CIDE

NÚMERO 109

Juan Manuel Torres Rojo

EL ÁREA DE OCUPACIÓN PROMEDIO: UNA MEDIDA DE COMPETENCIA INDEPENDIENTE DE LA DISTANCIA

Resumen

En este trabajo se presenta un nuevo índice de competencia independiente de la distancia denominado área de ocupación promedio. El índice se deriva de una extensión de la relación área-árbol al incluir variables que describen a mayor detalle las características de la distribución de tamaños de arbolado en el rodal. El trabajo presenta una descripción del índice y una extensión del mismo para incluir varias especies en la evaluación. Se presenta un ejemplo de evaluación con datos obtenidos de un bosque natural. Los resultados muestran que la medida de densidad puede ser aplicada a varias especies, puede usarse como índice de competencia de árboles individuales y es especialmente útil para evaluar cobertura arbolada.

Palabras clave: Indice de competencia, relación área-árbol, índice de densidad, cobertura.

Introducción

Algunos de los modelos usados para predecir el crecimiento y rendimiento de rodales irregulares y/o mezclados frecuentemente requieren la inclusión de una medida (directa ó indirecta) de la competencia interarbórea dentro del rodal. Tales medidas se conocen como "índices de competencia", e indican el nivel de competencia por recursos, ó estrés de un árbol individual en relación a sus vecinos.

Teóricamente, un índice de competencia relaciona la dimensión y espaciamiento de los árboles que se encuentran compitiendo por recursos. Estas medidas proporcionan valores en términos absolutos o relativos, que sirven para calificar el nivel de estrés o competencia de un árbol individual o un conjunto de árboles. Generalmente se consideran dos tipos de índices de competencia; los primeros son aquellos que incorporan medidas de distancia y/o tamaño entre el árbol sujeto y sus competidores, frecuentemente referidos como "índices dependientes de la distancia". Mientras que los ségundos, conocidos como "índices independientes de la distancia", estiman un solo valor como medida de competencia para toda la parcela ó rodal (Tomé y Burkhard, 1989).

A la fecha la mayor parte de los índices de competencia desarrollados son dependientes de la distancia; sin embargo, éstos han sido poco utilizados para construir modelos de crecimiento ó rendimiento (Biging y Dobbertin, 1992). Por su parte, los índices de densidad independientes de la distancia sí han sido muy utilizados para predecir crecimiento o rendimiento de rodales irregulares ó mezclados, especialmente cuando se desarrollan modelos de árboles individuales independientes de la distancia.

Las medidas de densidad comunes, tales como, el índice de densidad de Reineke (Reineke, 1933), la relación área-árbol (Chisman y Schumacher, 1940), el factor de competencia de copas (Krajicek *et al.*, 1961) o algunas otras medidas de densidad relativa (Curtis, 1970) son útiles para desarrollar modelos de crecimiento o rendimiento para rodales regulares y puros. Sin embargo, su utilidad es limitada para predecir el crecimiento y rendimiento de bosques irregulares ó mezclados.

Varios autores han comparado la eficiencia de índices de competencia dependientes de la distancia (Daniels, 1976; Martin y Ek, 1984; Tomé y Burkhardt, 1989; Biging y Dobbertin, 1992; Romero, 1993; Valles, 1994) y sólo en algunos casos se ha probado la eficiencia de éstos con respecto a los índices independientes de la distancia (Tomé y Burkhardt, 1989; Biging y Dubbertin, 1992; Valles, 1994). En tales comparaciones se ha destacado que los primeros son mucho más eficientes que los segundos para predecir el crecimiento y mortalidad. Tal eficiencia se acentúa cuando el arbolado tiene distribuciones de tamaño y de arreglo espacial muy irregular.

Lo anterior indica que una forma de mejorar la eficiencia de los índices de competencia independientes de la distancia, es permitiendo que reflejen diferencias competitivas originadas por variaciones en estructura y distribución espacial del arbolado. Cabe hacer notar que una vez que se incluye la diferenciación en estructura, la variación en arreglo espacial resulta irrelevante en términos promedio y para un nivel de densidad relativa en un rodal; ésta sólo es importante en el caso de medidas de competencia específicas y no para una estructura promedio.

El propósito de este artículo es mostrar un índice de competencia independiente de la distancia denominado "área de ocupación promedio". El índice incorpora una medida de la estructura del rodal y puede extenderse para ser usado en bosques mezclados y con estructuras diversas. Este índice se deriva del modelo supuesto para la relación área-árbol, mejorando la forma del mismo para evaluar diferentes estructuras y mezclas de especies.

El artículo se desarrolla de la siguiente manera. La siguiente sección muestra el uso de la relación aerea-árbol (*RAA*) para la estimación del área de ocupación promedio, así como el modelo propuesto. La tercera sección muestra una comparación de la *RAA* con el modelo propuesto y finalmente, la cuarta sección muestra una aplicación del modelo para rodales puros y mezclados, así como algunas extensiones y aplicaciones prácticas del índice.

El Modelo de Area de Ocupación Promedio

El área de ocupación promedio (*AOP*) se define como el área del sitio (referido siempre a una unidad de superficie) dividida por el número total de árboles en éste (n_j). Si el área del sitio se hace equivalente a una unidad de superficie (*e.g.* 1 hectárea), entonces la siguiente expresión muestra la relación señalada:

$$AOP = \frac{1}{n_j} \qquad (1)$$

donde el *AOP* esta definida en términos de la unidad de superficie seleccionada (para el ejemplo es una hectárea) y n_j indica el número total de árboles en el *j-ésimo* sitio.

El *AOP* debe estar referida a una densidad en particular, de otra forma pierde sentido como medida de competencia. Esto resulta obvio al considerar que es posible tener dos rodales con la misma *AOP* pero con niveles de competencia diferentes; lo cual podría sucedr al comparar un rodal con arbolado joven y otro con arbolado maduro. Por otro lado, es deseable que esta medida pueda diferenciar entre la competencia que se puede ejercer bajo el mismo número de árboles con tamaño promedio similar, pero con distribuciones de tamaño diferente.

Lo anterior obliga a que la estimación del *AOP* se tenga que hacer: i) Para un nivel de densidad estándar y que sirva como patrón para la estimación de una densidad relativa. ii) Integrando variables que puedan diferenciar distribuciones de tamaño alternas. iii) Integrando alguna medida que permita diferenciar distribuciones de tamaños de acuerdo a la composición de especies.

Para lograr un modelo de *AOP* que integre las características antes señaladas se usará la relación área-árbol (*RAA*), medida de densidad que estima precisamente el área de ocupación (relativa) de uno, o un grupo de árboles. La estimación de la *RAA*, definida por Chisman y Schumacher (1940) se basa en la suposición de que el área ocupada por un árbol se puede representar por su diámetro normal a través de la relación:

$$A_k = \beta_0 + \beta_1 D_k + \beta_2 D_k^2 \tag{2}$$

Donde:

A_k: Area ocupada por el *k*-ésimo árbol

D_k: Diámetro normal del *k*-ésimo árbol

β_i *i*-ésimo parámetro del modelo.

Si el modelo definido en (2) es el correcto, entonces el área total que ocupan los "n_j" árboles del *j-ésimo* sitio estaría dada por la expresión:

$$\sum_{k=1}^{n_j} A_k = \beta_0 n_j + \beta_1 \sum_{k=1}^{n_j} D_k + \beta_2 \sum_{k=1}^{n_j} D_k^2 \tag{3}$$

Observe que si fuera posible evaluar el área que ocupa cada árbol y esa área se incluyera en la expresión (3), ésta no tendria ningún sentido como medida de densidad relativa, ya que sólo serviria para estimar el área realmente ocupada por una determinada distribución diamétrica. Un modelo con tales características seguramente tendrá una relación pobre, a menos que se ajustara con información del mismo nivel relativo de competencia.

La expresión tiene sentido como medida de densidad relativa cuando las áreas A_k representan el espacio de crecimiento disponible, el cual puede, o no ser, el que realmente se está usando. Por tanto tal área debe referirse a una unidad de superficie, o bien al tamaño de un sitio de muestreo.

Considerando que el área de ocupación puede definirse como una unidad de superficie, la expresión (3) se puede reescribir como:

$$1 = \beta_0 n_j \beta_1 \sum_{k=1}^{n_j} D_k + \beta_2 \sum_{k=1}^{n_j} D_k^2 \tag{4}$$

Tal expresión es la que generalmente se ha usado para estimar la *RAA*. El procedimiento de estimación de parámetros puede ser cualquiera, sin embargo, en México se ha seguido usando hasta la fecha el procedimiento tradicional de cuadrados mínimos, definiendo las ecuaciones normales y resolviendo el sistema de ecuaciones para los estimadores (Zepeda, 1984; Becerra, 1986; Zepeda y Villarreal, 1987; Balderas y Rodríguez, 1989; Luna, 1991). Obviamente, con la tecnología disponible y la amplia variedad de paquetes estadísticos, resulta muy tradicional seguir usando ese procedimiento, cuyo uso se ha propagado porque el modelo tal y como está definido en (4) implica una variable dependiente constante.

Si el modelo en (4) es multiplicado por $1/n_j$, la expresión es la siguiente:

$$\frac{1}{n_j} = \beta_0 + \frac{\beta_1}{n_j}\sum_{k=1}^{n_j} D_k + \frac{\beta_2}{n_j}\sum_{k=1}^{n_j} D_k^2$$

que es equivalente a:

$$\frac{1}{n_j} = \beta_0 + \beta_1 \overline{D_j} + \beta_2 D q_j^2 \qquad (5)$$

Donde:

$\overline{D}_j$ = Diámetro medio del sitio j.

$D q_j^2$ = Diámetro cuadrático promedio al cuadrado del sitio j.

Tal expresión tiene una variable dependiente que ya no es constante, mientras que las variables independientes son de amplio uso y clara interpretación. De esta forma, la expresión (5) puede ser usada para estimar los parámetros del modelo en (4), usando el procedimiento tradicional de cuadrados mínimos ordinarios.

El modelo (5) estima el área de ocupación promedio (medida en fracción de unidad de superficie) dado un número de árboles y las características de la distribución diamétrica. Observe que el modelo (5) es el mismo que el definido por Chisman y Schumacher (1940), y tal como estos autores señalan, es aplicable a rodales incoetáneos (con estructura en forma de J-invertida) y coetáneos (con estructura casi normal).

Es común que al usar este modelo se obtengan ajustes muy pobres independientemente de la serie de datos usados. Lo anterior es fácilmente observable cuando se analiza una situación en la que existan dos rodales de la misma especie y número de árboles por unidad de superficie; ambos con plena ocupación del sitio, pero uno coetáneo y otro incoetáneo. En tal situación, dado que ambos rodales se encuentran en plena ocupación (densidad máxima) el *AOP* debería ser equivalente. Sin embargo, es muy probable que en este caso el modelo (5) no prediga un valor de *AOP* equivalente, dado que el cambio tan drástico en la estructura no esta bien modelado en (5). De aquí que se puede hacer una mejora en este modelo al incluir una variable que considere las diferencias en estructura que no considera el modelo (5), el cual caracteriza la distribución con sólo dos momentos.

Esta mejora se puede hacer incluyendo un momento más y un coeficiente de sesgo de la distribución en el modelo (5). De esta forma se pueden absorber las diferencias en estructura a una densidad relativa en particular. El el modelo tendría la siguiente forma:

$$\frac{1}{n_j} = \beta_o + \beta_1 \overline{D}_j + \beta_2 Dq_j^2 + \beta_3 \frac{\sum_{k=1}^{n_j} D_k^3}{n_j} + \beta_4(SESGO) \tag{6}$$

donde $\overline{D}_j$ es el primer momento no-central (μ') de la distribución diamétrica, el término Dq_j^2 representa el segundo momento no-central (μ'') y el término $\frac{\sum_{k=1}^{n_j} D_k^3}{n_j}$ equivale al tercer momento (μ'''). La variable *SESGO* se puede representar por el coeficiente de simetria definido por:

$$Coeficiente\ de\ simetria = \frac{\overline{D}_j - D_{mj}}{\sqrt{Var_j(D_{kj})}} \tag{7}$$

donde $Var_j(D_{kj})$ representa la varianza de los diámetros en el sitio *"j"* y D_{mj} representa el diámetro modal (moda) del sitio *"j"*. La variable *SESGO* también se puede representar por el coeficiente estándar de sesgo definido por:

$$\mu_3 / \sigma^3 \tag{8}$$

donde μ_3 es el tercer momento central de la distribución diamétrica, definido por:

$$\mu_3 = \frac{\sum_{k=1}^{n_j} (D_{kj} - \overline{D}_j)^3}{n_j}$$

y σ^3 es la desviación estándar de la distribución diamétrica elevada al cubo.

El coeficiente de simetría proporciona un rango de valores de -1 a 1; los valores negativos son para distribuciones con sesgo negativo y *vice versa.* Dado su poco rango de variación, este coeficiente sólo deberá incluirse cuando las diferencias en distribuciones se puedan absorber por otras variables. Por ello es recomendable usar como expresión de sesgo en rodales uniespecífico la expresión (8).

En el modelo (6) la relación del segundo y tercer momento con respecto al *AOP* es lineal; sin embargo estos dos momentos generalmente presentan una relación no lineal cuando se les usa para predecir una determinada distribución, que es el propósito de su uso en este modelo. La no-linealidad se puede aproximar usando una transformación logarítmica, de tal forma que el modelo se represente como:

$$\frac{1}{n_j} = \beta_o + \beta_1 \mu' + \beta_2 log(\mu'') + \beta_3 log(\mu''') + \beta_4(SESGO) \tag{9}$$

Bajo la suposición de que el modelo (9) estima eficientemente el área de ocupación promedio de rodales de la misma densidad relativa y diversas distribuciones, resulta interesante su extensión a mezclas de especies. Tal extensión debe considerar resultados recientes en ecología de poblaciones mezcladas, los cuales señalan que las trayectorias de máxima densidad varían con el número de especies presentes y la proporción de ellas en la mezcla (Bazzaz y Harper, 1976; Malmberg y Smith 1982; Binkley, 1984; McGee, 1984; Hann y Wang, 1990; Kershaw y Fischer, 1991; Puettmann *et al.*, 1993). Es común observar tal variación en la práctica, sobre todo en rodales perturbados con diferentes condiciones de sitio. En ellos se aprecia que aunque existen las mismas especies, la proporción y estructura de cada una de ellas es diferente.

El modelo de *AOP* se puede extender a múltiples especies siguiendo la estrategia desarrollada por Puettmann *et al.* (1993). El procedimiento consiste en incluir la proporción (PS_i) de la *i-ésima* especie (número de árboles de la *i-ésima* especie/No. total de árboles) en los componentes del modelo uniespecífico. De esta forma, si se consideran *m* especies el modelo (9) adaptado para múltiples especies tiene la siguiente forma:

$$\frac{1}{n_j} = \alpha_1 + \sum_{i=2}^{m} \alpha_i PS_i + \sum_{i=1}^{m} \beta_i PS_i \mu'_i + \sum_{i=1}^{m} \gamma_i PS_i \log(\mu''_i) + \sum_{i=1}^{m} \delta_i PS_i \log(\mu'''_i) + \phi(\text{SESGO}) \quad (10)$$

donde α_i, β_i, γ_i, δ_i, ($\forall i = 1, 2, \ldots, m$) y ϕ son parámetros del modelo y las demás variables tienen la misma definición anterior, considerando ahora que los momentos están calculados para la *i-ésima* especie. Puettmann *et al.* (1993) sugieren que las proporciones que definen el intercepto se eleven a una potencia a través de un parámetro adicional. Un efecto similar se puede conseguir al incluir el $log(PS_i)$ en lugar del valor de PS_i, de tal forma que con esta transformación el modelo (10) adopta la siguiente forma:

$$\frac{1}{n_j} = \alpha_1 + \sum_{i=2}^{m} \alpha_i \log(PS_i) + \sum_{i=1}^{m} \beta_i PS_i \mu'_i + \sum_{i=1}^{m} \gamma_i PS_i \log(\mu''_i) + \sum_{i=1}^{m} \delta_i PS_i \log(\mu'''_i) + \phi(\text{SESGO}) \quad (11)$$

En el modelo (11) existen más variables que en el (6), por lo que la distribución diamétrica se puede especificar aún mejor, diferenciándose incluso por especie. Por esta razón una simple medida de sesgo como la expresión (7) puede utilizarse en este modelo.

Observe que una estimación del *AOP* con las características incluidas en los modelos (9) y (11) ofrece varias ventajas como medida de competencia para árboles individuales, entre las que se pueden señalar.

- No requiere de la medición de la distancia interarbórea.

- Es independiente del sitio y la edad.
- Está referida a una densidad, por lo que brinda estimaciones relativas.
- Considera la distribución de tamaños.
- Puede utilizarse en rodales mezclados.

Estas enormes ventajas hacen atractivo a este índice para estimar crecimiento en rodales mezclados e irregulares y sobretodo a través de procedimientos de proyección de categorías diamétricas.

Comparación del Modelo Propuesto

Para ejemplificar el procedimiento se tomó una muestra de 32,627 sitios de muestreo (0.06 ha). La muestra contiene información de rodales puros y mezclados de tres diferentes especies del género *Pinus* (*P. durangensis, P. arizonica* y *P. teocote*), mezclado con *Pseudotsuga menziesii* y algunas especies de los géneros *Quercus* y *Alnus*, creciendo en el área de influencia de la Unidad de Administración Forestal (UAF)No. 2, Santiago Papasquiaro, S.C. Estado de Durango.

Las especies se agruparon en tres grupos: pinos, otras coníferas y hojosas. A cada sitio se le calculó el diámetro cuadrático promedio (*Dq*), el número de árboles por hectárea, la proporción de cada grupo y la clase diamétrica del *Dq* (clases de 5 cm). Posteriormente se elaboró una clasificación de 125 clases de mezcla de grupos con el fin de agrupar las diferentes combinaciones de proporciones de grupos. Las clases se formaron con intervalos que variaron 0.10 (10%) en la abundancia de uno u otro grupo. La clase fue otra variable calculada para cada sitio muestral.

Una vez definida la base de datos, se seleccionó entre la muestra total y para cada clase de mezcla y categoría diamétrica, la muestra con el mayor número de individuos. Posteriormente, se llevó a cabo un segundo proceso de selección de la muestra eliminando aquellas categorías (de mezcla y diámetro cuadrático promedio) que utilizaron menos de tres muestras para determinar el máximo número de árboles. Esta estrategia se realizó con el fin de reducir la posibilidad de seleccionar datos que no fueran de densidad completa, suponiendo que aquellas categorías de muestra reducida no consideraban rodales de máxima densidad.

Ya seleccionada la muestra de análisis se procedió a calcular los estadísticos básicos de los rodales considerados como de máxima densidad. Los estadísticos estimados fueron: los tres primeros momentos no-centrales, la desviación estándar y el diámetro modal, cada uno de ellos se calculó por grupo y de manera general para el rodal. Finalmente se procedió a ajustar varios modelos lineales de *AOP* a través de cuadrados mínimos ordinarios.

Los cuadros 1 y 2 presentan un resumen de algunos de los modelos probados. En ellos se pueden apreciar las amplias diferencias de ajuste entre el modelo tradicional de *RAA* y el modelo propuesto considerando una (Cuadro 1) o varias especies (Cuadro 2). Observe que únicamente se presentan los valores de R^2, sin embargo en las observaciones se indican las características más relevantes de cada ajuste.

Para el caso de una sola especies se consideró solo el grupo pino y aquellos rodales con más del 85% de individuos del grupo pino. La muestra de rodales con estas características ascendió a 54 rodales del total de 136 considerados como de densidad máxima. Como se aprecia en el Cuadro 1 la inclusión del tercer momento en el modelo tradicional de *RAA* mejora sustancialmente la predicción del *AOP*, aunque la no-linealidad de algunas variables limita la significancia de los parámetros asociados a variables con relación lineal. La inclusión de logaritmos para imprimir cierta no-linealidad a algunas variables mejora el ajuste, aunque la significanica de la variables exógenas (independientes) no se hace completa hasta que no se incluye la variable sesgo. Observe que el modelo (9) puede mejorarse aún más al incluir otras variables que ayuden a explicar la distribución de tamaños del arbolado, tales como los primeros tres momentos de la distribución de alturas o alguna medida de sesgo de la misma distribución. Sin embargo la complejidad del modelo aumentaría considerablemente.

Cuadro 1. Comparación de ajustes de modelos para estimar el *AOP* de rodales uniespecíficos.

MODELO	R^2	OBSERVACIÓN
$\frac{1}{n_j} = \beta_0 + \beta_1 \bar{D}_j + \beta_2 Dq_j^2$	0.54	Ningún estimador es significativamente diferente de cero.
$\frac{1}{n_j} = \beta_0 + \beta_1 \mu' + \beta_2 \mu'' + \beta_3 \mu'''$	0.89	Intercepto no significativamente diferente de cero y valor muy pequeño de los estimadores.
$\frac{1}{n_j} = \beta_0 + \beta_1 \mu' + \beta_2 log(\mu'') + \beta_3 log(\mu''')$	0.93	β_1 no significativamente diferente de cero.
$\frac{1}{n_j} = \beta_0 + \beta_1 \mu' + \beta_2 log(\mu'') + \beta_3 log(\mu''') + \beta_4 (SESGO)$	0.95	Todos los estimadores significativamente diferentes de cero y con dimensión razonable.

El cuadro 2 muestra los ajustes de diferentes modelos de *AOP* para múltiples especies. En primer término se muestra la adaptación del modelo tradicional de *RAA* el cual resulto en un modelo de limitada significancia. Obsérvese que al igual que para una sola especie, la inclusión de un tercer momento mejora sustancialmente el ajuste obtenido, aunque algunos estimadores se obtuvieron con signo contrario al esperado. Por ejemplo el estimado de α_2 asociado al grupo otras coníferas presenta un valor positivo; sin embargo, su valor esperado debería ser negativo en virtud a que este grupo es de especies más tolerantes donde el *AOP* para cada árbol individual debe ser menor a la misma densidad relativa. Finalmente, la inclusión de la nolinealidad y la variable de sesgo (expresión 7) permiten mejorar el ajuste y obtener los signos esperados para las variables usadas.

Al igual que en el modelo uniespecífico, el modelo (11) puede extenderse con la inclusión de los momentos de las distribuciones de altura, sin embargo, esta mejora quizá no sea tan sustancial en este caso debido a la gran cantidad de variables que se generan al diferenciar por especie.

Cuadro 2. Comparación de ajustes de modelos para estimar el *AOP* de rodales mezclados.

MODELOS	R^2	OBSERVACIONES
$\frac{1}{n_j} = \alpha_1 + \sum_{i=2}^{3}\alpha_i PS_i + \sum_{i=1}^{2}\beta_i PS_i \mu'_i + \sum_{i=1}^{2}\gamma_i PS_i Dq_i^2$	0.65	Solo el estimador de α_1 es significativamente diferente de cero y α_2>0.
$\frac{1}{n_j} = \alpha_1 + \sum_{i=2}^{3}\alpha_i PS_i + \sum_{i=1}^{3}\beta_i PS_i \mu'_i + \sum_{i=1}^{3}\gamma_i PS_i \mu''_i + \sum_{i=1}^{3}\delta_i PS_i \mu'''_i$	0.90	Todos los estimadores son significativamente diferentes de cero. γ's y δ's presentan valores muy pequeños. El estimador de α_2>0
$\frac{1}{n_j} = \alpha_1 + \sum_{i=2}^{3}\alpha_i \log(PS_i) + \sum_{i=1}^{3}\beta_i PS_i \mu'_i + \sum_{i=1}^{3}\gamma_i PS_i \log(\mu''_i) + \sum_{i=1}^{3}\delta_i PS_i \log(\mu'''_i)$	0.94	Todos los estimadores son significativamente diferentes de cero a excepción de β_2 y β_3. El estimador de α_2<0.
$\frac{1}{n_j} = \alpha_1 + \sum_{i=2}^{3}\alpha_i \log(PS_i) + \sum_{i=1}^{3}\beta_i PS_i \mu'_i + \sum_{i=1}^{3}\gamma_i PS_i \log(\mu''_i) + \sum_{i=1}^{3}\delta_i PS_i \log(\mu'''_i) + \phi(SESGO)$	0.95	Todos los estimadores son significativamente diferentes de cero. El estimador de α_2<0.

Extensiones del Modelo

Observe que el *AOP* calculado de esta forma puede tener el mismo potencial de aplicación que la relación área-árbol (*RAA*). Esto es, puede usarse como un índice de competencia relativa al comparar sitios diferentes. Si por ejemplo se consideran dos sitios con el mismo número de árboles y la misma especie, pero uno con un *AOP* de 0.000025 ha y otro con un AOP de 0.000030 ha, entonces se considerará que el segundo sitio tiene menor densidad, puesto que tiene un área de ocupación promedio más grande.

En muchas ocasiones resulta de interés evaluar la cobertura arbolada con datos simples de inventario, los cuales en la mayoría de los casos no incluyen la medición de la copa de los árboles de un área. Tal cobertura puede obtenerse fácilmente. si el modelo (9) (o el "11" para múltiples especies) se ajustó con información de rodales de densidad completa, esto es, la que se considera con 100% de cobertura. De esta forma la cobertura se calcula multiplicando el *AOP* por el número de árboles.

$$\text{Cobertura (\%)} = AOP \quad n_j \quad 100$$

El modelo además de ofrecer una forma precisa de medir la cobertura que no esta sujeta a la perspectiva visual del evaluador en cada sitio, ofrece una ventaja adicional para este propósito, ya que brinda valores que pueden relacionar coberturas y especies, independientemente de la estructura del rodal, y así cuantificar el efecto que sobre la cobertura tiene el arbolado pequeño ó dominado (abundante en estructuras irregulares), que frecuentemente se omite con la estimación visual.

En lo que respecta al poder predictivo que pueda tener este índice será necesario realizar una evaluación. Valles (1994) encontró que los índices de competencia que incluyen espacio de crecimiento son los que presentan menos relación con el crecimiento, a excepción de que tal espacio se relacione con la estructura del rodal. En tal caso, estos índices se convierten en uno de los mejores procedimientos para estimar competencia, con la ventaja adicional que no se requieren las medidas de distancia entre árboles. Es por ello que se estima que el *AOP* tiene gran potencial para predecir el crecimiento o rendimiento de rodales a través de modelos de árboles individuales. Sin embargo, como ya se ha señalado hará falta una evaluación sobre el particular.

Conclusiones

El presente trabajo presenta un índice de competencia independiente de la distancia que se deriva de la relación área-árbol (Chisman y Schumacher, 1940). El modelo sobre el que se basa este índice proporciona mejores ajustes que el modelo tradicional de la relación antes señalada. Las variables predictoras (tercer momento no-central y sesgo) que se inlcuyeron al modelo tradicional de *RAA* probaron tener una alta significancia para evaluar el *AOP*. La significancia de tales variables aumenta al guardar una relación lineal en el modelo a través de transformaciones logaritmicas. El modelo se puede extender para incluir varias especies; dicha extensión aumenta siginificativamente el ajuste en virtud de que se estratifica la información de la distribución de tamaños de cada rodal.

El modelo de *AOP* no solo se puede utilizar como medida de competencia de rodales o árboles individuales, sino también puede ser usado para evaluar cobertura arbolada. Las estimaciones son superiores en calidad a las estimaciones visuales en virtud de que se consideran tanto la distribución de tamaños del arbolado, como la posible diversidad de especies (en número y proporción) que puede reflejarse al variar las condiciones de sitio. Esta particularidad del modelo es de extrema importancia en su aplicación práctica, dado que existen áreas de baja calidad de sitio, caracterizadas por una proporción de especies, que usualmente tienen poca cobertura; sin embargo tal cobertura podría reflejar el 100% para el sitio dado el potencial del mismo para soportar una población arbolada. Una estimación visual nunca consideraría que la cobertura de esta área fuese el 100%, sin embargo la estimación a través del *AOP* si podría asignarle un valor cercano al 100%

Es conveniente evaluar la bondad del *AOP* para estimar crecimiento. Tal evaluación se debería realizar comparando el potencial predictivo de diversos índices de competencia independientes de la distancia con aquel del *AOP*. La extrapolación de los resultados obtenidos por Valles (1994) sugieren que el *AOP* tiene un amplio poder predictivo en virtud de que considera variables que caracterizan la estructura de tamaños de la masa arbolada.

Bibliografía

BAZZAZ, F.A. y J.L HARPER. 1976. Relationship between plant weight and numbers in mixed populations of *Sinapsis alba* (L.) Rabenh and *Lepidium sativum* L. *Journal of Applied Ecology*, 13:211-216.

BALDERAS A., M.C. y R. RODRIGUEZ F. 1989. Elaboración de tres guías de densidad para *Pinus montezumae* Lamb. en el C.E.F. San Juan Tetla Pue. Tesis Profesional. División de Ciencias Forestales, UACH, Chapingo, México. 71 p.

BECERRA L., F. 1986. Determinación de una guía de densidad para *Pinus patula* Schl *et* Cham en la región de Chignahuapan-Zacatlán, Puebla. Tesis de Maestría. Colegio de Postgraduados, Chapingo, México. 81 p.

BIGING, G.S. y M. DOBBERTIN. 1992. A comparison of distance dependent competition measures for height and basal area growth of individual conifer trees. *For. Sci.* 38(3):695-720.

BINKLEY, D. 1984. Importance of size-density relationship in mixed stands of Douglas fir and red alder. *Forest Ecology and Management*, 9(1):81-85.

CHISMAN, H.H. y F.X. SCHUMACHER. 1940. On the tree-area ratio and certain of its applicatons. *J. of Forestry* 38:311-317.

CURTIS, R.O. 1970. Stand density measures: an interpretation. *Forest Science* 16(3):403-414.

DANIELS, R.F. 1976. Simple competition indices and their correlation with annual loblolly pine trees growth. *For. Sci.* 22(4):454-456.

HANN, D.W. y C.H. WANG. 1990. Mortality equations for individual trees in the mixed-conifer zone of the southwest Oregon. *Research Bulletin*, 67. Forest Research Lab. Oregon State University, Corvallis, Oregon.

KERSHAW, J.A. y B.C. FISCHER. 1991. A stand density management diagram for sawtimber-sized mixed upland central hardwoods. *In* Proc. 8th Central Hardwood Forest Conference. USDA For. Serv. Gen. Tech. Rep. NE-148 pp 414-428.

KRAJICEK, J.E., K.A., BRINKMAN and S.F. GINGRICH. 1961. Crown competition-- A measure of Density. *Forest Science* 7(1):35-42.

LUNA A., R. 1991. Elaboración de una guía de densidad para *Pinus engelmaii, Pinus herrerai, Pinus leiphylla* y *Pinus teocote* en la región de el Salto, Durango.. Tesis de Maestria. División de Ciencias Forestales. UACH. Chapingo, México. 123 p.

MALMBERG, C. y H. SMITH. 1982. Relationships between plant weight and density in mixed populations of *Medicago sativa* and *Trifolium platense. Oikos* 38:365-368.

MARTIN, G.L. y A.R. EK. 1984. A comparison of competition measures and growth models for predicting plantation red pine diameter and heigh growth. *For. Sci.* 30(3):731-743.

McGEE, C.E. 1984. Heavy mortality and succession in a virgin mixed mesophytic forest. USDA For. Serv. Res. Pap. SO-209, 9p.

NANCE, W.L., J.E. GRISSOM y W.R. SMITH. 1987. A new competition index based on weighted and constrained area potentially available. IUFRO Forest Growth modelling and prediction conference. Minneapolis, MN, USDA. Gen. Tech. Rep. NC-120 pp.134-142.

PUETTMANN, K.J., D.E. HIBBS y D.W. HANN. 1992. The dynamics of mixed stands of *Alnus rubra* and *Pseudotsuga menziesii:* extension of size-density analysis to species mixture. *Journal of Ecology* 80:449-458.

PUETTMANN, K.J., D.W. HANN y D.E. HIBBS. 1993. Evaluation of the size-density relationship for pure alder and Douglas -Fir stands. Forest Science 39(1):7-27.

REINEKE, L.H. 1933. Perfecting stand density index for even-aged forests. *Journal of Agricultural Research*, 46:627-638.

ROMERO, G.Y. E. 1993. Análisis del crecimiento de *Pinus patula* Schl. *et* Cham. en diferentes niveles de competencia intraespecífica, en Huayacocotla, Ver. Tesis M.C. División de Ciencias Forestales. Chapingo, México. 192 p.

TOME, M. y H.E. BURKHARDT. 1989. Distance dependent competition measures for predicting growth of individual trees. For. Sci. 35(3):816-831.

VALLES G., A.G. 1994. Evaluación de índices de competencia para predecir el crecimiento de árboles individuales de *Pinus cooperi* en San Miguel de Cruces, Dgo. Tesis de Maestría. Programa Forestal. Colegio de Postgraduados. Montecillo, Mexico. 98 p.

ZEPEDA B., E.M. 1984. Ejemplificación de tres procedimientos para caracterizar rodales por su densidad. DICIFO, UACH, Chapingo, México, 57 p.

ZEPEDA B., E.M. y D.M.E. VILLARREAL. 1987. Guía de densidad para Pinus hartwegii Lindl. en Zoquiapan, México. UACH, DICIFO 52 p.