

CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DOCENCIA ECONÓMICAS, A.C.



UN MODELO AFÍN PARA LA ESTRUCTURA TEMPORAL DE LA TASA DE INTERÉS  
REAL EN MÉXICO

TESINA

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRO EN ECONOMÍA

PRESENTA

LORENA GUADALUPE MARTÍNEZ BÁRCENAS

DIRECTOR DE LA TESINA: RAÚL ANIBAL FELIZ

CIUDAD DE MÉXICO

JUNIO, 2018

## **AGRADECIMIENTOS**

A mi amada familia, Rafaela B., Omar M., Alexis M., Brayan M. y Luis S., por siempre creer en mí, por apoyarme en mis buenas decisiones y cuestionar las malas, y por ser mi ejemplo todos los días, gracias. Y a los demás integrantes de la familia: Kira, Amelie, Mimie, Grace, Duquesa, Perrito, Rambo, Delta, Luna y especialmente a la memoria de mi valiente Kaiser, porque la muerte no es el fin de todo.

Gracias a mi Asesor, Raúl Feliz, por enseñarme, por escucharme, por leerme y sobre todo por regalarme parte de su valiosísimo tiempo. Gracias a mi lector, Fausto Hernández, por sus comentarios precisos y por su amable apoyo. A mis demás profesores, por compartir conmigo sus conocimientos, gracias.

A mis amigos, porque crecimos juntos durante esta etapa.

A todos ustedes, mi eterno y sincero agradecimiento.

Lorena.

## RESUMEN

En el presente trabajo de investigación, se estudia la capacidad de predicción de un modelo afín para la estructura temporal de la tasa de interés real de México, utilizando variables latentes y las variables macroeconómicas inflación, indicador global de la actividad económica y tipo de cambio real como variables explicativas. Se emplea el método de estimación de  $\chi^2$  mínimo como alternativa al clásico método de máxima verosimilitud.

Palabras clave:

Ausencia de arbitraje, estimación por mínimo  $\chi^2$ , estructura temporal de la tasa de interés, factores latentes, UDIBONOS, variables macroeconómicas.

# Contenido

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>1</b>
1.1	La estructura temporal de la tasa de interés . . . . .	1
1.1.1	Teoría de las expectativas . . . . .	3
1.1.2	Teoría de las preferencias por la liquidez . . . . .	3
1.1.3	Teoría de los mercados segmentados . . . . .	4
1.1.4	Teoría del hábitat preferido . . . . .	4
1.1.5	Teoría de la valuación de activos financieros . . . . .	5
1.2	Bonos indexados a la inflación . . . . .	7
<b>2</b>	<b>Revisión de literatura</b>	<b>9</b>
<b>3</b>	<b>Modelo empírico</b>	<b>12</b>
3.1	Variables de estado . . . . .	12
3.2	Tasa de interés de corto plazo . . . . .	12
3.3	Núcleo de los precios . . . . .	13
3.4	Valuación de bonos . . . . .	15
<b>4</b>	<b>Datos y estadística descriptiva</b>	<b>17</b>
4.1	Tasa de interés real . . . . .	17
4.2	Variables macroeconómicas . . . . .	20
4.2.1	Inflación . . . . .	20

4.2.2	Índice de tipo de cambio real bilateral con EUA . . . . .	21
4.2.3	Índice global de la actividad económica . . . . .	22
<b>5</b>	<b>Estimación</b>	<b>24</b>
5.1	Metodología: Minimum-Chi-Square . . . . .	24
<b>6</b>	<b>Resultados</b>	<b>25</b>
6.1	Modelo con variables latentes únicamente: Rendimientos diarios . . . . .	25
6.1.1	Factores latentes: Nivel, pendiente y curvatura de la ETTI real . . . . .	25
6.1.2	Solución al modelo . . . . .	26
6.1.3	Ajuste del modelo . . . . .	29
6.1.4	Pronósticos fuera de la muestra . . . . .	29
6.2	Modelo con factores latentes únicamente: Rendimientos mensuales . . . . .	31
6.2.1	Solución al modelo: Valores de los parámetros . . . . .	31
6.2.2	Ajuste del modelo . . . . .	32
6.2.3	Pronósticos fuera de la muestra . . . . .	33
6.3	Modelo con variables macroeconómicas . . . . .	35
6.3.1	Inflación y Tipo de cambio real . . . . .	35
6.3.2	IGAE y Tipo de cambio real . . . . .	36
6.3.3	Inflación e IGAE . . . . .	36
6.3.4	inflación, IGAE y tipo de cambio real . . . . .	36
<b>7</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>37</b>
	<b>Referencias</b>	<b>39</b>

# Lista de figuras

4.1	Estructura temporal de la tasa de interés real para diversos vencimientos . . . .	18
4.2	Estructura temporal de la tasa de interés real de corto, mediano y largo plazo . .	18
4.3	Inflación mensual interanual . . . . .	21
4.4	Índice de tipo de cambio real MX-EUA . . . . .	22
4.5	Índice de tipo de cambio real vs Inflación vs IGAE . . . . .	23
6.1	Nivel, pendiente y curvatura de la ETTI real en México . . . . .	27
6.2	Nivel, pendiente y curvatura de la ETTI nominal en México . . . . .	27
6.3	Ajuste del modelo con rendimientos reales diarios . . . . .	30
6.4	Ajuste del modelo con rendimientos reales mensuales . . . . .	34

# Lista de tablas

4.1	Estadísticos principales de los rendimientos . . . . .	19
4.2	Autocorrelaciones de rendimientos . . . . .	19
4.3	Coefficientes de correlación . . . . .	20
4.4	Estadísticos principales de la inflación interanual . . . . .	20
4.5	Estadísticos principales del índice de tipo de cambio real . . . . .	21
4.6	Estadísticos principales del IGAE . . . . .	22
6.1	Modelo de factores latentes: Rendimientos diarios . . . . .	28
6.2	Ajuste del modelo . . . . .	29
6.3	Pronóstico fuera de la muestra . . . . .	29
6.4	Modelo de factores latentes: Rendimientos mensuales . . . . .	31
6.5	Ajuste del modelo . . . . .	33
6.6	Pronóstico fuera de la muestra . . . . .	35

# Capítulo 1

## Introducción

La estructura temporal de las tasas de interés es un concepto clave para una economía, ya que tanto economistas como inversionistas saben que esta estructura refleja el comportamiento de las tasas de interés de largo plazo a partir de las tasas de interés de corto plazo y que la forma de la estructura temporal de las tasas de interés (ETTI) refleja las expectativas del futuro del mercado de tasas de interés y de las condiciones de la política monetaria. Piazzesi(2003) sostiene que el estudio de la ETTI es atractivo para bancos centrales e inversionistas ya que ésta refleja información importante para la toma de decisiones de ahorro e inversión.

En el presente trabajo de investigación se evalúa la capacidad de predicción de un modelo afín para la estructura de tasa de interés real en México y se responde a la pregunta ¿cómo afectan las variables macroeconómicas inflación, índice global de actividad económica y tipo de cambio real, a la estructura temporal de la tasa de interés real en México?

### 1.1 La estructura temporal de la tasa de interés

La definición de estructura temporal de la tasa de interés se da a continuación:

La estructura temporal de tasas de interés mide el valor de un peso hoy relativo a un peso que será pagado con certeza en el futuro. Explícitamente, la estructura temporal de tasas de interés es la representación gráfica de los vencimientos y las tasas de interés correspondi-

entes, expresadas como si se tratara en todos los plazos de bonos gubernamentales cupón cero, en una fecha determinada. (García, 2011, p.33)

Comúnmente el concepto de la ETTI es confundida con la curva de rendimientos. “La curva de rendimientos es la representación gráfica de los vencimientos y las tasas de rendimientos correspondientes.” (García, 2011, p.33) La diferencia entre ambas es que en la ETTI se trata siempre de bonos cupón cero mientras que en la curva de rendimientos se grafican los rendimientos de bonos con cupón, así la curva de rendimientos, a diferencia de la ETTI, depende del valor del cupón.

En la literatura se encuentran tres tipos de formas de la ETTI: normal, invertida o plana.

La ETTI se dice normal cuando los rendimientos de corto plazo están por debajo de los rendimientos de larga maduración. La razón por la que se da una curva de este estilo es porque los inversionistas demandan más rendimiento por prestar su dinero a periodos más largos de tiempo y esto ocurre, generalmente, cuando los mercados esperan que la economía crezca a tasas normales sin problemas de inflación o cambios en la oferta monetaria.

Por otro lado, una ETTI invertida se da cuando los rendimientos de largo plazo se encuentran por debajo de los rendimientos de corto plazo provocando así una curva con pendiente negativa y esto ocurre en tiempos de deflación, cuando los flujos de dinero corrientes están menos valuados que los flujos de dinero futuros, aumentando así la demanda de bonos de largo plazo. Lo anterior ocasiona un aumento en los precios de los bonos y una reducción en su rendimiento. La curva invertida resulta un indicador de recesión.

Por último, cuando la ETTI es plana los inversionistas no tienen incentivos para invertir en bonos de largo plazo ya que el riesgo no es compensado, por tanto, una ETTI aplanada es señal de indiferencia o incertidumbre en la economía.

La idea general es que cuando las tasas de interés aumentan, el inversionista prefiere mantenerse con bonos de corto plazo y cuando las tasas están disminuyendo el inversionista prefiere mantener bonos de largo plazo. Bajas expectativas en las tasas provocan una curva invertida mientras que altas expectativas de las tasas moldean una curva de rendimientos normal.

Existen diversas teorías que se han empleado para analizar cambios en la ETTI, entre las más comunes se encuentran: Teoría de las expectativas, Teoría de la preferencia por la liquidez, Teoría de los mercados segmentados, Teoría del hábitat preferido y la Teoría de la valuación de activos financieros. Con el fin de ilustrar la evolución del análisis de la ETTI en la historia, a continuación, se describen brevemente.

### **1.1.1 Teoría de las expectativas**

Esta teoría ha sido ampliamente utilizada para modelar la ETTI. García(2011) sostiene que, si se considera válida, entonces es posible considerar un modelo de vectores autoregresivos (VARs) con variables macroeconómicas y latentes para modelar la ETTI, además permite determinar cómo estas variables de estado la afectan, con soluciones relativamente manejables.

Gürkaynak y Wright(2012) mencionan que, bajo la hipótesis de las expectativas, la tasa de interés de largo plazo es determinada puramente por el valor esperado actual y futuro de las tasas de interés de corto plazo, de tal forma que el valor esperado final de cierta cantidad invertida en bonos de un periodo de maduración durante  $n$  periodos sucesivos es igual al retorno esperado de una inversión de la misma cantidad en bonos con  $n$  periodos de maduración.

Esta versión de la teoría de las expectativas ha sido probada múltiples veces para garantizar su validez, y los resultados no han sido favorables. Al menos para el caso de economías como la de Estados Unidos y México existen trabajos que demuestran que dicha teoría no es válida, por ejemplo, en el artículo de García(2011).

### **1.1.2 Teoría de las preferencias por la liquidez**

El economista John Maynard Keynes fue el primero en introducir esta teoría, que sugiere que un inversionista demanda mayores primas, para activos con tiempos de larga maduración ya que éstos conllevan mayor riesgo. La principal idea detrás de esta teoría es que los inversionistas prefieren tener instrumentos líquidos, por si se quiere deshacer de ellos en un corto plazo, hacerlo con mayor facilidad.

Así las diferencias entre tasas de interés de largo plazo y las de corto plazo son resultado de compensaciones, o primas, por mantener instrumentos de largo plazo que son menos líquidos comparados con instrumentos de corto plazo. Esto es, las tasas de interés sobre instrumentos de corto plazo son menores debido a que los inversionistas sacrifican menos liquidez que aquellos que mantienen instrumentos de mediano o largo plazo.

Keynes explicó tres motivos para determinar la demanda por liquidez. En primer lugar, el motivo de precaución, ya que los agentes prefieren tener liquidez en caso de que ocurra algún evento desafortunado e imprevisto. El siguiente es el motivo de facilidad de transacción el cual explica que los individuos prefieren tener efectivo en manos para realizar las transacciones básicas. Por último, el tercer motivo es el de especulaciones que se refiere a la aversión que tienen los inversionistas para invertir e inmovilizar su capital de inversión en el presente por temor a perder otra mejor oportunidad en el futuro.

### **1.1.3 Teoría de los mercados segmentados**

Esta teoría, desarrollada por Culberson en 1957, sostiene que no hay relación inherente entre las tasas de interés de corto plazo con las de largo plazo, porque los mercados que demandan bonos de diferentes tiempos de maduraciones son distintos y por lo tanto los rendimientos de instrumentos con un tipo de maduración no pueden utilizarse para pronosticar rendimientos de instrumentos con otros tiempos de maduración. Como lo dice García(2011), esta teoría no tiene ninguna implicación empírica explícita.

### **1.1.4 Teoría del hábitat preferido**

Esta teoría fue establecida por Modigliani y Sutch en 1966. Esta teoría es parecida a la teoría de mercados segmentados en cuanto a que reconoce la existencia de grupos heterogéneos de agentes que tienen preferencias por instrumentos de distintos vencimientos. En esta teoría se propone que los rendimientos se determinan por la oferta y demanda, esto es, cada agente oferta o demanda instrumentos, dado su hábitat preferido de madurez (preferencias, restric-

ciones legales, necesidades de financiamiento y horizonte de inversión).

Cada agente que se encuentra en su hábitat preferido puede ser inducido a dejar su mercado para moverse al otro si existen condiciones mejores y suficientemente atractivas en el otro, como pueden ser mejores rendimientos. Si las condiciones no son suficientemente atractivas para cambiar, los agentes permanecen en su mercado, generando mercados segmentados.

Observe que la diferencia entre la teoría de mercados segmentados y la del hábitat preferido es que en la primera teoría las preferencias por instrumentos de cierta madurez son totalmente rígidas mientras que en la teoría del hábitat preferido no lo son. Además, en esta teoría, los autores argumentan que las primas de riesgo por madurez pueden ser positivas o negativas sin que esto signifique la existencia de algún patrón de la madurez. Melino(1986) asegura que no existe evidencia empírica de que cambios en la riqueza, cambios en las preferencias de los inversionistas o cambios en la distribución de los rendimientos afecten el comportamiento de la prima por la madurez.

### **1.1.5 Teoría de la valuación de activos financieros**

Cochrane(2005) explica que la teoría de valuación de activos financieros explica el comportamiento de los precios de los activos. Un precio bajo implica una alta tasa de retorno, así que esta teoría está enfocada a explicar por qué algunos activos pagan mayores tasas de retorno que otros activos. Toda la teoría de activos financieros se basa en lo siguiente: “El precio de cualquier activo es igual al valor esperado descontado del payoff.”(Cochrane, 2005, p.xiii)

Esta teoría propone que, en cada periodo, en una economía sin oportunidades de arbitraje, un inversionista debe decidir cuánto ahorrar (invertir) y cuánto consumir, así como elegir el portafolio que va a mantener, el resultado central de esta teoría resulta de las condiciones de primer orden de tomar dicha decisión (Cochrane, 2005):

$$p_t = E_t[\beta \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} x_{t+1}] \quad (1.1)$$

donde  $p_t$  representa el precio del portafolio,  $x_{t+1}$  representa al payoff del portafolio que incluye cualquier dividendo pagado durante la tenencia de los activos,  $\beta$  es el factor de descuento y  $u'(c_t)$  representa a la utilidad marginal de consumo en el periodo  $t$ . Cuando el portafolio contiene únicamente bonos cupón cero se tiene  $x_{t+1} = p_{t+1}$  pues no hay dividendos por pagar. Definimos al factor de descuento estocástico (FDE) como:

$$m_{t+1} = \beta \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \quad (1.2)$$

observe que  $m_{t+1}$  es la tasa descontada a la cual el investigador está dispuesto a sustituir consumo en el periodo  $t + 1$  por consumo en el periodo  $t$ .

Así, el precio de cualquier bono cupón cero puede obtenerse mediante:

$$p_t = E_t[m_{t+1}p_{t+1}] \quad (1.3)$$

es decir, el precio de cualquier bono cupón cero es igual al FDE multiplicado por el precio del bono en el siguiente periodo. Algunos autores (Cochrane, Piazzesi, entre otros) sugieren que el resultado fundamental de la teoría de valuación de activos financieros es que en ausencia de arbitraje existe un factor de descuento estocástico tal que cumple con la ecuación anterior y que algunas propiedades del FDE caracterizan a la ETTI.

Para ver lo anterior considere el caso de un bono nominal genérico de maduración  $n$ , el cual tiene un precio de  $p_t(n)$ , se sigue que:

$$p_t^n = E_t[m_{t+1}p_{t+1}^{n-1}]$$

Iterando la ecuación anterior, se sigue que:

$$p_t^n = E_t[m_{t+1}E_{t+1}[m_{t+2}p_{t+2}^{n-2}]]$$

Utilizando la ley de esperanzas iteradas, se obtiene:

$$p_t^n = E_t[m_{t+1}m_{t+2}p_{t+2}^{n-2}]$$

Realizando el mismo procedimiento  $n - 2$  veces, se obtiene:

$$p_t^n = E_t[m_{t+1}m_{t+2}m_{t+3}\dots m_{t+n}p_{t+n}^0]$$

Sin pérdida de generalidad, asumiendo que el valor nominal (VN) del bono es igual a 1, y debido a que  $p_{t+n}^0 = VN$  entonces:

$$p_t^n = E_t[m_{t+1}m_{t+2}m_{t+3}\dots m_{t+n}] \quad (1.4)$$

Donde la ecuación anterior ilustra la relación que existe entre los rendimientos de bonos cupón cero y el comportamiento de factor de descuento estocástico. En este caso se desarrolló el FDE nominal, si se quita el efecto de la inflación se obtiene en términos reales, es decir, la relación entre ambos factores está dada por:

$$\hat{m}_{t+1} = \frac{m_{t+1}}{1 + \pi_{t+1}} \quad (1.5)$$

$\hat{m}_{t+1}$  es el FDE real y  $\pi_{t+1}$  es la inflación de un periodo de  $t$  a  $t + 1$ .

Como se mencionó anteriormente, los rendimientos reales representan a los rendimientos de un bono cupón cero indexado a la inflación, a continuación se describe la estructura de estos instrumentos.

## 1.2 Bonos indexados a la inflación

La inflación representa un problema al retorno de las inversiones, para evitarlo los inversionistas deben enfocarse en el rendimiento real de sus inversiones, esto es, ajustar el rendimiento nominal por la inflación. El retorno real de una cartera es el resultado de restar la tasa de inflación al retorno nominal de la misma cartera.

Los bonos indexados a la inflación ayudan a que los inversionistas se protejan de los efectos negativos que tiene la inflación. El objetivo de los bonos indexados a la inflación es garantizar el poder adquisitivo relacionando directamente los rendimientos con la inflación.

Muchas economías tanto desarrolladas como en vías de desarrollo tienen un mercado de bonos de este estilo, tal es el caso de Estados Unidos, Japón, Alemania, Francia, México, Argentina, Chile, Colombia, entre otros.

Debido a que la ETTI real está determinada a partir de los rendimientos de bonos cupón cero indexados a la inflación, en este trabajo se hace especial énfasis en esta clase de activos.

Para el caso mexicano dichos bonos se denominan UDIBONOS. BANXICO (1999) define: “Los UDIBONOS son bonos de Desarrollo del Gobierno Federal denominados en Unidades de Inversión”.<sup>1</sup>

En el siguiente capítulo se describe la literatura que existe sobre el tema así como una breve descripción de la contribución de este trabajo a la misma. El capítulo 3 describe el modelo que se utiliza para modelar la ETTI real en México. Más adelante ,en el capítulo 4, se describen las series de tiempo de las variables utilizadas para modelar la ETTI real, además se presentan los principales estadísticos de dichas series temporales. En el capítulo 5 se describe el proceso de estimación del modelo y se presentan los resultados más importantes de realizar dicho ejercicio, además se presentan pruebas de ajuste y capacidad de predicción de los modelos que se estiman, los cuales son: Modelo con factores latentes únicamente (Rendimientos diarios y mensuales), Modelo con variables macroeconómicas (IGAE, inflación y tipo de cambio real).

---

<sup>1</sup>La descripción técnica de esta clase de activos se encuentra en la página web <http://www.banxico.org.mx>

## Capítulo 2

### Revisión de literatura

Existe gran literatura sobre estructura temporal de tasas de interés, tanto teórica como experimental. Uno de los pioneros es Vasicek que en 1977 desarrolló su modelo para describir la evolución de las tasas de interés, dicho modelo es de factores, sin embargo solo considera un factor para describir la ETTI nominal y ese factor es la tasa de interés de corto plazo. Posteriormente Cox, Ingersoll, y Ross(1985) desarrollan un modelo muy parecido al de Vasicek en el cual incorporan el hecho de que mayores tasas de interés parecen ser más volátiles.

Tiempo después Nelson y Siegel(1987) presentan un modelo paramétrico y parsimonioso que es independiente de la teoría de las expectativas, el modelo que ellos presentan es en esencia un modelo de factores para describir la ETTI nominal de EUA.

En 1991 Litterman y Scheinkman utilizan el método de componentes principales para encontrar los factores latentes de su modelo y asocian a dichos factores con el “nivel”, “pendiente” y “curvatura” de la ETTI nominal.

Posteriormente, en 2003 Ang y Piazzesi describen la dinámica de la ETTI para Estados Unidos utilizando datos de bonos nominales cupón cero con maduraciones de 1, 3, 12, 36 y 60 meses durante junio de 1952 a diciembre del 2000. Ellos generan un vector autoregresivo para los rendimientos de los bonos, en un escenario libre de arbitraje, el cual incluye variables latentes y variables macroeconómicas. Como variables macroeconómicas utiliza dos grupos

tomando el primer componente principal de cada uno, el primer grupo lo llaman “inflación” y al segundo “actividad real”. Para el primer grupo se considera la información de distintos indicadores de inflación: CPI(Consumer Price Index), PPI(Producer Price Index) y los precios de mercado spot de commodities (spot market commodity prices), por otro lado para generar el indicador de actividad real consideran el índice de Help Wanted Advertising in Newspapers, la tasa de desempleo, la tasa de crecimiento de empleo y la tasa de crecimiento de producción industrial. El proceso de estimación es mediante máxima verosimilitud tal y como lo desarrollan Chen y Scott(1993). Como resultado de su trabajo encuentran que los factores macroeconómicos (inflación y actividad real) explican alrededor del 85% de los movimientos de las tasas de interés de corto y mediano plazo y explican aproximadamente el 40% de los movimientos de la tasa de interés de largo plazo. Además concluyen que incorporando los factores macroeconómicos se mejoran los pronósticos.

Un año más tarde Seppälä(2004) en uno de los primeros trabajos en los que se consideran bonos indexados a la inflación para la modelación de la ETTI real. Utiliza la información de los bonos indexados a la inflación del Reino Unido y hace una breve comparación entre la ETTI real y la ETTI nominal y concluye que teniendo la dinámica de la ETTI real y de la ETTI nominal se puede obtener la estructura temporal de las expectativas de la inflación sosteniendo que es crucial entender cuáles son las expectativas de inflación que impulsan al mercado. Dado que es un artículo relativamente antiguo no llega a establecer ninguna relación entre la ETTI nominal y la ETTI real dejándolo como investigación futura.

En 2012 Hamilton y Wu estimaron el mismo modelo de Ang y Piazzesi(2003) utilizando un método de estimación basado en la minimización del estadístico  $\chi^2$  en lugar del método de MV. El resultado fue que los resultados son equivalentes y se tiene la ventaja de ser más fácil de estimar en términos computacionales.

Para la literatura mexicana Cortés y Ramos-Francia(2008) desarrollan y estiman un modelo afín que caracteriza la dinámica de la ETTI nominal en México. Estos autores se basan en el trabajo de Ang y Piazzesi(2003), sin embargo, su modelo se concentra en el uso de variables

latentes como variables explicativas de las tasas de interés y no toma en cuenta variables macroeconómicas para la descripción de la ETTI. Este modelo, a diferencia de la literatura existente, demuestra que dos factores latentes explican la mayor parte de los movimientos de la ETTI y no tres como en el modelo de Nelson y Siegel(1987). Para la estimación del modelo utiliza el método de máxima verosimilitud, como trabajo adicional ellos demuestran que para su periodo de muestra (junio 2001 a junio 2007) los datos se ajustan bien al modelo.

Cortés, Torres, y Ramos-Francia(2008) estudian la dinámica de la estructura temporal de tasas de interés en México mediante una modelo de factores y encuentran que dos factores latentes explican más del 95% de la variación en la tasa de interés nominal.

Por último, en el trabajo más reciente Elizondo(2013) muestra que un modelo afín de la estructura temporal de la tasa de interés, bajo ausencia de arbitraje, mejora los pronósticos de la ETTI. Utiliza un modelo similar a Cortés et al.(2008) con tres factores exógenos, generados por componentes principales y estimando los parámetros mediante el método de máxima verosimilitud.

A pesar de que existen trabajos en los cuales se modela la ETTI real, como el de Aruoba(2014) o Seppälä(2004) para el caso de la literatura mexicana, no existe vasta cantidad de trabajos en los que se estime un modelo afín de la ETTI real, es por eso que este trabajo tiene el objetivo de aportar a la literatura un modelo afín de la ETTI real para México utilizando el modelo de Ang y Piazzesi(2003) estimándolo con el método de Hamilton y Wu(2012), así mismo se hace una comparación con resultados de la ETTI nominal en México, específicamente con los resultados de Cortés et al.(2008).

# Capítulo 3

## Modelo empírico

Se describe el modelo que presentan Ang y Piazzesi(2003), que es un modelo discreto de la estructura temporal. El modelo combina variables macroeconómicas con factores latentes y en el mismo se asume que los precios del mercado de riesgo varían en el tiempo.

### 3.1 Variables de estado

Suponga que existen  $K_1$  factores exógenos y  $K_2$  variables macroeconómicas que afectan la ETTI real, el vector de variables de estado de dimensión  $K = K_1 + K_2$ ,  $X_t = [X_t^1 \dots X_t^K]$ , sigue la dinámica de un vector autorregresivo Gaussiano de primer orden:

$$X_t = \mu + \Phi X_{t-1} + \Sigma \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim N(0, I) \quad (3.1)$$

donde  $\epsilon_t$  representa los choques estocásticos a las variables de estado.

### 3.2 Tasa de interés de corto plazo

Al igual que en el modelo de Ang y Piazzesi(2003) se asume que la tasa de interés de corto plazo, denotada por  $r_t$ , es una función afín del vector de variables de estado:

$$r_t = \delta_0 + \delta_1' X_t \quad (3.2)$$

con  $\delta_0$  una constante y  $\delta_1$  un vector de dimensión  $K$ .

### 3.3 Núcleo de los precios

En la literatura, se denomina al núcleo de los precios como factor de descuento estocástico (FDE) o Kernel de los precios. En su modelo Ang y Piazzesi(2003) se basan en el supuesto de ausencia de arbitraje para asegurar la existencia de una medida de probabilidad neutral al riesgo. Este resultado está demostrado por Harrison y Kreps(1979) quienes definen una medida neutral al riesgo, para activos que no pagan ninguna clase de dividendos, como una medida de probabilidad, denotada por  $P^Q$  sobre el espacio de medida  $(\Omega, F)$  (donde cada  $\omega \in \Omega$  representa un estado de la naturaleza), que tiene tres propiedades:

1.  $P$  y  $P^Q$  son equivalentes en el sentido probabilístico, esto es,  $P(B) > 0 (P(B) = 0)$  si y solo si  $P^Q(B) > 0 (P^Q(B) = 0)$  para  $B \in F$
2. La derivada de Randon Nikodym  $\rho = \frac{dP^Q}{dP}$  satisface  $E(\rho^2) < \infty$
3. Denotando el operador esperanza asociado a  $P^Q$  por  $E^Q[.]$ , se tiene que  $E^Q[Z_u] = Z_t$  para todo  $k = 1, \dots, K$  y  $u, t \in \mathbf{T}$  con  $t \leq u$

donde  $P$  y  $P^Q$  es la probabilidad física (o real) y la probabilidad neutral al riesgo, respectivamente.

La tercer propiedad es la que se menciona en Ang y Piazzesi(2003) para definir la medida neutral al riesgo, denotando a  $V_t$  como el precio en el periodo  $t$  de cualquier activo que no paga dividendos en el periodo  $t + 1$ , se tiene que el precio de este activo es igual al valor esperado del activo descontado por la tasa libre de riesgo del precio futuro del activo, bajo la misma medida, esto es  $V_t = E_t^Q[\exp(-r_t)V_{t+1}]$ .

La derivada de Randon Nikodym proporciona la relación entre la probabilidad neutral al riesgo y la probabilidad física (o real). Se define como la razón entre la probabilidad neutral al riesgo y la probabilidad física, denotada por  $\xi_t$ , dada por  $\xi_t = E_t[dP^Q/dP]$ . Por ello, para una variable aleatoria  $Z$  en el periodo  $t + 1$ , la derivada de Randon Nikodym permite convertir la medida neutral al riesgo a la medida real mediante la siguiente ecuación:

$$E_t^Q[Z_{t+1}] = E_t[\xi_{t+1}Z_{t+1}]/\xi_t \quad (3.3)$$

De esta manera, el supuesto de ausencia de arbitraje, o equivalentemente el supuesto de existencia de  $\xi_{t+1}$  permite valorar cualquier activo de la economía que no paga dividendos en el tiempo  $t + 1$ , particularmente los bonos indexados a la inflación cupón cero.

Se asume que  $\xi_{t+1}$  sigue un proceso log-normal, de tal forma que se satisface:

$$\xi_{t+1} = \xi_t \exp\left(-\frac{1}{2}\lambda_t' \lambda_t - \lambda_t \epsilon_{t+1}\right) \quad (3.4)$$

donde  $\lambda_t$  es un vector de dimensión  $K$  que representa los precios de mercado de riesgo, o primas de riesgo, asociadas con los factores de incertidumbre  $\epsilon_t$ . Se supone que dichas primas de riesgo siguen un proceso afín con las variables de estado, de manera que se satisface:

$$\lambda_t = \lambda_0 + \lambda_1 X_t \quad (3.5)$$

con  $\lambda_0$  un vector de dimensión  $K$  y  $\lambda_1$  es una matriz de dimensión  $K \times K$ .

Se define el Kernel de los precios como:

$$m_{t+1} \equiv \exp(-r_t) \xi_{t+1} / \xi_t \quad (3.6)$$

Sustituyendo la tasa corta en la ecuación anterior, se obtiene una expresión para el kernel de los precios, dada por:

$$m_{t+1} = \exp\left(-\frac{1}{2}\lambda_t'\lambda_t - \lambda_t\epsilon_{t+1} + \delta_0 + \delta_1'X_t\right) \quad (3.7)$$

La ecuación anterior representa al FDE en términos de primas de riesgo y tasa corta de interés.

### 3.4 Valuación de bonos

El factor de descuento estocástico permite valorar cualquier activo de una economía libre de arbitraje, mediante la expresión:

$$E_t[m_{t+1}R_{t+1}] = 1 \quad (3.8)$$

con  $R_{t+1}$  el rendimiento bruto de un activo de la economía en el tiempo  $t + 1$ .

Cuando se trata de un bono cupón cero con maduración de  $n$  periodos el rendimiento bruto está dado por  $R_{t+1} = P_{t+1}^{n-1}/P_t^n$ . Con  $P_t^n$  el precio en el periodo  $t$  de dicho bono. De esta forma, substituyendo en la ecuación (8) se obtiene una ecuación recursiva para calcular los precios de los bonos:

$$p_t^{n+1} = E_t[m_{t+1}p_{t+1}^n] \quad (3.9)$$

Además se sabe que el rendimiento continuamente compuesto de un bono cupón cero de maduración  $n$ ,  $y_t^n$ , está dado por:

$$y_t^n = -\frac{\log p_t^n}{n} \quad (3.10)$$

Asumiendo que el precio de un bono cupón cero es una función afín exponencial de las variables de estado, se tiene:

$$p_t^n = \exp(\bar{A}_n + \bar{B}_n'X_t) \quad (3.11)$$

donde los coeficientes  $\bar{A}_n$  y  $\bar{B}_n$  están dados por las ecuaciones recursivas:<sup>1</sup>

$$\bar{A}_{n+1} = \bar{A}_n + \bar{B}'_n(\mu - \Sigma\lambda_0) + \frac{1}{2}\bar{B}'_n\Sigma\Sigma'\bar{B}_n - \delta_0,$$

$$\bar{B}'_{n+1} = \bar{B}'_n(\phi - \Sigma\lambda_1) - \delta'_1.$$

Con  $\bar{A}_1 = -\delta_0$  y  $\bar{B}_1 = -\delta_1$ . Por último, de la ecuación (3.5) se sigue que:

$$y_t^n = A_n + B'_n X_t \quad (3.12)$$

donde  $A_n = -\frac{\bar{A}_n}{n}$  y  $B_n = -\frac{\bar{B}_n}{n}$ . Obteniendo así que los rendimientos de los bonos cupón cero son funciones lineales del vector de variables de estado.

La ecuación (3.12) presenta la relación entre los rendimientos y las variables de estado, a la cual se llegó partiendo de condiciones de ausencia de arbitraje y donde los coeficientes son funciones recursivas. Lo anterior representa el hecho de que los rendimientos de diferentes maduraciones dependen unos de otros, en otras palabras, las condiciones de no arbitraje imponen restricciones cruzadas a los rendimientos, de esta manera los coeficientes no deben ser estimados sin considerar dichas restricciones.

Las ecuaciones (3.1), (3.2), (3.7) y (3.12) forman el modelo en tiempo discreto Gaussiano de  $K$  factores que se encuentra entre los modelos afines de la ETTI.

---

<sup>1</sup>Ver apéndice A de Ang y Piazzesi(2003)

# Capítulo 4

## Datos y estadística descriptiva

### 4.1 Tasa de interés real

Se utiliza el promedio de los rendimientos cupón cero de UDIBONOS diarios de cada mes como el rendimiento mensual, para maduraciones de 1, 3, 10, 36 y 60 meses. La información con la que se trabajó comprende desde marzo de 2003 hasta diciembre de 2017. Los datos de los rendimientos cupón cero de los UDIBONOS fueron obtenidos de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV). La Figura 4.1 muestra las series de tiempo de dichos rendimientos, en esta imagen se puede observar que a partir de 2010 comenzaron a existir rendimientos negativos para los rendimientos de corto plazo (1 y 3 meses). Se observa también que, durante el periodo de muestra, existe una brecha entre los rendimientos de largo (36 y 60 meses) y corto plazo ya que están menos correlacionados entre sí. El cuadro 4.3 muestra el resultado anterior, esto es, se observa que los rendimientos con tiempos de maduración cercanos tienen alta correlación y que los rendimientos con maduraciones lejanas están menos correlacionados.

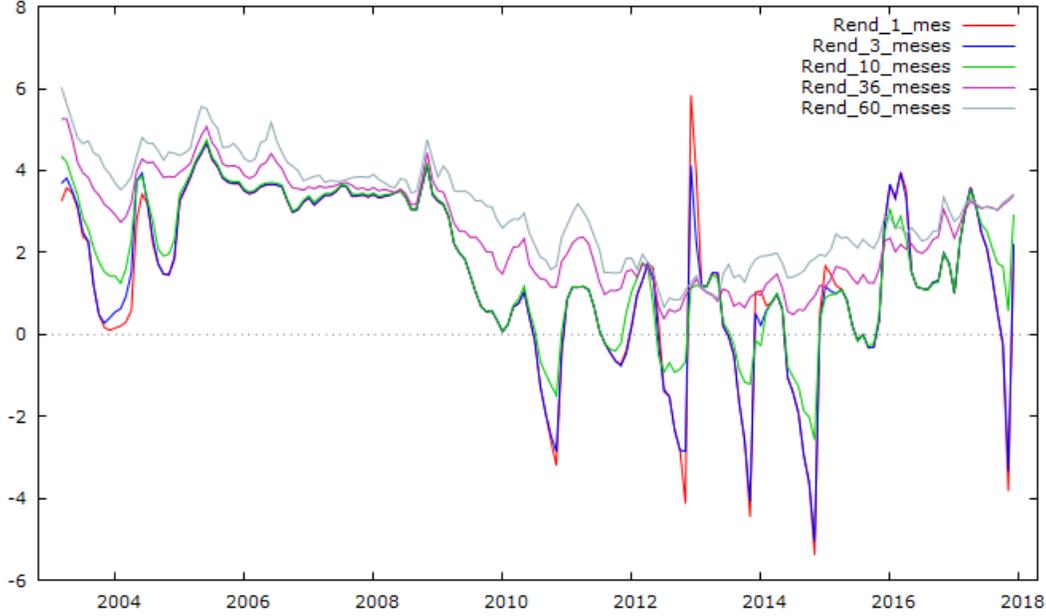
En la Figura 4.2 se aprecia la evolución de las diferentes estructuras de tasas reales de corto, mediano y largo plazo, es decir, de 1, 10 y 60 meses, respectivamente.

En el cuadro 4.1 y 4.2 se puede apreciar algunos hechos estilizados<sup>1</sup> que los datos cumplen. En el cuadro 4.1 se observa que las desviaciones estándar disminuyen conforme aumenta el

---

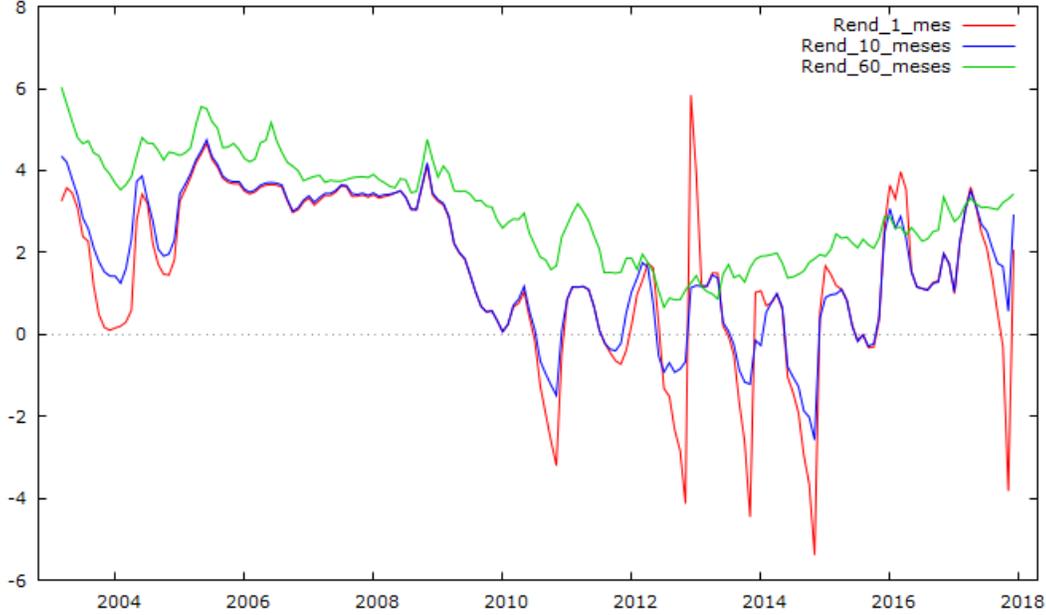
<sup>1</sup>Hechos estilizados para rendimientos nominales. Ver Ang y Piazzesi(2003) y Cortés et al.(2008)

Figura 4.1: Estructura temporal de la tasa de interés real para diversos vencimientos



Fuente: Elaboración propia con datos de la Bolsa Mexicana de Valores

Figura 4.2: Estructura temporal de la tasa de interés real de corto, mediano y largo plazo



Fuente: Elaboración propia con datos de la Bolsa Mexicana de Valores

tiempo de maduración, por otro lado en el cuadro 4.2 se aprecia que los rendimientos están altamente correlacionados con los rendimientos de más largas maduraciones más autocorrelacionados con sus primeros tres rezagos.

Cuadro 4.1: Estadísticos principales de los rendimientos

Variable	Media	Mínimo	Máximo	Desv. Típ.	C.V.
1_mes	1.50086	-5.38564	5.83729	2.03371	1.35503
3_meses	1.51181	-5.06555	4.67804	1.98118	1.31047
10_meses	1.73906	-2.57464	4.74360	1.65434	0.95128
36_meses	2.56586	0.37969	5.25980	1.25541	0.48927
60_meses	3.06585	0.65791	6.03000	1.22362	0.39911

Fuente: Elaboración propia.

Cuadro 4.2: Autocorrelaciones de rendimientos

Variable	Rezago 1	Rezago 2	Rezago 3
1_mes	0.7960***	0.6314***	0.5145***
3_meses	0.8453***	0.7062***	0.5803***
10_meses	0.9334***	0.8455***	0.7506***
36_meses	0.9659***	0.9197***	0.8791***
60_meses	0.9624***	0.9190***	0.8823***

Fuente: Elaboración propia.

El cuadro 4.3 muestra la matriz de correlación de los rendimientos con distintas maduraciones, en ella se aprecia que los datos cumplen con otro hecho estilizado <sup>2</sup> y es que los rendimientos de maduraciones cercanas están altamente correlacionadas, por ejemplo, la correlación entre los rendimientos con maduración de 1 mes y 3 meses es de 0.99 y, de 0.97 la correlación entre los rendimientos con maduración de 36 meses y 60 meses.

<sup>2</sup>Hecho estilizado para rendimientos nominales.

Cuadro 4.3: Coeficientes de correlación

R_1_mes	R_3_meses	R_10_meses	R_36_meses	R_60_meses	
1.0000	0.9912	0.9158	0.7444	0.6867	R_1_mes
	1.0000	0.9502	0.7943	0.7375	R_3_meses
		1.0000	0.9143	0.8493	R_10_meses
			1.0000	0.9733	R_36_meses
				1.0000	R_60_meses

Fuente: Elaboración propia.

## 4.2 Variables macroeconómicas

### 4.2.1 Inflación

Se utiliza la variable “inflación mensual interanual” en el mismo periodo de tiempo (2003:03-2017:12), los datos fueron obtenidos de la base de datos del Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI). Para fines ilustrativos, en la figura 4.3 se muestra la evolución de dicha variable en el tiempo. Se puede apreciar que en los últimos dos años, la inflación ha alcanzado su nivel mínimo y al mismo tiempo su nivel máximo, observados desde marzo de 2003. El cuadro 4.4 muestra algunos de sus principales estadísticos.

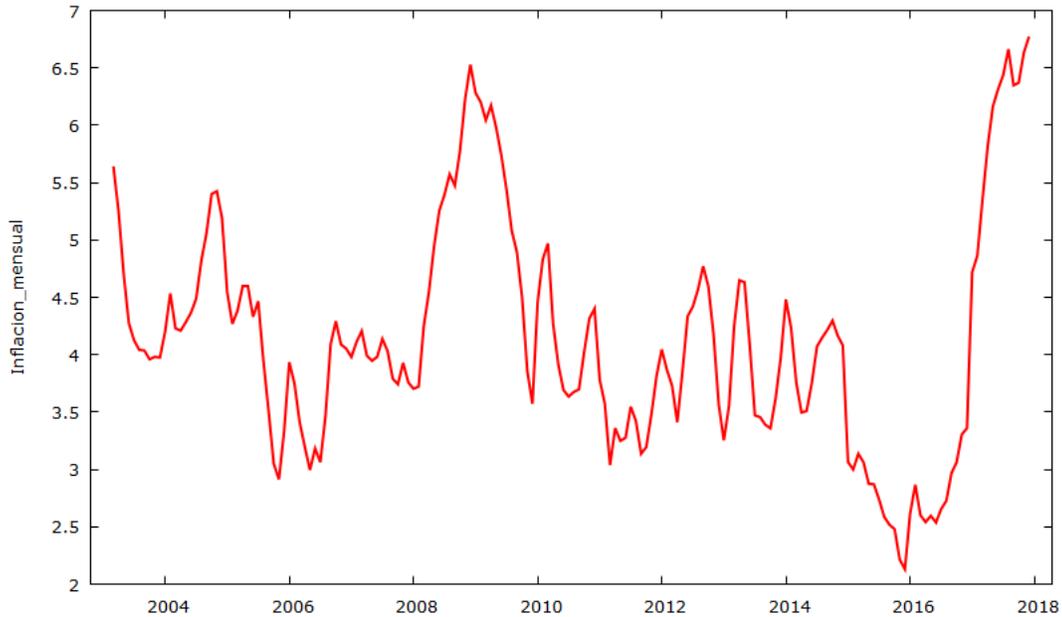
A pesar de que se está trabajando con rendimientos reales, debido a que existe un desfase en la indexación del rendimiento de los UDIBONOS y la tasa de interés real, la inflación podría aún afectar la ETTI real. Es por esto que la inflación se incorporará al modelo.

Cuadro 4.4: Estadísticos principales de la inflación interanual

Media	Mediana	Mínimo	Máximo	Desv. Típ.
4.14324	4.04015	2.13081	6.77305	1.00853

Fuente: Elaboración propia..

Figura 4.3: Inflación mensual interanual



Fuente: Elaboración propia con datos de INEGI

#### 4.2.2 Índice de tipo de cambio real bilateral con EUA

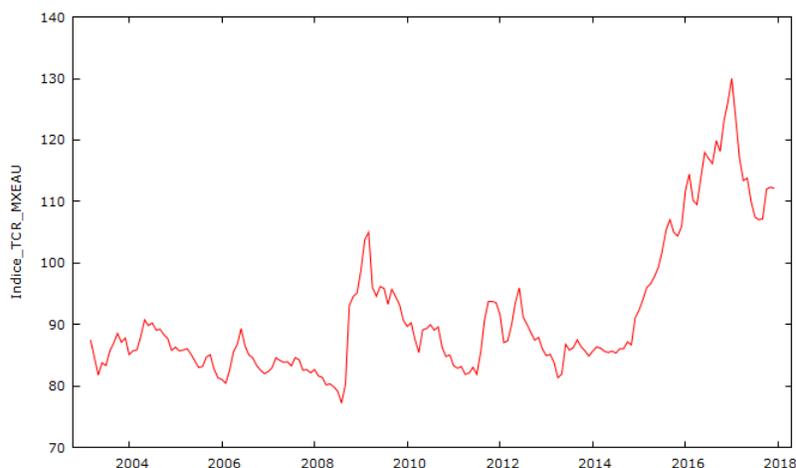
La serie temporal de este índice fue obtenida de la base de datos de BANXICO, tiene base 2010 y es información mensual. La serie de esta variable se muestra en la figura 4.4, se observa que existe tendencia positiva en esta variable y que en los últimos cuatro años éste índice ha incrementado su valor más rápidamente comparado a como se venía dando desde marzo de 2003. El cuadro 4.5 muestra los principales estadísticos de esta variable.

Cuadro 4.5: Estadísticos principales del índice de tipo de cambio real

Media	Mediana	Mínimo	Máximo	Desv. Típ.
91.547	87.077	77.213	130.00	11.081

Fuente: Elaboración propia..

Figura 4.4: Índice de tipo de cambio real MX-EUA



Fuente: Elaboración propia con datos de BANXICO

### 4.2.3 Índice global de la actividad económica

“El indicador global de la actividad económica permite conocer y dar seguimiento a la evolución del sector real de la economía en el corto plazo”, INEGI.<sup>3</sup>

La serie temporal de este índice es de periodicidad mensual y se obtuvo de la base de datos de INEGI. Comprende desde marzo de 2003 a diciembre de 2017 y es base 2013. Los estadísticos principales se muestran en el cuadro 4.6.

Cuadro 4.6: Estadísticos principales del IGAE

Media	Mediana	Mínimo	Máximo	Desv. Típ.
95.0487	92.7864	79.9640	112.600	8.93704

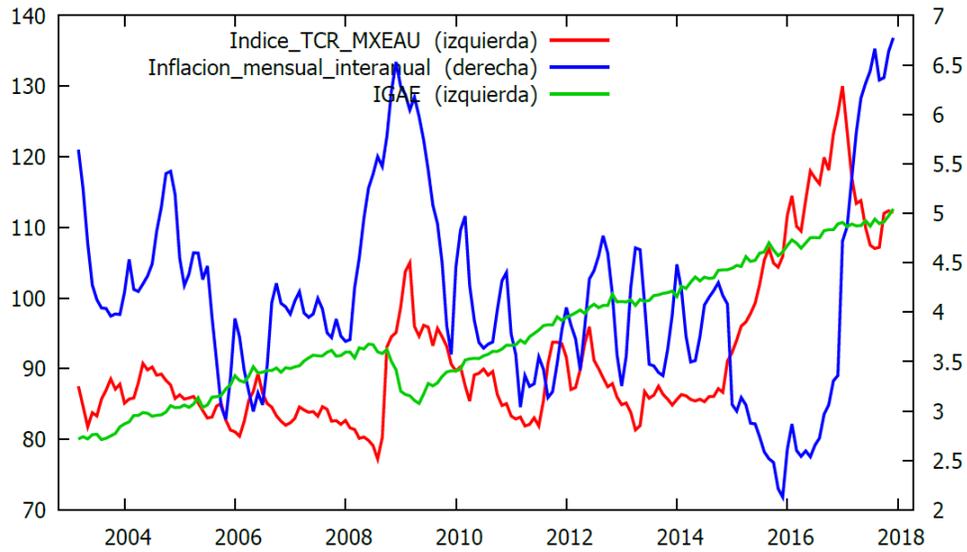
Fuente: Elaboración propia..

La figura 4.5 muestra las series temporales de las tres variables macroeconómicas inflación, IGAE y tipo de cambio real.

Se observó que la inflación tiene baja correlación (0.0305) con el tipo de cambio real que a

<sup>3</sup><http://www.inegi.org.mx>

Figura 4.5: Índice de tipo de cambio real vs Inflación vs IGAE



Fuente: Elaboración propia.

su vez muestra 0.6570 de correlación con el IGAE que es relativamente alta, por último, IGAE tiene  $-0.1827$  de correlación con la inflación, correlación relativamente baja.

# Capítulo 5

## Estimación

### 5.1 Metodología: Minimum-Chi-Square

Los parámetros del modelo se identifican y estiman mediante el método Minimum-Chi-Square (MCS), que se describe con mayor detalle en Hamilton y Wu(2012). Se emplea este método y no el método convencional para identificar y estimar modelos afines gaussianos de la ETTI, el método de máxima verosimilitud (MV), ya que como lo demuestran Hamilton y Wu, el método MCS es una alternativa más fácil de computar y es asintóticamente equivalente al método de MV. La metodología requiere la misma cantidad de factores como cantidad de rendimientos calculados sin error para la obtención de los factores latentes, se seleccionaron los rendimientos de 1, 10 y 60 meses para ser calculados sin error.

El programa fue desarrollado en MATLAB y compartido por los autores en su página web

<sup>1</sup>. En el siguiente capítulo se presentan los principales resultados de la estimación del modelo.

---

<sup>1</sup>Ver <https://sites.google.com/site/jingcynthiawu/home/hw1-code>

# Capítulo 6

## Resultados

### 6.1 Modelo con variables latentes únicamente: Rendimientos diarios

Se utilizan los rendimientos diarios (semana de 5 días) de los rendimientos cupón cero de UDI-BONOS.

#### 6.1.1 Factores latentes: Nivel, pendiente y curvatura de la ETTI real

En la literatura se denominan nivel, pendiente y curvatura a los tres factores latentes que describen la estructura de la tasa de interés<sup>1</sup>. Estimar los factores no observables puede hacerse mediante componentes principales como lo hace Elizondo, otra manera de hacerlo y la cual se adoptó en este trabajo, siguiendo a Ang y Piazzesi, se proponen tres rendimientos representativos como rendimientos sin error y, posteriormente, realizando una serie de operaciones algebraicas se obtienen aproximaciones de dichos factores no observables.

Como Ang y Piazzesi, se define el nivel de la ETTI real como  $(y_t^1 + y_t^{10} + y_t^{60})/3$ , la pendiente como  $y_t^{60} - y_t^1$  y la curvatura como  $y_t^1 - 2y_t^{10} + y_t^{60}$ . De este modo, se le asignan los nombres de: factor nivel, factor pendiente y factor curvatura, a los factores no observables que

---

<sup>1</sup>Ver (Litterman y Scheinkman, 1991)

tengan el mayor valor absoluto del coeficiente de correlación con el nivel, pendiente y curvatura, respectivamente. De esta manera se obtuvo que el factor nivel, correspondiente al tercer factor no observable, tiene una correlación de 98% con el nivel de la ETTI. El factor pendiente, ligado al factor latente número uno, tiene 48% de correlación absoluta con la pendiente de la ETTI real. Por último, el segundo factor no observable denominado factor de curvatura, tiene 37% de correlación con la curvatura de la ETTI real.

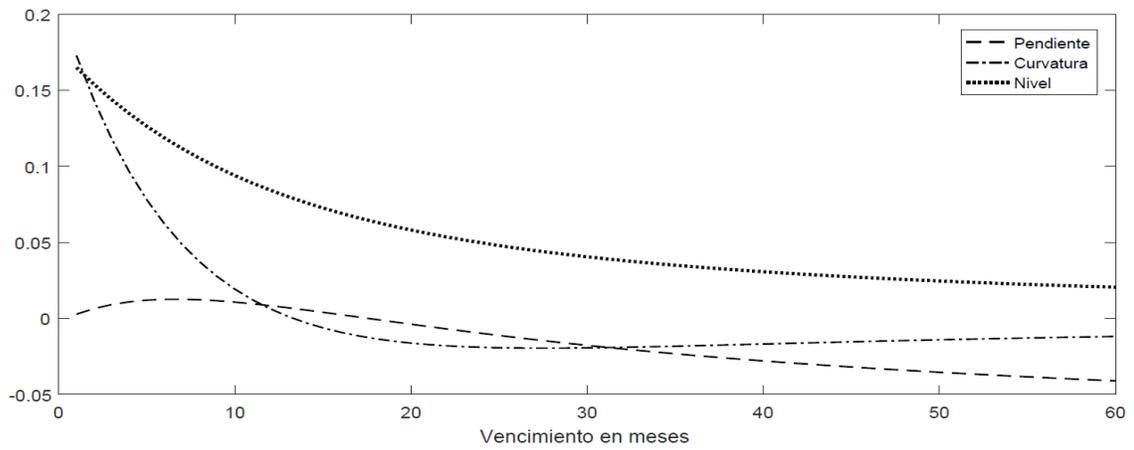
La Figura 6.1 muestra los coeficientes asociados a los tres factores latentes de la estructura de la tasa de interés real en México. Se observa que el nivel es decreciente para todas las maduraciones hasta los 60 meses, la pendiente es creciente hasta la maduración de 10 meses y posteriormente decreciente, la curvatura es decreciente durante los primeros 25 meses de maduración y posteriormente comienza a crecer.

Comparando esta gráfica con la gráfica de la Figura 6.2, que presentan Cortés et al.(2008), el nivel de la ETTI real es inverso al de la ETTI nominal durante los primeros 5 meses de maduración, posteriormente ambas son decrecientes. La pendiente se comporta de la misma manera ya que es decreciente desde el primer mes de maduración hasta los 60 meses. Por su parte, la curvatura se comporta de forma inversa ya que para la ETTI real es creciente durante los primeros 10 meses y la ETTI nominal en ese periodo es decreciente, pasando ese plazo la curvatura de la ETTI real es decreciente y la de la ETTI nominal es creciente.

### **6.1.2 Solución al modelo**

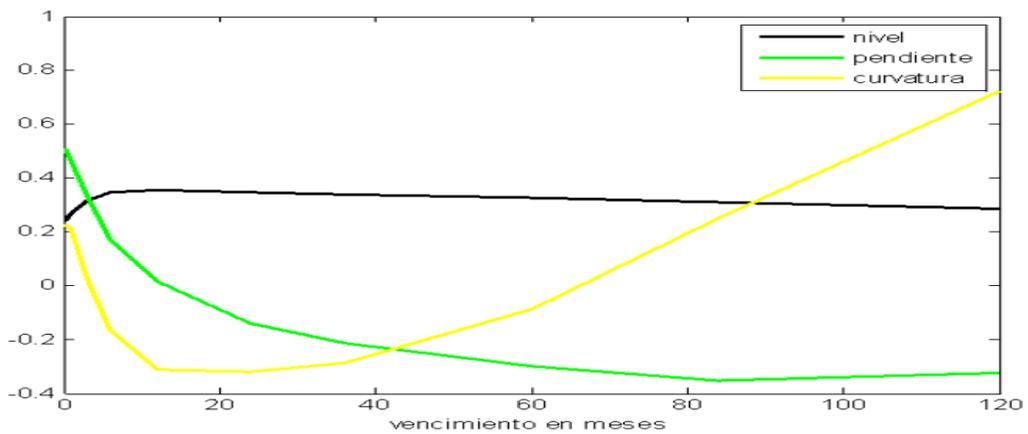
Los valores de los parámetros y su error estándar se muestran en el cuadro 6.1. La mayoría de los estimadores son significativos al 5%, otros resultan no significativos, tal es el caso de  $\delta_0$  y las primeras entradas de  $\lambda_1$  que corresponden al segundo y tercer factor no observables (curvatura y nivel, respectivamente) (0.2042,  $-0.4932$ ), así como la entrada de segunda entrada de  $\lambda_1$  correspondiente al factor nivel ( $-0.1629$ ).

Figura 6.1: Nivel, pendiente y curvatura de la ETTI real en México



Fuente: Elaboración propia.

Figura 6.2: Nivel, pendiente y curvatura de la ETTI nominal en México



Fuente: (Cortés et al., 2008)

Cuadro 6.1: Modelo de factores latentes: Rendimientos diarios

Parámetro	F1: Pendiente	F2: Curvatura	F3: Nivel
$\mu$	[-1.5178 (0.0823)]	[-0.7587 (0.2956)]	[1.4026 (0.1791)]
$\delta_0$	[1.0931 (0.6401)]		
$\delta_1$	[0.0027 (0.0034)]	[0.1728 (0.0040)]	[0.1649 (0.0025)]
$\Sigma$		$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	
$\lambda_0$	[1.5178 (0.0823)]	[0.7587 (0.2956)]	[-1.4026 (0.1791)]
$\lambda_1$	$\begin{bmatrix} -0.0095 \\ 0.0004 \\ -0.0022 \\ 0.004 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.0550 \\ 0.1242 \\ -0.0007 \\ 0.0047 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.0191 \\ 0.1990 \\ 0.1254 \\ 0.0033 \end{bmatrix}$
$\Phi$	$\begin{bmatrix} 1.0048 \\ 0.05847 \\ -0.0169 \\ 0.0048 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0.86624 \\ -0.2180 \\ 0.00461 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.86608 \\ 0.00272 \end{bmatrix}$

Fuente: Elaboración propia.

### 6.1.3 Ajuste del modelo

La figura 6.3 muestra el ajuste de los datos pronosticados a los datos observados. Se observa que los rendimientos de corto plazo se ajustan a los datos de manera casi perfecta, mientras que para los rendimientos de largo plazo el ajuste es bajo.

El cuadro 6.2 muestra la medida de bondad de ajuste  $R^2$  del modelo con rendimientos reales diarios.

Cuadro 6.2: Ajuste del modelo

Maduración	1 M	3 M	6 M	10 M	24 M	36 M	60 M	84 M	120 M
$R^2$	1	0.9904	0.9814	1	0.9513	0.9784	1	0.9731	0.8945

Fuente: Elaboración propia.

### 6.1.4 Pronósticos fuera de la muestra

Se tomaron en cuenta observaciones de enero de 2018 a marzo de 2018, en total 65 observaciones fuera de la muestra. Se simuló el resultado 10,000 veces obteniendo así pronósticos de los 65 datos cuyo RMSE se muestra en el cuadro 6.3.

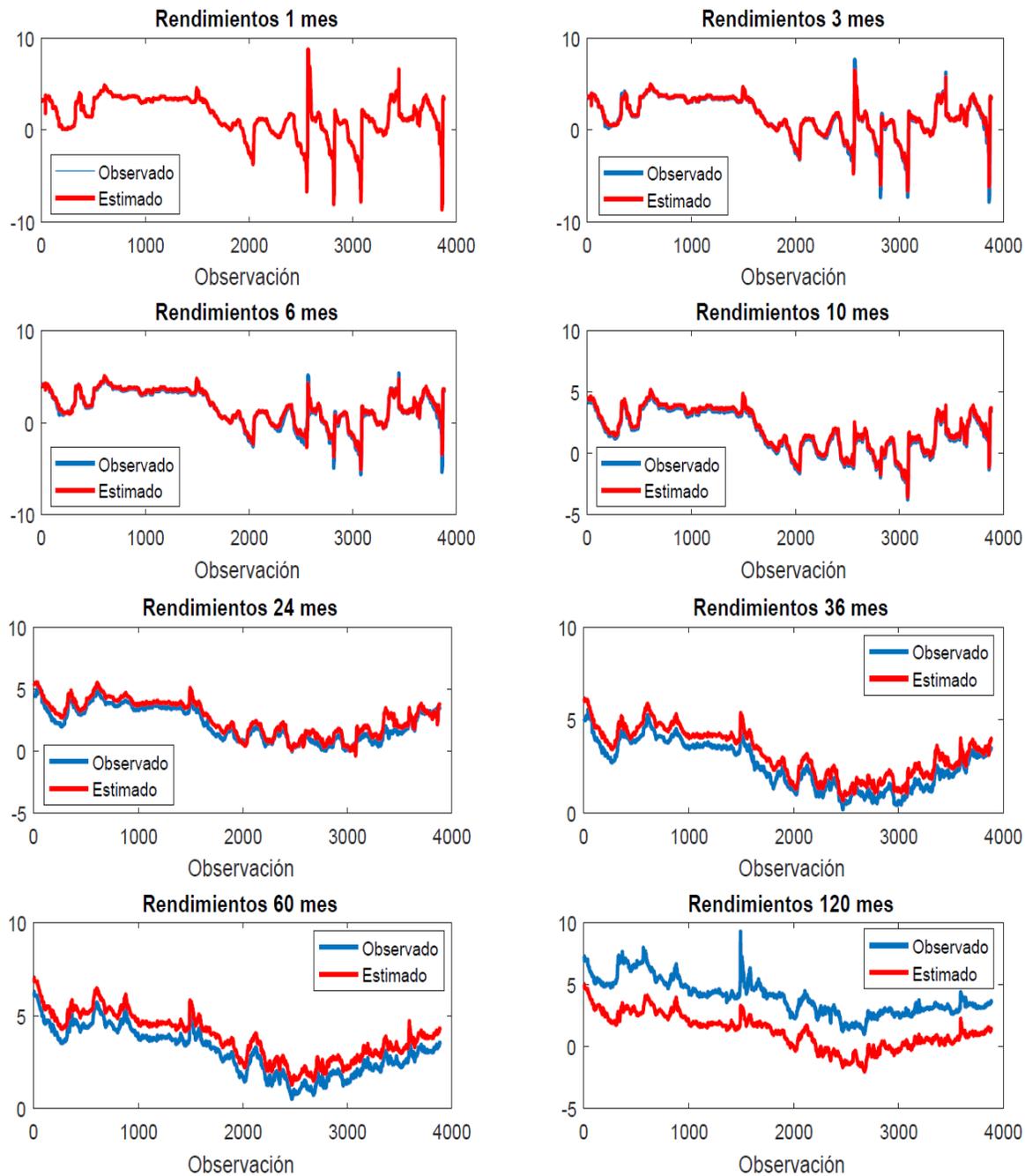
Cuadro 6.3: Pronóstico fuera de la muestra

Maduración	1 M	3 M	10 M	24 M	36 M	60 M	84 M	120 M
RMSE	0.3672	0.3796	0.4010	0.1154	0.0848	0.4252	0.1156	5.24

Fuente: Elaboración propia.

Se observa que para rendimientos de corto y mediano plazo, la capacidad de predicción del modelo es bastante buena, sin embargo los rendimientos de largo plazo sufren baja capacidad de predicción y esto se debe a que el ajuste para estos rendimientos de largo plazo es igualmente bajo.

Figura 6.3: Ajuste del modelo con rendimientos reales diarios



Fuente: Elaboración propia.

## 6.2 Modelo con factores latentes únicamente: Rendimientos mensuales

Se realiza el ejercicio anterior con rendimientos mensuales que fueron obtenidos promediando los rendimientos diarios de cada mes. De este ejercicio se concluyó que el primer factor no observable es el factor nivel, el segundo factor latente es el factor curvatura y el tercer factor no observable es el factor pendiente.

### 6.2.1 Solución al modelo: Valores de los parámetros

Los valores de los parámetros  $\mu$ ,  $\delta_0$ ,  $\delta_1$ ,  $\Sigma$ ,  $\lambda_0$ ,  $\lambda_1$  y  $\Phi$  se muestran en el Cuadro 6.4.

Cuadro 6.4: Modelo de factores latentes: Rendimientos mensuales			
Parámetro	F1: Nivel	F2: Curvatura	F3: Pendiente
$\mu$	[0.11876 (0.0159)]	-0.1799 (0.0381)	0.14858 (0.0542)
$\delta_0$	[0.01174] (0.0054)		
$\delta_1$	[0.00115 (0.0006)]	0.00648 (0.0007)	0.00853 (0.0004)
$\Sigma$		$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	
$\lambda_0$	[-0.1187 (0.0159)]	0.17997 (0.0381)	-0.1485 (0.0542)
$\lambda_1$		$\begin{bmatrix} -0.1817 & -0.2244 & -0.0137 \\ -0.0755 & -0.3199 & -0.1388 \\ -0.0357 & -0.1160 & -0.0716 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} (0.0336) & (0.0522) & (0.0345) \\ (0.0336) & (0.0717) & (0.0368) \\ (0.0351) & (0.0810) & (0.0626) \end{bmatrix}$
$\Phi$		$\begin{bmatrix} 1.01759 & 0 & 0 \\ -0.0557 & 0.88230 & 0 \\ -0.0322 & -0.1957 & 0.88233 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} (0.0121) & (0) & (0) \\ (0.0111) & (0.0193) & (0) \\ (0.0141) & (0.0190) & (0.0098) \end{bmatrix}$

Fuente: Elaboración propia.

En Ang y Piazzesi(2003) se toma a  $\delta_0$  como la media incondicional de las tasas cortas, en el presente caso el valor de  $\delta_0$  estimada es cercano al valor del promedio de las tasas cortas del periodo de muestra que es de 0.01500. La matriz  $\Sigma$  fue fijada como la matriz identidad, para facilitar los cálculos.

Los valores del vector  $\lambda_0$  asociados a los factores nivel y el factor pendiente son significativos y negativos. Basados en Ang y Piazzesi(2003), dado que  $\lambda_0$  contiene parámetros negativos se concluye que en promedio los rendimientos de bonos de largo plazo son más altos que los rendimientos de bonos de menos maduración.

Los valores de los parámetros de  $\lambda_1$  son significativos al 5% y son todos negativos. Dada la alta significancia de los parámetros de  $\lambda_1$  se concluye que los tres factores estimulan los movimientos en el tiempo de las primas de riesgo. Así, como  $\lambda_1$  determina la variación de las primas de riesgo en el tiempo, valores negativos en dicha matriz provocan mayores aumentos en los rendimientos de largo plazo comparado con los aumentos en los de corto plazo cuando se da un choque positivo a los factores.

La matriz  $\Phi$  contiene la información de las correlaciones y persistencias de los factores. Como se observa, el primer factor no observable es altamente persistente, mientras que los otros dos son menos persistentes y tienen nivel de persistencia muy parecida. Se observa también correlación baja pero significativa entre los factores latentes.

### **6.2.2 Ajuste del modelo**

En la Figura 6.4 se muestra el ajuste entre los datos pronosticados y los datos reales. Se aprecia que el modelo predice mejor las tasas cortas de interés reales. Los rendimientos pronosticados son prácticamente los mismos que los reales con maduración de un mes, mientras que los rendimientos pronosticados con maduración de 120 meses son menos precisos.

Los valores de ajuste del modelo ( $R^2$ ) se muestran en el cuadro 6.5. Los rendimientos de 1, 10 y 60 meses presentan  $R^2 = 1$  ya que estos rendimientos fueron seleccionados para ser calculados sin error. El valor del  $R^2$  entre los demás rendimientos estimados y observados es

relativamente alta.

Cuadro 6.5: Ajuste del modelo

Maduración	1 M	3 M	6 M	10 M	24 M	36 M	60 M	84 M	120 M
$R^2$	1	0.9932	0.9882	1	0.9549	0.9801	1	0.9730	0.8932

Fuente: Elaboración propia.

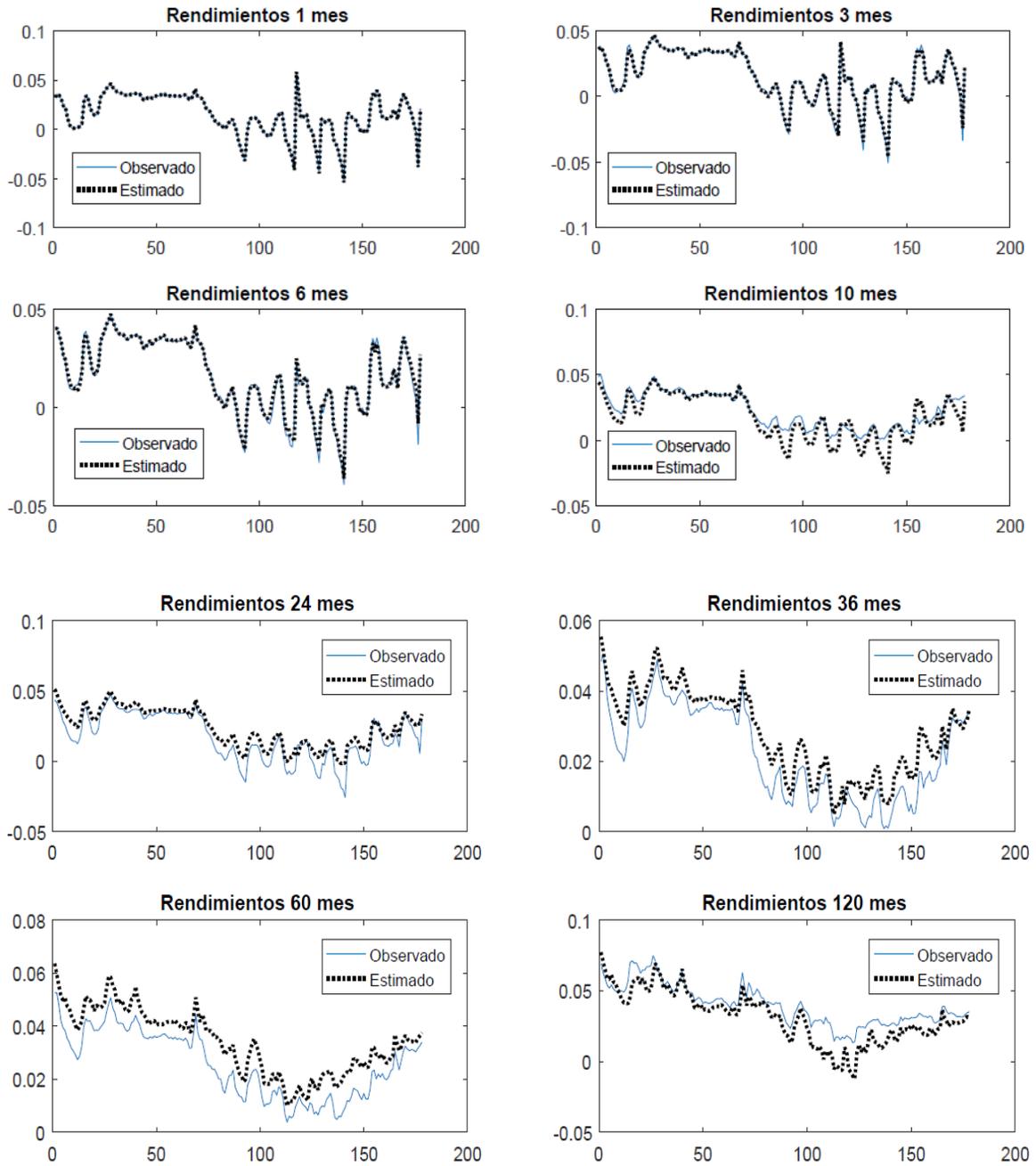
### 6.2.3 Pronósticos fuera de la muestra

Como criterio de evaluación del pronóstico se utilizan pronósticos fuera de la muestra. Los rendimientos mensuales fuera de la muestra se toman como el promedio de los rendimientos de UDIBONOS cupón cero diarios de cada mes para maduraciones de 1, 3, 10, 24, 36, 60, 84 y 120 meses para los meses de enero, febrero y marzo del año en curso. El cuadro 6.6 muestra el Root Mean Square Error (RMSE) de los pronósticos para los diferentes plazos, en meses, de maduración.

Como resultado se observa que el modelo pronosticó mejor los rendimientos con mayor plazo de maduración que aquellos rendimientos para bonos con tiempo de maduración más cercana. Los rendimientos de los UDIBONOS cupón cero con maduración de 60 meses son los que el modelo pronosticó con menor error y los rendimientos de UDIBONOS cupón cero con maduración de 1 mes fueron los que tienen mayor error en el pronóstico.

Se observó también que los promedios de los rendimientos diarios para cada mes, concretamente para las maduraciones de corto plazo, sufren cambios importantes de diciembre de 2017 a enero de 2018, cosa que no ocurre con rendimientos de largo plazo. Por ejemplo, para maduración de 1 mes, en diciembre de 2017 se tenía rendimiento promedio de 2.06 y en enero se registró de 3.49 y para rendimientos de 120 meses se registró rendimiento promedio de 3.51 en diciembre de 2017 y de 3.53 en enero de 2018. Lo anterior puede explicar la baja capacidad de predicción para rendimientos de corto plazo y alta para los de largo plazo.

Figura 6.4: Ajuste del modelo con rendimientos reales mensuales



Fuente: Elaboración propia.

No obstante lo anterior, el RMSE para los rendimientos de corto plazo es relativamente bajo si consideramos el ejercicio hecho con rendimientos diarios de largo plazo. Se debe considerar también que los datos fuera de la muestra son solo tres para cada plazo.

Cuadro 6.6: Pronóstico fuera de la muestra

Maduración	1 M	3 M	10 M	24 M	36 M	60 M	84 M	120 M
RMSE	1.1651	1.1562	1.0541	0.6350	0.2186	0.1712	0.3630	0.2036

Fuente: Elaboración propia.

## 6.3 Modelo con variables macroeconómicas

Como se mencionó anteriormente, las variables macroeconómicas que se seleccionaron para entender su relación con la ETTI real fueron: índice de tipo de cambio real, IGAE e inflación.

El resultado principal de este ejercicio es que la gran parte de los parámetros que describen el modelo son no significativos. Lo anterior implica que las tres variables macroeconómicas seleccionadas no aportan información nueva a los movimientos de la ETTI real.

### 6.3.1 Inflación y Tipo de cambio real

El resultado de proponer a la inflación y al tipo de cambio real como variables de estado, es que los coeficientes de la tasa de interés de corto plazo correspondientes a las variables macroeconómicas sí son significativos, lo cual quiere decir que ante cambios en dichas variables se ocasionan cambios en la tasa de interés real de corto plazo.

Sin embargo, debido a que los demás parámetros resultan no significativos, se concluye que en conjunto ambas variables no aportan información nueva sobre los movimientos de la ETTI real.

### **6.3.2 IGAE y Tipo de cambio real**

El resultado de realizar este ejercicio es que solo un parámetro es significativo al 10% que es el coeficiente de  $\delta_1$  que corresponde al primer factor latente. Lo anterior conduce a concluir que ambas, en conjunto, variables no aportan información nueva sobre los movimientos de la ETTI real.

### **6.3.3 Inflación e IGAE**

Los resultados de proponer a la inflación y al IGAE como variables de estado es que el parámetro  $\delta_0$  y todos los valores del vector  $\delta_1$  son significativos al 5% excepto el correspondiente a la variable inflación. Los parámetros de la matriz  $\Phi$  que corresponden a la variable IGAE son significativos al 5%, los demás estimadores resultan no significativos.

Se concluye que, aunque no ha quedado demostrado contundentemente, la variable IGAE es potencialmente una variable que puede explicar el comportamiento de la ETTI real.

A pesar de lo anterior, el ejercicio demuestra que ambas variables no aportan información nueva sobre los movimientos de la ETTI real.

### **6.3.4 inflación, IGAE y tipo de cambio real**

En este ejercicio se prueba la significancia de los parámetros al tomar la inflación mensual interanual y el primer componente principal de las variables IGAE y tipo de cambio real como variables de control. Dicho componente principal se toma como un índice que contiene 83% de la información de ambas variables.

El resultado de este ejercicio es que la mayoría de los parámetros son no significativos, excepto el parámetro que corresponde a la variable construida a partir del primer componente principal para la tasa de interés de corto plazo que es significativo al 5%.

Se concluye que, en conjunto, las dos variables son no significativas para modelar la ETTI real.

# Capítulo 7

## Conclusiones

En este trabajo se prueba el modelo afín como una forma de modelar y estimar la ETTI real en México. Se utiliza el modelo presentado por Ang y Piazzesi(2003) y la forma de estimarla es la que presentan Hamilton y Wu(2012).

Aunque han existido muchas teorías que se emplean para la modelación de la ETTI, este trabajo se basa en la teoría de la valuación de activos financieros, haciendo el supuesto de ausencia de arbitraje en los mercados de la economía y modelando el factor de descuento estocástico de la economía.

Se estiman tres modelos, el primero con factores latentes únicamente y con rendimientos diarios, el segundo también con factores latentes únicamente y con rendimientos mensuales y el tercero con dos variables macroeconómicas: Inflación y Tipo de cambio real, Inflación e IGAE y Tipo de cambio e IGAE.

El primer modelo funciona relativamente bien ya que tiene un buen ajuste para la muestra con  $R^2$  entre 0.89 y 1 pero capacidad de predicción baja para rendimientos de largo plazo (120 meses). En cuanto al segundo modelo, tanto la capacidad de predicción como el ajuste es bueno para corto, mediano plazo y largo plazo. El resultado principal del modelo que incluye variables macro es que los coeficientes asociados a éstas no son significativos. Así, retomando la pregunta inicial de investigación se concluye que en conjunto, estas las combinaciones de las variables

macroeconómicas no aportan información nueva sobre los movimientos de la ETTI real.

Por un lado al estar trabajando con tasas de interés reales resulta coherente que la variable macroeconómica "inflación" resulte poco significativa para modelar la ETTI real en cambio el índice de tipo de cambio real se esperaba que sí fuese capaz de modelar la ETTI real, pero la combinación de ambas variables pudo ocasionar la disminución de la significancia de los parámetros asociados a dicha variable. Por su parte la variable IGAE resultó potencialmente una variable buena de estado, aunque no se demostró su relevancia.

Se probó el modelo de variables latentes con rendimientos mensuales con pronósticos fuera de la muestra y como resultado se obtuvo que el modelo tiene mayor capacidad de pronóstico para maduraciones de largo plazo y que, en general, el modelo tiene algunos problemas para pronosticar tasas de corto plazo. Esto se debió a la gran diferencia entre el rendimiento intra muestral y el rendimiento fuera de la muestra. El primer modelo resuelve el problema anterior, ya que, al tomar en cuenta rendimientos diarios se disuelven las diferencias entre el rendimiento intra muestral y el rendimiento fuera de la muestra.

El RMSE del primer modelo para rendimientos de corto plazo resultó de 0.36, mientras que para rendimientos de largo plazo es de 5.24 por lo que se concluye que el primer modelo tiene baja capacidad de predicción para rendimientos de largo plazo.

Es necesario considerar estos resultados a la hora de tomar el modelo afín presentado por Ang y Piazzesi(2003) en la construcción de la ETTI real de México. A pesar de que los resultados son relativamente buenos, es preciso agregar al modelo variables macroeconómicas que resulten significativas para que esto ayude a la capacidad de predicción del modelo.

# Referencias

- Ang, A., y Piazzesi, M. (2003). “A no-arbitrage vector autoregression of term structure dynamics with macroeconomic and latent variables.” *Journal of Monetary Economics*, 50(4), 745-787.
- Aruoba, S. B. (2014). “Term structures of inflation expectations and real interest rates: The effects of unconventional monetary policy.” *Federal Reserve Bank of Minneapolis*, 502.
- Chen, R., y Scott, L. (1993). “Maximum likelihood estimation for a multifactor equilibrium model of the term structure of interest rates.” *The journal of fixed income*, 3(3), 14-31.
- Cochrane, J. (2005). “Asset pricing.” *Second Edition, Princeton University Press*.
- Cortés, J., y Ramos-Francia, M. (2008). “Un modelo afín de la estructura temporal de tasas de interés en México.” *Banco de México. Documentos de investigación*, 2008(09).
- Cortés, J., Torres, A., y Ramos-Francia, M. (2008). “Un análisis empírico de la estructura temporal de tasas de interés en México.” *Banco de México. Documentos de investigación*, 2008(07).
- Cox, J., Ingersoll, J., y Ross, S. (1985). “A theory of the term structure of interest rates.” *Econometrica*, 53(2), 385-407.
- Elizondo, R. (2013). “Pronósticos de la estructura temporal de las tasas de interés en México utilizando un modelo afín.” *Banco de México. Documentos de investigación*, 2013(03).
- García, S. (2011). “Algunas consideraciones sobre la estructura temporal de tasas de interés del gobierno en México.” *Banco de México. Documentos de investigación*, 2011(18).
- Gürkaynak, R., y Wright, J. (2012). “Macroeconomics and the term structure.” *Journal of*

*Economic Literature*, 50(2), 331-367.

- Hamilton, J., y Wu, C. (2012). "Identification and estimation of gaussian affine term structure models." *Journal of Econometrics*, 168(2012), 315-331.
- Harrison, J., y Kreps, D. (1979). "Martingales and arbitrage in multiperiod securities markets." *Journal of economic theory*, 20(1979), 381-408.
- Litterman, R., y Scheinkman, J. (1991). "Common factors affecting bond returns." *Journal of Econometrics*, 1(1), 54-61.
- Melino, A. (1986). "The term structure of interest rates: Evidence and theory." *National Bureau of Economic Research, Inc.*
- Nelson, C., y Siegel, A. (1987). "Parsimonious modeling of yield curves." *The journal of business*, 60(4), 473-489.
- Piazzesi, M. (2003). "Affine term structure models." *Handbook of Financial Econometrics*.
- Seppälä, J. (2004). "The term structure of real interest rates: Theory and evidence from the u.k. index-linked bonds." *Journal of Monetary Economics*, 51(7), 1509-1549.
- Vasicek, O. (1977). "An equilibrium characterization of the term structure." *Journal of financial economics*, 5(1977), 177-188.