar victorias clubes simétricos $m_i = 1$, $\alpha = 0.4$.



Fuente: Elaboración propia.

A pesar de que, al incorporar las victorias en su función objetivo, los clubes tendrán una mayor disposición a pagar por el talento, el hecho de que se mantenga la simetría entre los clubes provoca que los incentivos aumenten en la misma proporción; y, por lo tanto, la distribución de talento no se verá afectada, aún y cuando los salarios han aumentado.

En este sentido, observe la Figura 5.1. Aquí, es posible observar cómo es que, entre mayor sea el valor de γ y otorguen un mayor peso a maximizar la probabilidad de ganar en la suma ponderada de su función objetivo, aumenta el salario pero la distribución de talento se mantiene intacta. Por ejemplo, tomando valores de $\alpha = 0.4$, el salario de equilibrio es $w^* = 1.4547$ cuando $\gamma = 1$, y el salario va aumentando en proporción a cómo aumenta el valor de este parámetro. Así, cuando $\gamma = 5$, el salario de equilibrio es $w^* = 5.4547$.

Si bien el análisis cuando los clubes son simétricos resulta interesante, la función objetivo da cabida a incorporar dos distintos tipos de asimetrías. Por un lado, el tamaño del club m; y, por otro lado, la ponderación de las victorias γ hacen posible analizar qué pasa con los salarios de equilibrio y la distribución de talento cuando la simetría se rompe. Esto es, analizar cómo afecta la distribución de talento la existencia de clubes de diferente tamaño y con distinta predisposición a maximizar las victorias. Es por este motivo, que la siguiente parte del escrito estudia cómo es la dinámica en el mercado de talento cuando los clubes son distintos entre sí.

5.2. Incorporación de asimetrías

Cuando los clubes son asimétricos entre sí, la distribución de talento surge de igualar las disposiciones a pagar de ambos clubes:

$$m_1(1-t_1)^{\alpha-1}[1-t_1(1+\alpha)]+\gamma_1 = m_2 t_1^{\alpha-1}[1-(1-t_1)(1+\alpha)]+\gamma_2 \tag{5.4}$$

Entonces, evaluando para distintos valores de $m_i \neq m_j$ y $\gamma_i \neq \gamma_j$, la distribución de talento y los salarios de equilibrio pueden observarse en el siguiente Cuadro:

Cuadro 5.1: Resultados con asimetrías en victorias y tamaño del club

Resultados con asimetrías en victorias y tamaño del club						
m_1	m_2	γ_1	γ_2	t_1	t_2	w^*
1	1	0	0	.5	.5	.4547
1	1	0	1	.226	.774	.797
1	2	0	1	.25	.75	.773
2	1	0	1	.38	.62	1.247
1	10	0	1	.28	.72	.74
10	1	0	1	.65	.35	1.689
1	10	0	0	.311	.689	.706
1	10	1	1	.311	.689	1.706
1	10	1	2	.277	.723	1.744
1	10	2	1	.349	.651	2.661
Estos resultados son para $\alpha = 0.04$						

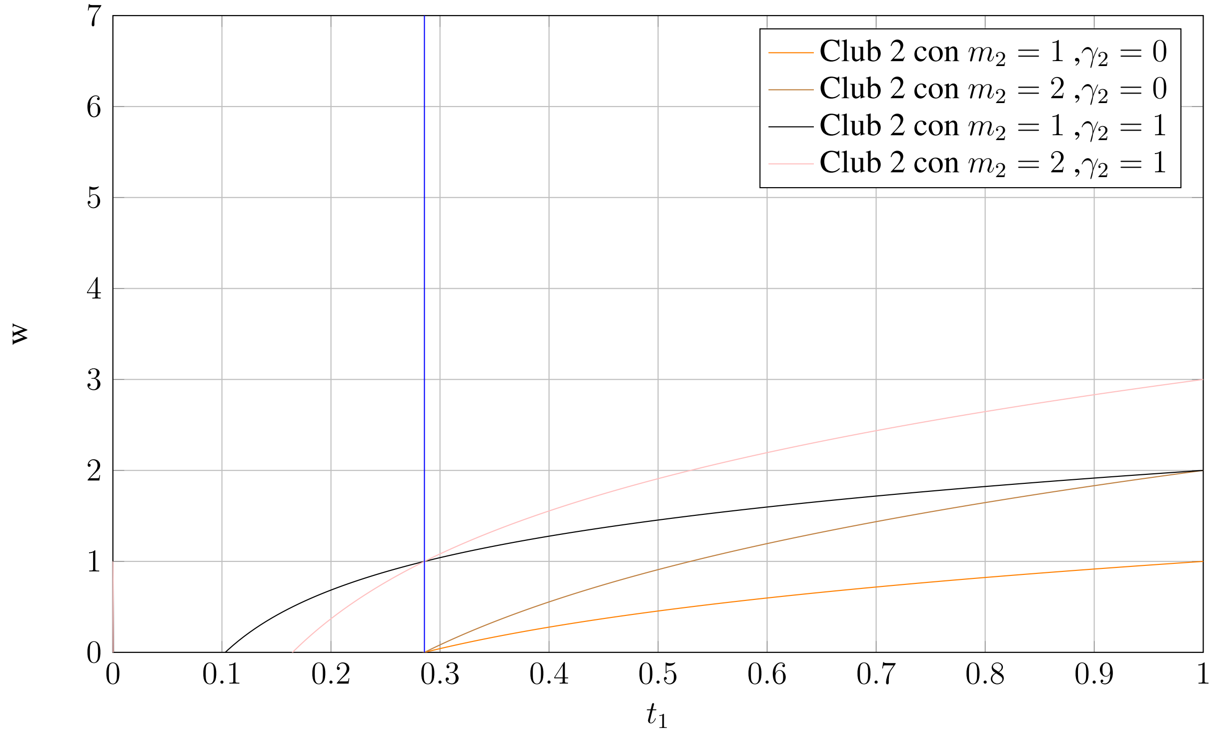
Fuente: Elaboración propia.

El Cuadro 5.1 permite comparar, para un mismo valor de α, cómo cambia la distribución de talento y los salarios de equilibrio para distintos valores de los parámetros. Observe, en la primera fila, están los resultados del modelo de Burguet y Sákovics (2019) cuando los clubes son simétricos y no ponderan victorias. En este caso, y tal como se mencionó en la sección anterior, la distribución es equitativa para ambos clubes, de forma que $t_1 = t_2 = .5$. Ahora bien, en la segunda fila del Cuadro 5.1, es posible apreciar cómo es que se ve afectada la distribución de talento cuando los clubes son simétricos en tamaño, pero ahora el club 2 (sin pérdida de generalidad) adopta la decisión de ganar dentro de su función objetivo.

Observe que, cuando son introducidas asimetrías, la distribución de talento deja de ser equitativa. Particularmente, el club que ahora está también orientando sus esfuerzos en maximizar la probabilidad de ganar tendrá una mayor proporción de talento ($t_1 = .226$ y $t_2 = .774$). La intuición detrás de esto es que ahora sólo un club tiene mayores incentivos por contratar talento. El club 2, ahora tiene un nuevo componente en su función objetivo que es una función del talento que posee, y su disposición marginal a pagar también aumentó. Entonces, resulta natural que logre llevarse una mayor parte del talento disponible en el mercado. El club 1, por su parte, mantiene sus incentivos intactos, pero ahora se enfrenta a un club que está dispuesto a pagar más por talento. En ese sentido, el salario en equilibrio termina siendo mayor, pues el club 1 debe renunciar a ciertas unidades de talento para poder hacer frente a los nuevos incentivos que tiene el club 2 para adquirir más talento.

Ahora, compare los resultados indicados en la segunda fila del Cuadro 5.1 con los de la cuarta fila. En la cuarta fila, es presentada una situación en la que los clubes son asimétricos en tamaño. De manera concreta, el club 1 es un club más grande que el club 2, pues m_1 >m_2. En esta situación, note que el efecto de que el club 2 pondere victorias domina al hecho de que el otro club sea más grande; y, por lo tanto, termina con una distribución mayor de talento. Sin embargo, lo hace en una menor proporción que cuando los clubes eran simétricos en cuanto a tamaño. Cuando $m_1 = 2$ y $m_1 = 1$, el club 1, a pesar de ser más pequeño, se lleva más talento pero a un mayor costo: el hecho de que el club 1 sea más grande implica que puede competir más fácilmente que el club 2 en el mercado de talento. Así, el salario de equilibrio termina siendo mayor que cuando los clubes son simétricos respecto a tamaño 1.247 contra $.797$.

Figura 5.2: Disposición marginal a pagar del club 2 para distintos valores de m_2 y γ_2



Fuente: Elaboración propia.

Esto haría pensar que tanto el tamaño como la ponderación relativa respecto a ganar están relacionadas positivamente con respecto a la distribución de talento final de los clubes. Sin embargo, esto no siempre es así. Al comparar las filas 2 y 3 del Cuadro 5.1, es posible observar que, cuando un club más grande (en este caso, el club 2), además incorpora en su función objetivo la probabilidad de ganar, termina con una distribución de talento menor que un equipo que no pondera las victorias $\gamma = 0$ y que es más pequeño respecto a tamaño (esto es, una m menor). Pero, ¿por qué ocurre esta situación? Esto se debe a la forma funcional de las disposiciones a pagar.

La Figura 5.2 representa gráficamente la disposición marginal a pagar del club 2 para distintos valores de m_2 y γ_2 con $\alpha = 0.4$. Recuerde que el salario de reserva $r = 0$ por simplicidad. Entonces, note que cuando los clubes no añaden las victorias a su función objetivo ($\gamma_2 = 0$) la función es creciente por encima del salario de reserva respecto a distintos valores de m_2. Dicho con otras palabras, cuando los clubes no ponderan ganar y el salario de reserva es cero, entonces la disposición marginal a pagar por un jugador adicional será mayor siempre para los equipos más grandes. Esto puede observarse al comparar la línea café con la línea naranja de la Figura 5.2. Note que la línea café siempre será mayor que la línea naranja en el cuadrante positivo del plano cartesiano. Sin embargo, cuando los clubes se interesan en las victorias, esto no necesariamente se cumple. Más aún, cuando $\gamma >r$, existe un intervalo en el que para menores valores de m_2 el club tendrá una mayor disposición marginal a pagar.

Es posible obtener analíticamente el punto en el que las disposiciones marginales a pagar de un club se cruzan. Para este efecto, observe el caso del equipo 2. La disposición marginal a pagar por el club 2 está dada por:

$$\gamma_2 + m_2(t_1)^{\alpha-1}[1-(1-t_1)(1+\alpha)] \tag{5.5}$$

Por lo tanto, para distintos valores de m_2, la disposición marginal a pagar de un club siempre se va a cruzar en:

$$\gamma_2 + m_2(t_1)^{\alpha-1}[1-(1-t_1)(1+\alpha)] = \gamma_2 + \bar{m_2}(t_1)^{\alpha-1}[1-(1-t_1)(1+\alpha)] \tag{5.6}$$

Donde $m_2 \neq \bar{m_2}$.

De esta manera, despejando t_1 de la ecuación 5.6:

$$(m_2 - \bar{m_2})(t_1)^{\alpha-1}[1-(1-t_1)(1+\alpha)] = 0$$

$$(t_1)^{\alpha-1}[1-(1-t_1)(1+\alpha)] = 0$$

$$(1-t_1)(1+\alpha)=1$$

$$t_1=\frac{\alpha}{1+\alpha} \tag{5.7}$$

Entonces, como las disposiciones a pagar para distintos valores de m_2 se cruzan en $t_1=\frac{\alpha}{1+\alpha}$, evaluando la disposición a pagar en este punto es posible obtener que:

$$w(\frac{\alpha}{1+\alpha})=\gamma_2+m_2(\frac{\alpha}{1+\alpha})^{\alpha-1}[1-(1-\frac{\alpha}{1+\alpha})(1+\alpha)]$$

$$w(\frac{\alpha}{1+\alpha})=\gamma_2+m_2(\frac{\alpha}{1+\alpha})^{\alpha-1}[1-(\frac{1}{1+\alpha})(1+\alpha)]$$

$$w(\frac{\alpha}{1+\alpha})=\gamma_2+m_2(\frac{\alpha}{1+\alpha})^{\alpha-1}[1-1]$$

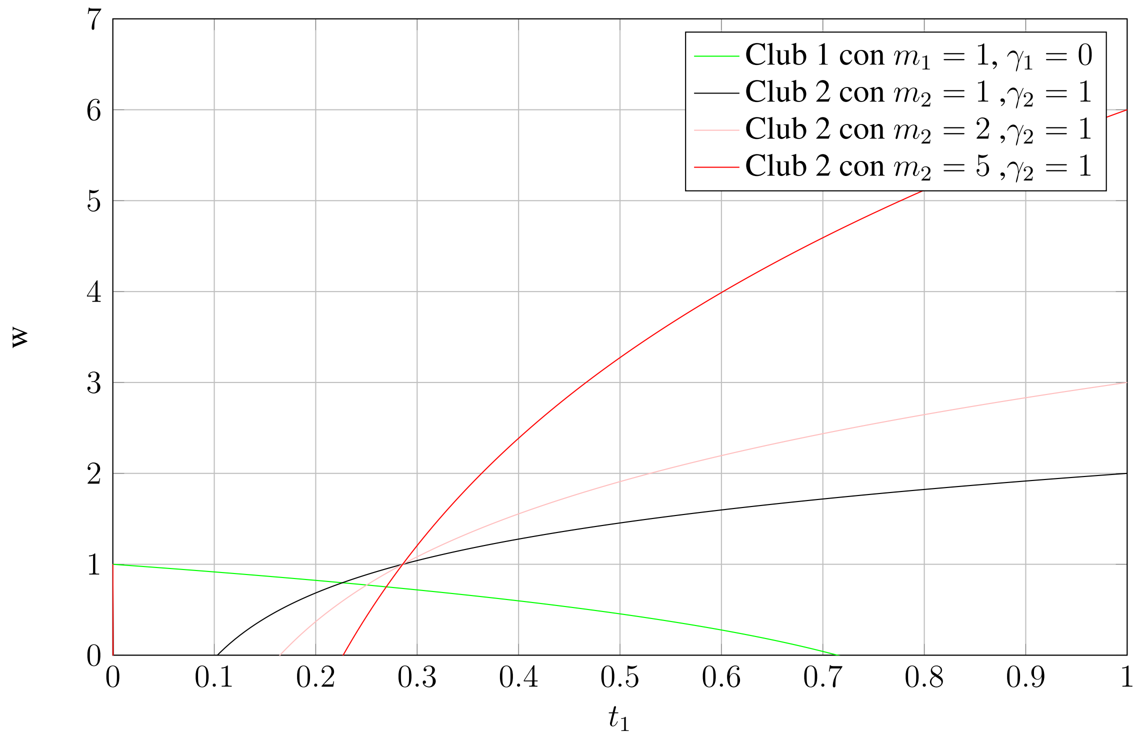
$$w(\frac{\alpha}{1+\alpha})=\gamma_2 \tag{5.8}$$

Así, lo que indican las ecuaciones 5.7 y 5.8 y que puede observarse en la 5.2, es que en el intervalo en el que $t_1 \geq \frac{\alpha}{1+\alpha}$ las disposiciones marginales a pagar serán *bien comportadas* respecto al tamaño del club 2. Esto quiere decir que, mientras más grande sea el club entonces estará dispuesto a pagar más por una unidad adicional de talento. Recuerde que $t_2=1-t_1$, por lo que es posible afirmar lo siguiente:

Las disposiciones marginales a pagar de un club i serán bien comportadas para un intervalo de talento en el intervalo $t_i \in (0, \frac{1}{1+\alpha}]$. Por el contrario, para valores entre $(\frac{1}{1+\alpha}, 1)$ los clubes más pequeños tendrán una disposición marginal a pagar mayor que los clubes grandes.

También, es importante resaltar la relación que existe entre el salario de reserva r, y el ponderador γ. Cuando el salario de reserva es igual que el ponderador, entonces en todos los puntos en los que va a contratarse talento (es decir $w \geq r$) las disposiciones a pagar serán mayores para los clubes que son más grandes. En caso de que $\gamma > r$, puede ocurrir que los clubes más grandes, y que ponderan más las victorias que sus rivales terminen con una asignación menor de talento.

Figura 5.3: Asimetrías en $m_i = 1$ y γ_i



Fuente: Elaboración propia.

En este sentido, la Figura 5.3 muestra que, cuando el salario de reserva $r = 0$, y el club 2 posee $\gamma_2 = 1$, entre mayor sea el tamaño del club 2, terminarán con una menor proporción del talento t_2. Es importante subrayar que en la gráfica, en el eje horizontal está para valores de t_1, por lo que, mientras más lejos del origen ocurra el cruce entre la disposición marginal a pagar del club 1 y la disposición marginal a pagar del club 2, este último terminará con una menor distribución de talento; pues $t_2 = 1 - t_1$.

Asimismo, observe que el Cuadro 5.2 varía según distintos valores de γ_i para clubes simétricos en distintos tamaños. Lo que indica este Cuadro es que, en una liga simétrica respecto al tamaño, mientras más grandes sean los clubes, la configuración de la función objetivo tendrá un impacto menor en la distribución de talento. Así, en las filas en las que $m_1 = m_2 = 50$ note

Cuadro 5.2: Asimetrías en m_i con $\gamma_i = 0$

Cuadro de resultados con asimetrías en victorias						
m_1	m_2	γ_1	γ_2	t_1	t_2	w^*
1	1	0	1	.226	.774	.797
1	1	0	0	.5	.5	.4547
1	1	1	1	.5	.5	1.4547
1	1	1	2	.226	.774	1.797
1	1	2	1	.774	.226	1.797
10	10	0	1	.468	.532	5.035
10	10	0	0	.5	.5	4.547
10	10	1	1	.5	.5	5.547
10	10	1	2	.468	.532	6.035
10	10	2	1	.532	.468	6.035
50	50	0	1	.494	.506	23.205
50	50	0	0	.5	.5	22.736
50	50	1	1	.5	.5	23.736
50	50	1	2	.494	.506	24.205
50	50	2	1	.506	.494	24.205
Estos resultados son para $\alpha = 0.04$.						

Fuente: Elaboración propia.

que la distribución de talento se mantiene prácticamente equitativa para ambos clubes, a pesar de que el ponderador varía según distintos casos.

Esto, claramente muestra que una liga conformada por clubes grandes tendrá un mejor balance competitivo; y, también, ofrecerá mejores salarios a los deportistas que lo conformen. Es por eso que es posible aseverar que una liga con equipos simétricos, pero con un alto valor de m tendrá una mejor distribución de talento independientemente de las motivaciones de los dueños de los clubes. Esto es, en una liga con clubes grandes, no es tan relevante sí un club pondera o no pondera victorias y en qué proporción.

Finalmente, en el Cuadro 5.3, cuando el salario de reserva es igual que la ponderación de victorias, existe una relación positiva entre el tamaño del club y la distribución de talento que va a tener en el equilibrio. Esto es congruente con lo mencionado con anterioridad. Además, observe que entre los clubes sean más grandes los salarios de equilibrio también crecen. La intuición es evidente: mientras más grandes sean los clubes, su disposición a pagar será mayor, lo que provoca que terminen con una mayor proporción de talento y mayores salarios.

Cuadro 5.3: Asimetrías en γ_i con clubes simétricos

Cuadro de resultados con asimetrías en victorias y tamaño del club						
m_1	m_2	γ_1	γ_2	t_1	t_2	w^*
1	1	0	0	.5	.5	.4547
1	2	0	0	.408	.592	.587
1	5	0	0	.336	.664	.677
1	1	0	0	.5	.5	.4547
2	1	0	0	.592	.408	.587
5	1	0	0	.664	.336	.677
Estos resultados son para $\alpha = 0.04$.						

Fuente: Elaboración propia.

Capítulo 6

Conclusiones

Esta investigación presentó una extensión a la investigación de Burguet y Sákovics (2018) sobre el mercado de talento en una liga deportiva. La extensión giró en torno a dos aspectos: por un lado, incorpora, de forma explícita en la función objetivo, la maximización de la probabilidad de ganar por parte de los clubes. Por otro lado, lado, ahondó en el análisis sobre el comportamiento de clubes asimétricos, ya sea en el tamaño del club o en la importancia relativa que le asignaban a ganar respecto a los otros componentes de su función objetivo.

Cuando los clubes son simétricos entre sí y deciden incorporar las victorias como factor de decisión, la distribución de talento no se ve afectada, pero los salarios que perciben los deportistas serán más altos entre más orientados estén los clubes a ganar. Esto es debido a que la competencia es más feroz entre los clubes, ya que tienen mayores incentivos para competir por el talento en el mercado laboral.

Los resultados del modelo teórico presentado en las secciones anteriores implican que la estructura asimétrica de la función objetivo de los clubes tiene un impacto en la distribución de talento y en los salarios que percibirán los deportistas. No obstante, entre más grandes sean los clubes, es menos relevante sí los clubes ponderan o no las victorias, y las ligas tendrán torneos más competitivos, pues la distribución de talento será más equitativa.

Además, la distribución de talento estará directamente relacionada con el salario de reserva

r y la ponderación de victorias de cada club. Sí al menos un club tiene una ponderación de victorias mayor que el salario de reserva, entonces es posible que termine con una distribución de talento menor, a pesar de ser más orientado a victorias y ser más grande en cuanto a tamaño. Esto es debido a que existe un intervalo en el que la función no es bien comportada respecto a m.

Si bien esta investigación ofrece resultados interesantes, existen limitaciones que deben ser tomadas en cuenta. Por un lado, sería interesante contrastar estos resultados de manera empírica en investigaciones posteriores, con una metodología similar a la de García-del-Barrio y Szymanski (2006) Por otro lado, la viabilidad económica de ligas con salarios tan altos. Es posible que exista el caso en el que los clubes de fútbol pertenecientes a una liga exhiban salarios que comprometan su solvencia económica. Esta investigación se abstrae de dicha posibilidad y únicamente explora cómo es que los salarios cambian según distintas ponderaciones en la función objetivo. El mercado de las ligas deportivas provee un análisis interesante sobre el comportamiento instituciones que no se comportan meramente como maximizadoras de beneficios.

Capítulo 7

Apéndice

7.1. Condiciones para que el supuesto 1 se cumpla

El supuesto 1 de la función objetivo se cumple cuando la disposición marginal a pagar de la función $\hat{Z}^i(t_i, t_j)$ es decreciente. Como la distribución de talento es tal que $t_i + t_j = T$, derivando la función objetivo la disposición marginal a pagar es:

$$\frac{\partial \hat{Z}^i(t_i, t_j)}{\partial t_i} = \hat{Z}_1^i(t_i, T - t_i) - \hat{Z}_2^i(t_i, T - t_i) \tag{7.1}$$

Entonces, para que esta ecuación sea decreciente debe tener una derivada respecto a t_i menor que cero. así, derivando a 7.1 respecto a t_i, observe que:

$$\begin{aligned}\frac{\frac{\partial \hat{Z}^i(t_i,t_j)}{\partial t_i}}{\partial t_i} =& \frac{\hat{Z}_1^i(t_i, T - t_i)}{\partial t_i} + \frac{\partial(T - t_i)}{\partial t_i} \times \frac{\hat{Z}_1^i(t_i, T - t_i)}{\partial(T - t_i)} \\ & - \frac{\hat{Z}_2^i(t_i, T - t_i)}{\partial t_i} - \frac{\partial(T - t_i)}{\partial t_i} \times \frac{\hat{Z}_2^i(t_i, T - t_i)}{\partial(T - t_i)}\end{aligned} \tag{7.2}$$

Ahora bien, recuerde que $\frac{\partial(T-t_i)}{t_i} = -1$ debido a que adquirir una unidad de talento implica restarle las mismas unidades al equipo rival. Entonces, la ecuación anterior puede reescribirse como:

$$\frac{\frac{\partial \hat{Z}^i(t_i,t_j)}{\partial t_i}}{\partial t_i} = \frac{\hat{Z}_1^i(t_i, T-t_i)}{\partial t_i} - \frac{\hat{Z}_1^i(t_i, T-t_i)}{\partial (T-t_i)} - \frac{\hat{Z}_2^i(t_i, T-t_i)}{\partial t_i} + \frac{\hat{Z}_2^i(t_i, T-t_i)}{\partial (T-t_i)} \tag{7.3}$$

Esto puede reescribirse como:

$$\frac{\frac{\partial \hat{Z}^i(t_i,t_j)}{\partial t_i}}{\partial t_i} = \hat{Z^i_{11}}(t_i, T-t_i) - \hat{Z^i_{12}}(t_i, T-t_i) - \hat{Z^i_{21}}(t_i, T-t_i) + \hat{Z^i_{22}}(t_i, T-t_i) \tag{7.4}$$

Que a su vez puede simplificarse como:

$$\frac{\frac{\partial \hat{Z}^i(t_i,t_j)}{\partial t_i}}{\partial t_i} = \hat{Z^i_{11}}(t_i, T-t_i) - 2\hat{Z^i_{12}}(t_i, T-t_i) + \hat{Z^i_{22}}(t_i, T-t_i) \tag{7.5}$$

Referencias

Burguet, R., y Sákovics, J. (2019). Bidding for talent in sport. *Economic Inquiry*, *57*(1), 85-102.

Dietl, H., Grossmann, M., y Lang, M. (2011). Competitive balance and revenue sharing in sports leagues with utility-maximizing teams. *Journal of Sports Economics*, *12*(3), 284-308.

Eckard, E. (2017). The uncertainty-of-outcome hypothesis and the industrial organization of sports leagues. *Journal of Sports Economics*, *18*(3), 298-317.

El-Hodiri, M., y Quirk, J. (1971). An economic model of a professional sports league. *Journal of Political Economy*, *79*(6), 1302-1319.

Fort, R., y Quirk, J. (2004). Owner objectives and competitive balance. journal of sports economics. *Journal of Sports Economics*, *5*(1), 20-32.

Garcia-Del-Barrio, P., y Szymanski, S. (2009). Goal! profit maximization and win maximization in football leagues. *Review of Industrial Organization*, *34*(1), 45-68.

Rottenberg, S. (1956). The baseball players'labor market. *Journal of Political Economy*, *64*(3), 242-258.

Sloane, P. J. (1971). The economics of professional football: The football club as a utility maximiser. *Scottish Journal of Political Economy*, *18*(2), 121-146.