

Las colecciones de Documentos de Trabajo del CIDE representan un medio para difundir los avances de la labor de investigación, y para permitir que los autores reciban comentarios antes de su publicación definitiva. Se agradecerá que los comentarios se hagan llegar directamente al (los) autor(es).  
❖ D.R. © 1998, Centro de Investigación y Docencia Económicas, A. C., carretera México-Toluca 3655 (km. 16.5), Lomas de Santa Fe, 01210 México, D. F., tel. 727-9800, fax: 292-1304 y 570-4277. ❖ Producción a cargo del (los) autor(es), por lo que tanto el contenido como el estilo y la redacción son responsabilidad exclusiva suya.



**NÚMERO 115**

---

**David Mayer**

**SOBRE EL NIVEL ACADÉMICO ÓPTIMO EN INSTALACIONES  
DE EXCELENCIA: UN MODELO DE OPTIMIZACIÓN  
DINÁMICA**

## *Introducción*

¿Cuál debe ser el nivel académico con que se imparta la enseñanza en una institución que intenta formar egresados de excelencia? Esta pregunta demanda una respuesta práctica en las decisiones que deben tomar profesores y directivos de dichos planteles, y sin embargo, las opiniones de los mismos tienden a remitirse a sus propias experiencias educativas (y emotivas) más que a criterios objetivos que optimicen el desempeño de sus instituciones.

El rendimiento académico que pueda lograr un grupo de estudiantes depende en mucho del potencial académico con que cuente al ingresar a la institución. A su vez, el potencial que pueda atraer una institución depende de la reputación que ésta tenga, tanto para darse a conocer como para poder captar a los mejores estudiantes. Nuestra pregunta tiene este contexto como referencia.

Aún cuando los profesores tienden a diferir respecto de filosofías y técnicas de enseñanza y del rigor con que debe de evaluarse y juzgarse el desempeño estudiantil, respecto de una cuestión generalmente hay acuerdo. La formación de egresados de buen nivel académico es un objetivo que, en términos generales, concuerda con el objetivo de incrementar la reputación de la institución. Es decir, el conflicto que pudiera existir entre estos objetivos diferentes es mínimo. Sin embargo podría generarse un conflicto debido a diferencias de intereses entre estudiantes y profesores, dado que la imposición de un alto nivel académico suele implicar costos a los primeros. Estos pueden fracasar en el programa de estudios, y dichas dificultades pueden incidir sobre la atractividad de la institución, o dicho de otra forma, sobre su reputación ante posibles postulantes futuros.

Existe otro punto sobre el que puede presumirse un acuerdo, aunque se llegue a este solamente después de cierta reflexión. Este es que las instituciones de excelencia académica intentan maximizar el *rendimiento agregado* de sus estudiantes, y no el nivel académico en sí. Maximizar el rendimiento agregado significa maximizar la suma de rendimientos individuales, medidos estos en base a criterios establecidos. El objetivo no puede ser maximizar el nivel por sí mismo, pues de lo contrario la estrategia óptima sería tener solamente un estudiante – el mejor – o en todo caso un número muy reducido (para evitar las dificultades de seleccionar al mejor desde el comienzo, y para que existan, por ejemplo, elementos educativos tales como la retroalimentación y el trabajo en grupo en su educación).

Hemos elucidado los objetivos de una institución hipotética. El modelo que presentamos describe su problema de optimización. Nos avocamos a un problema simplificado en que el nivel académico con que se ofrecen los cursos puede escogerse sin costos económicos. Esta es de hecho una situación real dentro de cierto rango de posibilidades, en las que son los mismos profesores los que impartirán los cursos. Enfocarla

cumple el propósito de presentar un argumento que aclare los criterios que deben gobernar esta elección.

El problema de optimización es intertemporal debido a que el potencial de los estudiantes que ingresan en la institución, que determina su rendimiento máximo, depende de la reputación que haya generado la institución, mientras que esta reputación depende a su vez del rendimiento de los egresados.

### El modelo

Considérese una institución cuyo objetivo sea maximizar el flujo descontado del rendimiento agregado de sus estudiantes,

$$(1) \int_0^{\infty} P(Q,R)e^{-\rho t} dt .$$

$Q$  es el nivel académico con que se imparte la enseñanza (la variable de control);  $R$  es la reputación de la institución entre estudiantes prospectivos (una variable de estado que detallaremos); y  $\rho$  es la tasa subjetiva de descuento de la institución, o, dicho de otra manera, su impaciencia.

Como ejemplo, la función de rendimiento  $P(Q,R)$  podría tener la siguiente forma:

$$(2) P(Q,R) = N(Q,R) q(Q,R) s(Q - q),$$

donde las funciones  $N(Q,R)$  y  $q(Q,R)$  representan el número de estudiantes atraídos por la institución y su potencial académico promedio cuando ejerce una política de nivel académico  $Q$  y goza de una reputación  $R$ , mientras que  $s(Q - q)$  representa el nivel promedio de éxito estudiantil, es decir, en qué proporción logran su potencial  $q$  cuando reciben instrucción de nivel  $Q$ .  $s$  es una función decreciente de  $Q - q$  (es decir,  $s' < 0$ ). Respecto de la función  $q$ , suponemos que es creciente en  $Q$  y en  $R$ . Normalizando  $q$  y  $Q$ , podríamos suponer que el máximo potencial académico promedio  $q$  que puede atraer la institución es  $Q$ , y que  $q \rightarrow Q$  cuando  $R \rightarrow \infty$ . Complementariamente, se podría tomar  $\partial q / \partial Q < 1$  (debido a que la reputación nunca es perfecta por lo que un incremento en  $Q$  induce un incremento un tanto menor de  $q$ ). Un ejemplo sería  $q(Q,R) = Q(1 - e^{-R})$ .

En lo que sigue, no utilizaremos la forma particular de  $P$  dada por la ecuación (2). En realidad lo único que asumiremos es que para cada  $R$ ,  $P(Q,R)$  es una función cóncava de  $Q$  con un único máximo (Figura 1), y que el rendimiento marginal  $P_Q$  es creciente con  $R$ , es decir,  $P_{QR} > 0$ . En nivel académico y la reputación son ingredientes complementarios del rendimiento. Esto significa que nuestro modelo y sus

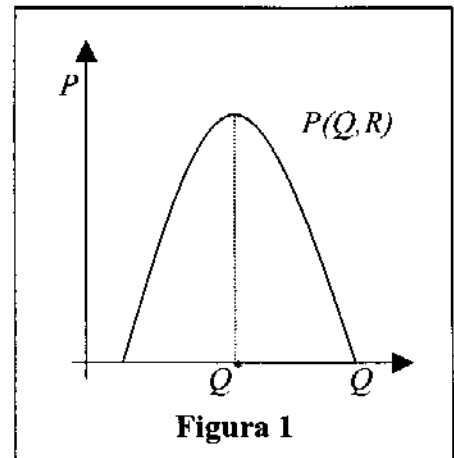


Figura 1

conclusiones no dependen de las características del proceso del que surge el rendimiento  $P$ . Solamente se asume que la Figura 1 representa las opciones que tiene la institución para intervenir en este proceso y obtener cambios en el rendimiento agregado, en base a modificaciones de sus políticas de nivel académico  $Q$  y dada una reputación  $R$ .

Definimos ahora la reputación de la institución por medio de la ecuación dinámica

$$(3) \quad R' = P(Q, R) - C(Q, R) - \delta R; \quad R(0) = R_0.$$

Esta significa que  $R$  se incrementa con el rendimiento de la institución (sus éxitos); se decrementa en base a los costos que enfrentan los estudiantes (cuando fracasan), y que tiene un coeficiente de depreciación  $\delta$ , lo cual significa que la reputación es igual a un promedio ponderado de los éxitos y fracasos en que cuentan más los más recientes. Respecto de la función de costos suponemos  $C_Q > 0$ , como eje, plo. la función de costos podría tomar la forma  $C(Q, R) = C_0(1 - s(Q - q(Q, R)))N(Q, R)$ . En este caso los costos son proporcionales a los fracasos de los estudiantes, con costos unitarios  $C_0$ . En combinación con el término  $P$  esto puede significar, por ejemplo, que la reputación responde al rendimientos esperado estudiantil. La suposición, señalada en la introducción, de la concordancia entre los objetivos de maximizar el rendimiento agregado y la reputación institucional, es la que permite utilizar la misma función  $P$  en la definición de estos dos conceptos (ecuaciones (1) y (3)). Esta es la hipótesis fundamental de nuestro modelo.

¿Cómo se forma la reputación inicial  $R_0$ ? Cuando una institución comienza, los estudiantes cuentan con pocos elementos para juzgarla. De cierto modo la formación de su reputación inicial es un proceso de formación de expectativas, y por lo mismo estas podrían ser profecías autocumplidas. En ese caso sería coherente pensar que la institución accediera a su reputación potencial en forma inmediata. Sin embargo pensamos que existen elementos objetivos que eliminan esta posibilidad. Entre estos se encuentran los recursos de los que dispone la institución, qué tanto el público la conoce, su falta de experiencia, la competencia de otras instituciones ya formadas, etcétera. Por lo mismo, aunque no podemos analizarlo completamente, partimos del supuesto de que el proceso que sigue la reputación es uno en que los logros pasados de la institución son en todo caso los indicadores preponderantes en la formación de las expectativas estudiantiles, y tomamos como dado el nivel inicial de la reputación,  $R_0$ .

Así, el problema de optimización dinámica que planteamos es el siguiente:

**El problema de la institución:**

$$\max_Q \int_0^{\infty} P(Q, R) e^{-\rho t} dt$$

$$\text{s.a.} \quad R' = P(Q, R) - C(Q, R) - \delta R; \quad R(0) = R_0$$

**Teorema** Cuando los fracasos estudiantiles no imponen costos a la reputación, es decir, si  $C = 0$ , en cada tiempo el nivel académico óptimo es *aquel nivel  $Q^*(R)$  que maximiza el*

rendimiento estudiantil presente  $P(Q, R)$ . En este caso la dinámica se reduce a una ecuación autónoma en  $R$  (Figura 2). Utilizando la suposición de que es finito el potencial de rendimiento estudiantil (es decir, que aunque fuera infinita la reputación éste sería acotado) la dinámica tiene dos equilibrios, uno inestable ( $R^*$ ) y el otro estable ( $R_i$ ). Si la reputación inicial es suficientemente grande ( $R_0 > R_i$ ), la reputación crecerá hasta el equilibrio estable  $R^*$ . Por el contrario, si la reputación inicial es insuficiente ( $R_0 < R_i$ ), la reputación decrecerá hasta llegar a los mínimos niveles posibles. La trayectoria de la política de nivel académico  $Q = Q^*(R)$  sigue la de la reputación (Figura 3), siguiendo un patrón creciente cuando la institución tiene éxito que culmina en  $Q = Q^*(R^*)$ . Cuando los fracasos estudiantiles imponen costos sobre la reputación (es decir,  $C > 0$ ) disminuye el nivel óptimo de  $Q$  y por lo tanto el rendimiento  $P$ . Estos resultados son independientes de la tasa de descuento  $\rho$  y de la de depreciación  $\delta$ . ■

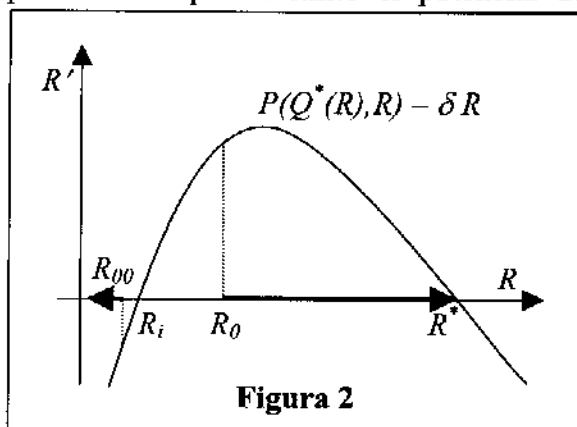


Figura 2

**Corolario 1** En caso de que la población estudiantil consista de varios grupos con características diferentes, es deseable maximizar el rendimiento de cada uno de ellos por medio de instrumentos de política independientes. ■

**Corolario 2** Si es posible, debe disminuirse la incidencia de costos  $C$  sobre la reputación, pues esto llevará a un mayor nivel académico óptimo y a un mayor rendimiento de la institución. ■

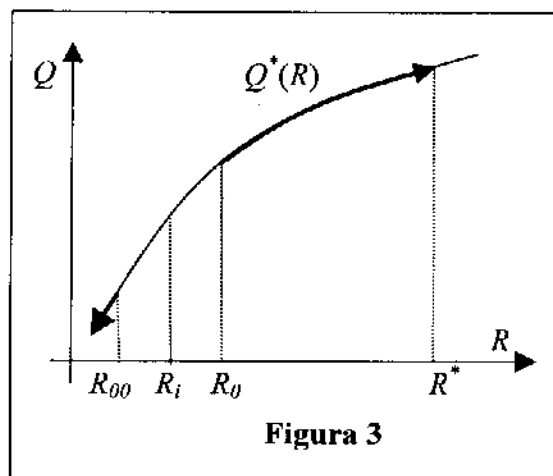


Figura 3

Las demostraciones se encuentran en el apéndice.

### Discusión

Comenzamos con algunos comentarios respecto de nuestras hipótesis. El hecho de no discutir el sistema educativo, la interacción e iniciativa de los estudiantes, su esfuerzo, los incentivos que pudieran modificarlo, el impacto de la calidad de los profesores y de otros recursos y actividades de la institución sobre su reputación, etc., no significa que estos carezcan de importancia. Este tipo de consideraciones podrían figurar como parámetros de

la función  $P(Q,R)$  de rendimiento agregado. Nuestro supuesto es que conforman un marco dentro del cual la institución se formula el problema de optimización que hemos descrito, y nos concentramos en la pregunta de cuál es la política de nivel académico que optimiza el rendimiento agregado de largo plazo.

Respondemos esta pregunta en base a un modelo de optimización dinámica. Destacamos en la discusión el papel del modelo como *propuesta lógica*, dejando de lado su posible función como modelo cuantitativo predictivo. Es decir, centramos la atención en la respuesta cualitativa que produce y que es consecuencia de las hipótesis, a saber, que *el problema de la optimización del rendimiento académico de largo plazo se resuelve optimizando el rendimiento académico en el corto plazo, implementando políticas de nivel académico que se adapten al potencial de los estudiantes con que cuenta la institución. Adicionalmente, si es posible, es óptimo diferenciar estas políticas según el potencial de los estudiantes, y deben minimizarse los costos de las políticas académicas que puedan incidir sobre los estudiantes.*

Así, el propósito de nuestro modelo es aclarar la lógica de la discusión sobre este tema. Cuando se debate entre académicos sobre el nivel académico óptimo para la enseñanza, la discusión tiende a polarizarse en posiciones que no integran las reflexiones que cristaliza nuestro teorema y sus corolarios. Describiremos en forma estilizada (algo caricaturizada) tres posiciones típicas y mostraremos a continuación las implicaciones que tiene el modelo sobre cada postura. En efecto las políticas de nivel académico  $Q(t)$  que surgen de estas posturas difieren de la política óptima  $Q(R)$  y por lo tanto reducen el rendimiento de la institución, que en efecto es igual al rendimiento agregado de sus estudiantes. Recuérdese que estas implicaciones se fundamentan en los puntos de acuerdo establecidos en la introducción. Consideramos las siguientes tres posiciones académicas.

*El académico conservador.* Este se inclina por imponer estrictos estándares académicos y reprobar a cuanto alumno sea necesario. Insiste que elevar el nivel académico es el instrumento *sin qua non* para que la institución logre excelentes nivel académico y reputación a largo plazo.

*El académico liberal.* Este se inclina por ser más permisivo. Su criterio es adaptar el nivel de enseñanza a la capacidad de los estudiantes, y minimizar los costos que les puedan imponer los fracasos.

*El académico radical.* Este propone la apertura de la institución a todos los postulantes, independientemente de su calidad académica, tratando de beneficiar a todos lo más posible.

Es claro que tras estas posturas subyacen filosofías y técnicas diferentes de enseñanza, y más allá del ámbito educativo, sobre equidad, distribución, y otros temas, que pueden ser irreductibles. Resaltaremos primero las conclusiones inmediatas, e intentaremos luego afocar los temas en que deben dirimirse estas discrepancias.

De acuerdo a las implicaciones del modelo, el error en que tiende a caer el “académico conservador”, cuando se trata de una institución que no ha llegado al máximo

nivel que le permite su medio, es el de elevar el nivel académico y los costos sobre los estudiantes más allá de los niveles óptimos. Es decir, sus políticas académicas imponen un nivel académico tal que se reduce el rendimiento agregado de los estudiantes. Además, los costos que impone a los estudiantes tienden a revertirse sobre la institución. Este personaje puede no reconocer la naturaleza intertemporal de la política de nivel académico. Su postura es desadaptada, pues corresponde a la de una institución de madurez académica lograda, y no reconoce que la política óptima es la que eleva el nivel académico según madura la institución y crece su reputación.

En el caso de una institución que no ha llegado al desempeño máximo que le permite su medio, el modelo apoya la postura del "académico liberal", ya que éste adapta el nivel de su enseñanza al potencial de sus estudiantes, lo cual es la política óptima en cualquier estadio de la institución. Es claro que esta posición es óptima solamente si no es demasiado permisiva, lo cual disminuiría el rendimiento académico agregado, ya sea en etapas tempranas o maduras de la institución.

Respecto del "académico radical", el modelo concluye claramente que si se reduce el potencial académico de entrada de los estudiantes, esto reducirá el rendimiento agregado de los mismos. Del Corolario I se deduce que, si el objetivo es lograr el máximo rendimiento para los más posibles, el óptimo será segmentar a la población educativa en base a sus capacidades, como de hecho sucede entre grados, por ejemplo. La distribución de los recursos entre los segmentos dependerá de los objetivos sociales y de los medios productivos para lograrlos (que incluyen los logros del sistema educativo), temas que quedan fuera del alcance de nuestra discusión.

Resumiendo, el objetivo de largo plazo se maximiza optimizando los rendimientos agregados de *corto plazo*, minimizando el costo a los estudiantes. Pero asumir esto es precisamente lo que enfoca la discusión, que puede centrarse en los siguientes puntos.

- 1) Definir los objetivos que cubre el concepto de rendimiento agregado.
- 2) Definir los métodos de enseñanza y de disciplina que por su efectividad maximicen dicho rendimiento agregado (a corto plazo). Aquí brotarán diferencias filosóficas, por ejemplo entre "conservadores" y "liberales", en un campo más específico: ¿con qué combinación de incentivos positivos y negativos rinden mejor los estudiantes?
- 3) Establecer las dinámicas que permitan cambiar la política de nivel académico óptimo de la institución según va avanzando en su trayectoria de maduración académica. (Pensamos que el proceso de incrementar el nivel académico según sube el potencial de los estudiantes no es difícil, y que embona con otros procesos de cambio institucionalmente necesarios).
- 4) Cuando es posible tratar de forma diferenciada a los estudiantes, como con tutorías, cursos impartidos en tutorías personales, cursos por niveles de conocimiento y preparación, etcétera, esto beneficia el desempeño de la institución.
- 5) Cuando se discuten rendimientos académicos mínimos, como cuando se define el derecho a la permanencia del estudiante en una institución, el punto

central es a qué nivel se optimiza el rendimiento *agregado*. Es decir, el problema con estudiantes mediocres no es que rindan poco, sino que bajen el rendimiento de los demás.

Respecto de las críticas “radicales”, en realidad lo delicado es que tienden a rebasar el ámbito de una sola institución. Se mencionó ya que para un análisis completo es necesario tomar en cuenta los aspectos económicos de la educación, la dinámica de la distribución y los objetivos sociales. Esto incluye los costos de educación para estudiantes de diferentes potenciales y niveles académicos, la distribución de estos costos, así como de las necesidades de personal con diferentes tipos de entrenamiento en las diversas ramas productivas.

### **Conclusión**

La conclusión es sencilla. Si se parte de las hipótesis siguientes:

Las instituciones de excelencia académica intentan maximizar el *rendimiento agregado* de sus estudiantes.

La formación de egresados de buen nivel académico es un objetivo que, en términos generales, concuerda con el objetivo de incrementar la reputación de la institución.

El rendimiento de los estudiantes es una función creciente en su potencial académico. El potencial académico de los estudiantes que puede captar la institución es una función creciente de su reputación.

El rendimiento académico de los estudiantes es una función primero creciente y luego decreciente del nivel académico con que se imparte la enseñanza.

Los costos que inciden sobre estudiantes fracasados pueden incidir sobre la reputación de la institución, como cuando estos consideran riesgoso ingresar en ella.

Una vez establecida una reputación inicial, la reputación puede considerarse como un promedio ponderado del rendimiento estudiantil agregado, en que pesan más los logros recientes que los pasados.

Entonces se concluye que la política óptima de nivel académico consiste de:

Establecer las políticas que optimicen el rendimiento agregado estudiantil en el corto plazo, es decir, de los estudiantes con que cuenta la institución *ahora*.

Minimizar el impacto sobre los estudiantes de costos debidos a políticas de nivel académico.

Atender lo más posible las necesidades académicas específicas de estudiantes en grupos o individualmente.

Respecto de la selección de los estudiantes de nuevo ingreso, el criterio es el mismo: seleccionar los estudiantes que permitan maximizar el rendimiento agregado de la institución, imponiendo el mínimo costo posible a los estudiantes durante el proceso de selección.



Podemos rephrasear nuestra conclusión de la siguiente manera. Una vez que una institución que desee lograr un nivel académico de excelencia ha seleccionado de la mejor manera posible sus estudiantes (siguiendo el criterio recién mencionado), su misión es concentrarse en formar de la mejor forma posible *estos* estudiantes. Es contraproducente elevar el nivel académico más allá de la capacidad de su cuerpo estudiantil *actual*, o imponer costos a los que no logren niveles que serían deseables en teoría, pero que en realidad son inasequibles. El nivel académico de la institución, y con él el rendimiento agregado de sus estudiantes, se elevará según sus logros atraigan a los mejores estudiantes que pueda ofrecerle su medio.

**Apéndice**

*Demostración del Teorema y Corolarios.* El Hamiltoniano de valor corriente del problema es

$$(4) \quad H = P(Q, R) + \lambda[P(Q, R) - C(Q, R) - \delta R].$$

Las condiciones de primer orden son

$$(5) \quad 0 = H_Q = P_Q + \lambda[P_Q + C_Q]$$

$$(6) \quad \lambda' = \rho\lambda - H_R = \rho\lambda - P_R - \lambda[P_R - C_R - \delta]$$

$$(7) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \lambda R = 0.$$

La primera de estas implica

$$(8) \quad P_Q = -\lambda(1 + \lambda)^{-1}C_Q > 0.$$

Debido a las hipótesis sobre  $P$ , si  $C = 0$ , esto significa que en cada tiempo la política académica óptima es la que maximiza los rendimientos de los estudiantes. (La condición de primer orden en realidad significa maximizar  $P$ , independientemente del número de instrumentos  $Q$  que se tengan para hacerlo, por ejemplo cuando hay varias subpoblaciones). En el caso  $C > 0$ , la política académica óptima  $Q$  es menor.

En el caso  $C = 0$ ,  $P_Q = 0 \Rightarrow Q = Q^*(R)$ , donde como  $Q^{*'}(R) = -P_{QR}/P_{QQ} > 0$ . Por lo tanto  $R$  satisface la ecuación

$$(9) \quad R' = P(Q^*(R), R) - \delta R.$$

Aplicando el teorema de la envolvente, la derivada total

$$(10) \quad \frac{d}{dt} \left( P(Q^*(R), R) \right) = P_R(Q^*(R), R) > 0.$$

Puesto que es finito el recurso estudiantil, esta derivada es positiva pero decrece, y la Figura 2 muestra el diagrama de fase de la ecuación (9). ■