
Democracia y grupos armados



Tesina de Maestría

Santiago Botero-Sierra

División de Economía

Centro de Investigación y Docencia Económicas

CIDE A.C.

Mayo de 2014

Democracia y grupos armados

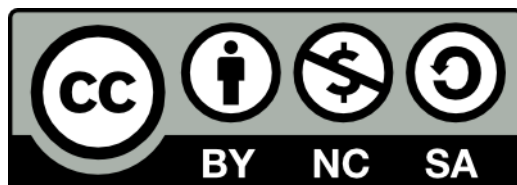
Tesina para aspirar al título de
Magíster en Economía

Asesora: Doctora Luciana Moscoso Boedo

División de Economía
Centro de Investigación y Docencia Económicas
CIDE A.C.

Mayo de 2014

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-ShareAlike 3.0 Unported License.



*A la salida política negociada al conflicto armado en Colombia,
un compromiso ético y político de mi generación.*

A Mariana y a mi madre.

Agradecimientos

Mi gratitud al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología - CONACYT que cumple una labor importantísima en México apoyando la formación de profesionales para que sus condiciones socioeconómicas no sean un impedimento para acceder al sistema educativo a los más altos niveles.

A la Doctora Luciana Moscoso Boedo, sin cuyos comentarios precisos y preguntas acertadas no hubiese sido posible la realización de este trabajo. Los errores y omisiones en él son, sin embargo, mi responsabilidad exclusiva.

Al Centro de Investigación y Docencia Económicas - CIDE, su planta docente y administrativa y sus estudiantes (mis amigos y amigas), que me hicieron sentir como en casa durante estos años y contribuyeron de forma invaluable con mi educación ampliando mis perspectivas académicas y técnicas.

A la Universidad Nacional de Colombia en cuyas aulas inicié mi formación profesional y en donde construí amistades cuyas conversaciones, siempre interesantes, me incentivaron a continuar estudiando los problemas de mi país para contribuir con sus soluciones.

A mi familia, de la que siempre he recibido el apoyo necesario para continuar con mis proyectos.

Resumen

Se considera el modelo de Cervellati et al. (2012), en el cual los individuos interactúan estratégicamente, para analizar las transiciones entre oligarquías y democracias. Se modifica el modelo para permitir la presencia de grupos armados en democracias y oligarquías para analizar cuáles son las condiciones que determinan la existencia de grupos armados en democracias y cómo puede un país como Colombia pasar de un estado de democracia con grupos armados a uno sin ellos. Se caracterizan los equilibrios político-económicos en democracias con y sin grupos armados y se encuentra que los principales determinantes de los mismos son la desigualdad en la distribución del ingreso y la eficiencia institucional para proveer protección pública. Finalmente, se analizan los efectos que tienen cambios en los costos de autoprotección y enlistamiento, el tamaño de la Élite y la proporción de individuos que pueden enlistarse sobre estos equilibrios.

Palabras clave: grupos armados, democracia, oligarquía, equilibrio político-económico, teoría de juegos, Colombia.

Abstract

We consider the Cervellati et al. (2012) model, in which individuals strategically interact, to analyze the transitions between oligarchies and democracies. We modify the model to allow the presence of armed groups in democracies and oligarchies in order to analyze which are the conditions determining the existence of armed groups in democracies and how can a country such as Colombia move from a democracy with armed groups state to a one without them. We characterize the political-economic equilibria in democracies with and without armed groups and then we find that the main determinants of these equilibria are the wealth distribution inequality and the institutional efficiency to provide public protection. Finally, we analyze the effects on these equilibria of changes in self-protection and enrollment costs, the Elite's size and the proportion of individuals who can enroll.

Keywords: armed groups, democracy, oligarchy, political-economic equilibrium, game theory, Colombia.

Índice

Agradecimientos	VII
Resumen	VIII
Abstract	IX
1. Introducción	1
2. Características del modelo	4
2.1. Características generales	6
2.2. Variables	10
2.3. Secuencia	12
3. Pagos	13
3.1. Pago de encuentros aleatorios	13
3.2. Pagos esperados	15
4. Equilibrios político-económicos	18
5. Solución en estrategias puras	20
5.1. Grupos armados, democracia y protección pública	21
5.2. Grupos armados, democracia y falla en la protección pública .	25
5.3. Otros equilibrios	27
6. Estática comparativa	29
6.1. Grupos armados, democracia y protección pública	30
6.2. Democracia y protección pública sin grupos armados	32
6.3. Grupos armados, democracia y falla en la protección pública .	34
6.4. Democracia y falla en la protección pública sin grupos armados	35

7. Conclusiones	37
A. Demostraciones	39
B. Pago esperado en estrategias puras	52
B.1. Individuo del Pueblo	52
B.1.1. Individuo que se enlista	52
B.1.2. Individuo que no se enlista	52
B.1.3. Cualquier combinación de entornos institucionales y decisiones individuales	56
B.2. Individuo de la Élite	56
B.2.1. Individuo que se enlista	56
B.2.2. Individuo que no se enlista	57
B.2.3. Cualquier combinación de entornos institucionales y decisiones individuales	63
C. Solución por inducción inversa	64
Bibliografía	66

Índice de Tablas

2.1.	Pagos entre dos individuos que no tienen la opción de enlistarse, sin protección pública de la propiedad.	10
2.2.	Pagos entre un individuo que tiene la opción de enlistarse y otro que no, sin protección pública de la propiedad.	10
2.3.	Pagos entre dos individuos que tienen la opción de enlistarse, sin protección pública de la propiedad.	10
2.4.	Pagos entre dos individuos que no tienen la opción de enlistarse, con protección pública de la propiedad.	11
2.5.	Pagos entre un individuo que tiene la opción de enlistarse y otro que no, con protección pública de la propiedad.	11
2.6.	Pagos entre dos individuos que tienen la opción de enlistarse, con protección pública de la propiedad.	11
3.1.	Consumo del individuo $(i, \hat{\theta})$ que decide $\mathbf{x}_{\hat{\theta}}^i$ tras un encuentro aleatorio con el oponente $(j, \hat{\theta})$ para cualquier decisión $\mathbf{X}_{\hat{\theta}}^j$ en un entorno institucional $\boldsymbol{\mu}$	16
6.1.	Efecto de un cambio marginal en cada parámetro de la economía sobre el espacio que sustenta cada equilibrio.	36

Capítulo 1

Introducción

En países democráticos como Colombia¹, los costos humanos generados por la existencia de un conflicto armado constituyen una tragedia humanitaria de grandes proporciones². Este país suramericano afronta una guerra social desde hace cinco décadas, de la cual forman parte el ejército gubernamental, los grupos paramilitares y las organizaciones insurgentes. La existencia de grupos armados que retan el poder del Estado genera costos humanos y económicos que ponen en riesgo la seguridad y la libertad personales. ¿Cuáles son las condiciones que determinan la existencia de esta clase de grupos? ¿Cómo puede un país como Colombia pasar de un estado de democracia con grupos armados a uno sin ellos? La búsqueda de respuestas a estas preguntas podría ayudar a dar luz sobre procesos de búsqueda de salidas políticas a conflictos armados como la que adelantan el gobierno colombiano y las Fuerzas Armadas Revolucionarias de Colombia, FARC-EP, desde el año 2012, y que podría desembocar en la reincorporación a la vida civil de esta organización en el corto plazo³.

Existe una literatura en el campo de la economía política focalizada en analizar los determinantes de los conflictos violentos en oligarquías o democracias. Esta literatura busca correlaciones empíricas que podrían ayudar a

¹Colombia está definida como un “Estado social de derecho, organizado en forma de República unitaria, descentralizada, con autonomía de sus entidades territoriales, democrática, participativa y pluralista” (Castro, 2007, art. 1) en donde “la soberanía reside exclusivamente en el pueblo, del cual emana el poder público” (Castro, 2007, art. 3).

²220 mil muertos, 25 mil desaparecidos, 5 millones 700 mil desplazados, 27 mil secuestrados, 10 mil víctimas de minas antipersonales, 1.892 masacres, 1.754 víctimas de violencia sexual conocidas, 8.3 millones de hectáreas despojadas, entre otras (de Memoria Histórica, 2013).

³Estas negociaciones se desarrollan en la ciudad de La Habana (Cuba) y han avanzado en tres de los cinco puntos de discusión: política de desarrollo agrario integral, participación política, solución al problema de las drogas ilícitas, fin del conflicto y víctimas

entender los determinantes de los conflictos (Cervellati et al., 2011; Cervellati, 2012; Cervellati et al., 2013), o construye modelos basados en teoría de juegos para explicar los determinantes de las transiciones entre dictadura y democracia (Acemoglu y Robinson, 2001; Acemoglu, 2008; Cervellati et al., 2012; Besley y Persson, 2011) y la conformación de alianzas entre los grupos en conflicto (Bertocchi y Spagat, 2001; Roemer, 1985). Este trabajo se inserta dentro de la literatura sobre transiciones democráticas pero cambia la pregunta hacia los determinantes que permiten observar un estado de guerra o un estado de paz en una democracia.

Cervellati et al. (2012) plantea un modelo donde coexisten: (i) individuos que pertenecen a dos grupos sociales (Élite y Pueblo) que se diferencian en su acceso a recursos económicos; (ii) dos tipos de expropiación de los recursos de un individuo (horizontal, practicada por otros individuos; vertical, practicada por el Estado); (iii) dos regímenes políticos (democracia y oligarquía), que se diferencian por la extensión del derecho al voto y en las restricciones a la expropiación vertical; (iv) dos tipos de protección de los derechos de propiedad (individual - autoprotección- y estatal). Las interacciones estratégicas en el juego generan tres equilibrios político-económicos (oligarquía, democracia conflictiva y democracia consensual) que dependen críticamente de la distribución del ingreso, el tamaño relativo de los grupos sociales y la calidad institucional; de éstos, la democracia consensual representa una mejora en el sentido de Pareto con respecto a la oligarquía y es respaldada por todos los grupos sociales.

La propuesta para ampliar la investigación a partir del trabajo de Cervellati et al. (2012) consiste en agregar una tercera opción para que los agentes protejan la propiedad: la conformación de un grupo armado. Esta posibilidad tiene unos costos de coordinación mayores que la autoprotección⁴, pero ofrece a cambio una mejor protección de la propiedad para quienes participan del grupo armado. Esta adición permite identificar las condiciones que posibilitan la existencia de grupos armados en democracias para establecer qué cambios son requeridos para alcanzar una democracia sin grupos armados. Con ello, se realiza un ejercicio de estática comparativa para identificar las variables clave que permiten transitar de un equilibrio con grupos armados a uno sin ellos.

⁴Intuitivamente, se podría pensar que la posibilidad de observar un grupo armado depende críticamente de que un grupo de individuos tenga un menor costo de coordinación para conformarlo, y éste podría depender de condiciones geográficas que favorecen la insurgencia, pobres condiciones económicas de vida en términos de ingreso *per cápita* y crecimiento del ingreso, polarización étnica, recursos naturales saqueables, instituciones económicas y políticas deficientes u ocurrencia de choques climatológicos), tal como fue observado por Cervellati et al. (2011).

Este ejercicio sugiere que los factores que permiten observar un equilibrio con grupos armados o sin ellos en una democracia están relacionados críticamente con la desigualdad en la distribución del ingreso y la eficiencia institucional para proveer protección pública de los derechos de propiedad; otros factores relacionados son los costos que deben asumir los individuos para pertenecer a un grupo armado o para armarse individualmente, el tamaño de la “Élite” y la proporción de la población que, por algún motivo, tiene la posibilidad de pertenecer a un grupo armado. En términos del modelo, la forma más sencilla de posibilitar un equilibrio sin grupos armados a partir de uno con ellos es la disminución de la desigualdad en la distribución del ingreso; sin embargo, cuando ésta no se puede realizar en la magnitud requerida, también pueden contribuir para alcanzar ese objetivo el aumento de los costos de enlistamiento, la disminución de los costos de la autoprotección y la disminución de la proporción de la población que puede enlistarse en un grupo armado.

En el capítulo 2 se presentan las características del modelo en el cual hay dos grupos sociales (Élite y Pueblo) que pueden elegir un sistema político (democracia u oligarquía) con o sin protección pública de la propiedad, donde cada individuo tiene la posibilidad de enlistarse en un grupo armado o autoprotgerse. En el capítulo 3 se especifican los pagos de cada individuo. A continuación, el capítulo 4 define un equilibrio político-económico para esta economía. Posteriormente, en el capítulo 5 se desarrolla parte de la solución del modelo para identificar equilibrios en donde hay democracia y puede haber grupos armados o no y se analizan las condiciones sobre los parámetros que determinan cada uno de ellos. A continuación, en el capítulo 6 se desarrolla la estática comparativa para identificar cómo se afectan los equilibrios identificados por cambios en los parámetros del modelo. Finalmente, en el capítulo 7 se concluye. El apéndice A contiene las demostraciones de los resultados expuestos en el documento, el apéndice B detalla el desarrollo de los pasos enunciados en la sección 3.2 y el apéndice C desarrolla la estrategia de solución enunciada en la sección 4.

Capítulo 2

Características del modelo

La existencia de un conflicto armado interno puede entenderse en términos de conflictos redistributivos en las sociedades que los padecen (Acemoglu y Robinson, 2005; Miguel et al., 2004); por lo tanto, se propone un modelo en el cual pueden existir grupos armados que buscan proteger la propiedad de los individuos que los componen y expropiar la propiedad de aquellos que están por fuera. Las interacciones en la economía se encuentran en las esferas pública (política) y privada: en la esfera pública se eligen el régimen político (democracia u oligarquía) y la provisión pública de seguridad; en la privada los individuos escogen entre diferentes tecnologías de protección de la propiedad. La elección del régimen político determina el alcance que tiene la capacidad del Estado para expropiar la propiedad de un grupo social¹ en beneficio del otro (ilimitada en una oligarquía o limitada en una democracia), el beneficiario de dicha capacidad (la Élite en una oligarquía o el Pueblo en una democracia) y la población con derecho a tomar determinaciones políticas (la Élite en una oligarquía o toda la población en una democracia); la provisión de protección pública a los derechos de propiedad determina la capacidad que tiene el Estado para proteger la propiedad de los individuos de posibles expropiaciones entre ellos². Las decisiones privadas hacen referencia a las inversiones que los individuos realizan para proteger su propiedad de

¹En la literatura, la expresión “expropiación del Estado” (o expropiación vertical, como es referida en este texto) es entendida como un abuso del poder del Estado para obtener la propiedad de un individuo (por ejemplo Acemoglu y Robinson (2005)); aquí es entendida como la “capacidad fiscal” del Estado para implementar políticas redistributivas, siguiendo la interpretación de Cervellati et al. (2012). Una discusión sobre la “capacidad fiscal” del Estado y su relación con la “capacidad legal” puede ser encontrada en Besley y Persson (2009, 2010) .

²El término “protección pública” en este texto hace relación a la “capacidad legal” del Estado para garantizar el cumplimiento de contratos entre individuos, más común en la literatura (Besley y Persson, 2009, 2010; Acemoglu y Robinson, 2005).

algún tipo de expropiación y para tener la capacidad de expropiar el ingreso de otros individuos. Es decir, ambos tipos de definiciones hacen referencia a posibles conflictos redistributivos que se presentan en la sociedad.

Existen dos grupos sociales en la economía que se diferencian por la dotación inicial de recursos que tienen, la Élite y el Pueblo: los individuos en el primer grupo disfrutaban de una dotación inicial mayor pero los del segundo representan la mayoría de la población.

Las decisiones individuales de protección de la propiedad pueden ser pertenecer a un grupo armado, invertir en alguna tecnología de autoprotección (individual) o no hacer ninguna de las anteriores; la novedad de este modelo con respecto al de Cervellati et al. (2012) es que incorpora la opción de pertenecer a un grupo armado, lo que permite observar equilibrios como los que se observan en países como Colombia, en donde éstos tienen presencia. La pertenencia a un grupo armado ofrece la ventaja para un individuo de proteger efectivamente su propiedad de los intentos de expropiación que puedan intentar hacer otros puesto que cuentan con una protección grupal que los hacen impracticables. Además, le otorga mayores capacidades para expropiar a otros individuos con quienes se encuentre gracias a la superioridad de fuerzas que ofrece el grupo. Sin embargo, el costo de enlistarse es más alto que otros tipos de protección de la propiedad³ y sólo una fracción minoritaria de los individuos tiene la posibilidad de enlistarse⁴.

Si un individuo no se enlista en un grupo armado (porque no tiene la posibilidad o porque decide no hacerlo) puede elegir autoprotgerse de forma individual, como en el modelo de Cervellati et al. (2012). Este tipo de protección de la propiedad impide que se le practique expropiación por parte del Estado en beneficio del grupo social beneficiario del régimen político y de otros individuos que no pertenezcan a un grupo armado; sin embargo, es ineficaz para protegerlo contra un individuo enlistado. La eficacia de esta tecnología para impedir al Estado expropiar la propiedad puede ser interpretada, por ejemplo, como una tecnología contable para la evasión de impuestos o algún mecanismo que permita ocultar información de modo que el Estado no pueda practicar alguna política redistributiva; con respecto a la expropiación practicada por otros individuos, ésta puede ser interpretada como la posesión de un arma u otros mecanismos para imposibilitarla.

³El alto costo del enlistamiento puede deberse a que el castigo en caso de ser aprehendido es mayor, a que implica la separación temporal o permanente de su entorno cotidiano o a que la tecnología y esfuerzo necesarios para pertenecer a un grupo armado son altos.

⁴Posibles explicaciones son porque sus costos de coordinación con otros individuos son bajos, por alguna distribución de preferencias que los haga más proclives a enlistarse en una organización armada, por condiciones geográficas que faciliten la existencia de grupos armados en un territorio u otros factores (Miguel et al., 2004; Cervellati et al., 2011)

Este modelo incluye un tipo de expropiación que no está presente en el modelo de Cervellati et al. (2012), la expropiación que practica un individuo perteneciente a un grupo armado a otro que no pertenece a ninguno; ésta puede ser interpretada como el cobro de “cuotas” de protección a una comunidad desarmada, el robo de algún tipo de bien por parte de los grupos armados (tierra, ganado, etc.) o una tragedia humanitaria como el “desplazamiento forzado” en donde la protección estatal se ve desbordada por la acción del grupo armado.

Este modelo permite hacer un análisis basado en teoría de juegos para especificar las características de los Equilibrios de Nash (Nash, 1951) en donde existen o no grupos armados e identificar sus determinantes; con estas especificaciones, es posible buscar equilibrios en donde las interacciones llevan a combinaciones de diferentes regímenes políticos, políticas de protección pública de los derechos de propiedad y decisiones de enlistamiento y autoprotección de los individuos. El análisis de éstos permite identificar los elementos que generan cada tipo de equilibrio para contribuir a la caracterización de políticas que permitan pasar de uno a otro.

2.1. Características generales

La economía está conformada por un continuo de individuos cuyo tamaño está normalizado a 1. Existen dos grupos sociales: la Élite, E , de tamaño $\gamma \in (0, \frac{1}{2})$, y el Pueblo, P , de tamaño $1 - \gamma$. La única diferencia entre los dos grupos es su dotación inicial de ingresos, representados por y^E y y^P respectivamente, tal que $y^E > y^P$; se denotará la desigualdad en la distribución del ingreso como $\lambda := \frac{y^E}{y^P} > 1$ y el promedio del ingreso como $y = (1 - \gamma)y^P + \gamma y^E$, note que el promedio del ingreso también puede ser interpretado como la dotación total de ingreso disponible en la economía gracias a que el tamaño de la población está normalizado a 1.

Hay un proceso de emparejamiento aleatorio entre los individuos a partir del cual puede haber transferencia de propiedad entre ellos; dicha transferencia depende de sus decisiones individuales (autoprotección y enlistamiento) y del entorno institucional en el que se encuentren (régimen político y protección pública), como se explica a continuación.

Existen dos regímenes políticos implementables, *democracia* u *oligarquía*, que se diferencian en cuanto a la extensión del derecho al voto y a la capacidad de expropiación del Estado (se denota el ingreso después de la expropiación o redistribución del Estado como \tilde{y}^i , $i \in \{E, P\}$):

Democracia: En una democracia, toda la población tiene derecho al voto y

existen límites hacia la capacidad de expropiación del Estado. Dado el tamaño de los grupos sociales, el votante mediano en una democracia es un individuo perteneciente al Pueblo; los límites a la capacidad de expropiación del Estado son tales que la redistribución máxima alcanzable es aquella que iguala los ingresos de ambos grupos al promedio, $\tilde{y}^i = y$, $i \in \{E, P\}$.

Oligarquía: Sólo los individuos pertenecientes a la Élite tienen derecho al voto y no existen límites a la capacidad de expropiación del Estado, de modo que es implementable una política en la cual el Estado puede expropiar todo el ingreso a los individuos pertenecientes al Pueblo para redistribuirlo posteriormente a los de la Élite, $\tilde{y}^P = 0$.

Las especificaciones a la capacidad de expropiación del Estado en democracias u oligarquías son una simplificación para notar que la extensión del derecho al voto genera políticas fiscales que tienden a redistribuir el ingreso de los individuos para disminuir la desigualdad y a ser más fuertes en sociedades más desiguales; mientras que en una oligarquía se espera que la Élite gobernante utilice el poder del Estado a su servicio para extraer la mayor cantidad posible de rentas a los individuos que no pertenecen a ella o para defender determinados privilegios a los cuales no acceden los demás individuos (Acemoglu y Robinson, 2000, 2005).

Cervellati et al. (2012) desarrollan un modelo con expropiación practicada por el Estado o por individuos que toman alguna tecnología de autoprotección; en este modelo se agrega un tercer tipo de expropiación: la practicada por los individuos que están enlistados en un grupo armado. Los tipos de expropiación que pueden presentarse en esta economía son:

Horizontal: Aquella mediante la cual un individuo autoprotegido expropia el ingreso de otro que no está autoprotegido ni enlistado en encuentros aleatorios. Este tipo de expropiación puede ser interpretada como alguna forma de transferencia de propiedad no consensuada entre individuos: engaño, falsedad documental, abuso de confianza, robo u otra forma de transferencia practicada por un individuo que invierte una fracción de su ingreso en una tecnología de expropiación de la propiedad (por ejemplo la posesión de un arma u otras).

De guerra: Aquella mediante la cual un individuo perteneciente a un grupo armado expropia el ingreso de otro que no pertenece a un grupo armado en encuentros aleatorios. Este tipo de expropiación puede ser interpretado, como se explicó previamente, como algún tipo de transferencia de propiedad que un grupo armado practica sobre un individuo

mediante el uso o la amenaza del uso de la fuerza. Un supuesto clave del modelo es que este tipo de expropiación sólo puede ser evitada por otro individuo que pertenezca a un grupo armado, de modo que es el tipo de expropiación más eficaz posible para transferir propiedad entre individuos.

Vertical: Aquella mediante la cual el Estado realiza transferencias para implementar sus políticas redistributivas. Este tipo de expropiación puede ser interpretado como la política fiscal implementada por parte del Estado para redistribuir el ingreso entre los individuos⁵.

En la economía pueden existir grupos o individuos armados; la decisión de *enlistarse* (pertenecer a un grupo armado) o *autoprotegerse* (armarse individualmente) es tomada por un individuo para protegerse de algún tipo de expropiación; existe también la posibilidad de que haya una política pública de protección de los derechos de propiedad, tomada mediante votación entre la población con derecho al voto. La eficacia de los diferentes tipos de protección de la propiedad varía según se explica a continuación:

Enlistamiento: Existe una fracción $\theta \in (0, \frac{1}{2})$ de individuos que tienen la posibilidad de pertenecer a un grupo armado en cada grupo social. El costo de enlistarse es una fracción $\alpha \in (0, 1)$ de la dotación inicial del individuo, el beneficio es estar protegido contra todos los tipos de expropiación y poder practicar la expropiación de guerra. La fracción de individuos de un grupo social que pertenece a un grupo armado está denotada como σ^i , $i \in \{E, P\}$ y la fracción total de individuos enlistados es $\sigma = (1 - \gamma)\sigma^P + \gamma\sigma^E$. Dado que la fracción de individuos que puede enlistarse es minoritaria, en los procesos de toma de decisiones públicas el votante mediano (tanto en democracias como en oligarquías) es un individuo que no puede enlistarse.

Autoprotección: Toda la población tiene la posibilidad de autoprotegerse; pero sólo los individuos que eligen no enlistarse pueden hacerlo. El costo de la autoprotección es menor que el del enlistamiento, $0 < \varphi < \alpha$, y el beneficio es estar protegido contra la expropiación vertical y la horizontal, pero no contra la de guerra. La fracción de individuos de un grupo social que se encuentra autoprotegida está denotada como π^i , $i \in \{E, P\}$ y la fracción total de individuos autoprotegidos es $\pi = (1 - \gamma)\pi^P + \gamma\pi^E$.

⁵Ver pie de página 1 para contextualización en literatura.

Protección Pública: La decisión colectiva de proveer protección pública es tomada por la población con derecho al voto. El costo de la protección pública es una fracción $G : \pi \times \sigma \times z \rightarrow [0, 1]$ del ingreso de cada individuo que no está autoprotegido ni enlistado, en donde z es un parámetro que refleja la eficiencia del Estado para proteger la propiedad. El beneficio de ésta es que protege a los individuos frente a la expropiación horizontal, pero no frente a las expropiaciones vertical o de guerra. La protección pública de los derechos de propiedad tiene características de bien público (por ejemplo el aparato de justicia, los cuerpos de defensa, etc.); sin embargo, dado que las otras tecnologías de protección de la propiedad también son efectivas contra la expropiación horizontal, ésta no ofrece protección adicional a los individuos que se enlisten o se autoprotejan y, toda vez que ellos pueden evitar transferir su propiedad al Estado (están protegidos contra la expropiación vertical), éstos no contribuyen con el gasto en protección pública. La incapacidad de proteger contra la expropiación vertical se deriva del hecho de que es el mismo Estado quien la practica, entonces éste no ofrece protección a los individuos contra su propia acción redistributiva; la ineficacia para proteger contra la expropiación de guerra puede ser interpretada como la incapacidad del Estado para proteger efectivamente a los individuos que se encuentran en el teatro de operaciones de un conflicto armado interno.

La función $G(\pi, \sigma, z)$ es tal que (i) la protección pública es gratuita si no hay grupos armados ni individuos autoprotegidos, $G(0, 0, z) = 0$, (ii) es estrictamente creciente con respecto a la población autoprotegida, $G_\pi(\cdot) > 0$, (iii) estrictamente creciente con respecto a la población enlistada, $G_\sigma(\cdot) > 0$; (iv) estrictamente decreciente con respecto al parámetro de calidad institucional, $G_z(\cdot) < 0$; (v) es más costosa cuando hay grupos armados que cuando no los hay, si $\sigma_1 > \sigma_2$, $\pi_1 + \sigma_1 = \pi_2 + \sigma_2 \Rightarrow G(\pi_1, \sigma_1, \bar{z}) > G(\pi_2, \sigma_2, \bar{z})$.

Hay un proceso de emparejamiento aleatorio de los individuos que determina los pagos que recibe cada uno dependiendo de las decisiones de las esferas pública y privada que hayan sido implementadas, definidas como se explicó en los párrafos previos. Para todo individuo $i \in \{E, P\}$, los pagos que se realizan después del emparejamiento, $c_j^i(\cdot)$ satisfacen:

Si no hay protección pública de la propiedad: Los individuos reciben un ingreso \tilde{y}^l , $l \in \{i, j\}$ si ninguno de ellos se autoprotegió ni se enlistó, $y^l(1 - \varphi)$, $l \in \{i, j\}$ si ambos se autoprotegieron, $y^l(1 - \alpha)$, $l \in \{i, j\}$ si

	Autoprotegido	No autoprotegido
Autoprotegido	$y^i(1 - \varphi), y^j(1 - \varphi)$	$y^i(1 - \varphi) + y^j, 0$
No autoprotegido	$0, y^i + y^j(1 - \varphi)$	\tilde{y}^i, \tilde{y}^j

Tabla 2.1: Pagos entre dos individuos que no tienen la opción de enlistarse, sin protección pública de la propiedad.

	Autoprotegido	No autoprotegido
Enlistado	$y^i(1 - \alpha) + y^j, 0$	$y^i(1 - \alpha) + y^j, 0$
Autoprotegido	$y^i(1 - \varphi), y^j(1 - \varphi)$	$y^i(1 - \varphi) + y^j, 0$
No autoprotegido	$0, y^i + y^j(1 - \varphi)$	\tilde{y}^i, \tilde{y}^j

Tabla 2.2: Pagos entre un individuo que tiene la opción de enlistarse y otro que no, sin protección pública de la propiedad.

ambos se enlistaron o un individuo expropia el ingreso del otro dependiendo de las decisiones de enlistamiento y autoprotección que ambos hayan tomado como se explicó previamente. Esta situación está descrita en las tablas 2.1, 2.2 y 2.3.

Si hay protección pública de la propiedad: Los individuos reciben un ingreso $\tilde{y}^l(1 - G(\cdot))$, $l \in \{i, j\}$ si ninguno de ellos se autoprotegió ni se enlistó; $y^i(1 - \varphi)$ y $y^j(1 - G(\cdot))$, respectivamente, si uno se autoprotegió y el otro no lo hizo; o un individuo es expropiado si no se enlistó mientras que el otro sí. Esta situación está descrita en las tablas 2.4, 2.5 y 2.6.

2.2. Variables

Los números escalares están representados con letras que no están en negrita (por ejemplo x, y, α, β); los vectores son arreglos n -dimensionales de escalares y están representados por letras en negrita, que pueden ser griegas o

	Enlistado	Autoprotegido	No autoprotegido
Enlistado	$y^i(1 - \alpha), y^j(1 - \alpha)$	$y^i(1 - \alpha) + y^j, 0$	$y^i(1 - \alpha) + y^j, 0$
Autoprotegido	$0, y^i + y^j(1 - \alpha)$	$y^i(1 - \varphi), y^j(1 - \varphi)$	$y^i(1 - \varphi) + y^j, 0$
No autoprotegido	$0, y^i + y^j(1 - \alpha)$	$0, y^i + y^j(1 - \varphi)$	\tilde{y}^i, \tilde{y}^j

Tabla 2.3: Pagos entre dos individuos que tienen la opción de enlistarse, sin protección pública de la propiedad.

	Autoprotegido	No autoprotegido
Autoprotegido	$y^i(1 - \varphi), y^j(1 - \varphi)$	$y^i(1 - \varphi), \tilde{y}^j(1 - G(\cdot))$
No autoprotegido	$\tilde{y}^i(1 - G(\cdot)), y^j(1 - \varphi)$	$\tilde{y}^i(1 - G(\cdot)), \tilde{y}^j(1 - G(\cdot))$

Tabla 2.4: Pagos entre dos individuos que no tienen la opción de enlistarse, con protección pública de la propiedad.

	Autoprotegido	No autoprotegido
Enlistado	$y^i(1 - \alpha) + y^j, 0$	$y^i(1 - \alpha) + y^j, 0$
Autoprotegido	$y^i(1 - \varphi), y^j(1 - \varphi)$	$y^i(1 - \varphi), \tilde{y}^j(1 - G(\cdot))$
No autoprotegido	$\tilde{y}^i(1 - G(\cdot)), y^j(1 - \varphi)$	$\tilde{y}^i(1 - G(\cdot)), \tilde{y}^j(1 - G(\cdot))$

Tabla 2.5: Pagos entre un individuo que tiene la opción de enlistarse y otro que no, con protección pública de la propiedad.

latinas mayúsculas (por ejemplo μ, \mathbf{X}). Los superíndices representan individuos y los subíndices representan sus características. Una función $f : A \rightarrow B$ es una correspondencia tal que $f(a) = b, a \in A, b \in B$, donde A y B son conjuntos. La función $P : A \rightarrow [0, 1]$, donde A es un espacio de probabilidad, es una función de probabilidad y $E[\cdot]$ es el operador de la esperanza matemática. Si una función f es diferenciable, $f_x(\cdot) = \frac{\partial f(\cdot)}{\partial x}$ representa su derivada parcial con respecto a la variable x .

Sean $\epsilon \in \{1, 0\}$ la variable que indica el grupo social que tiene el poder para decidir el régimen político, tal que $\epsilon = 1$ si el poder lo tiene la Élite; $r \in \{1, 0\}$ la variable que indica el régimen político en el que se encuentra la economía, tal que $r = 1$ si el régimen es una oligarquía; $\hat{\theta}_i \in \{1, 0\}$ la variable que indica si el individuo i tiene disponible la opción de enlistarse, tal que $\hat{\theta}_i = 1$ si el individuo i puede pertenecer a un grupo armado; $\delta_\theta^i \in \{1, 0\}$ la variable que indica si el individuo $(i, \hat{\theta})$ está enlistado, tal que $\delta_\theta^i = 1$ si el individuo pertenece a un grupo armado; $\beta_\theta^i \in \{1, 0\}$ la variable que indica si el individuo $(i, \hat{\theta})$ está autoprotegido, tal que $\beta_\theta^i = 1$ si el individuo está autoprotegido; $I \in \{1, 0\}$ la variable que indica si hay protección pública de los derechos de propiedad, tal que $I = 1$ indica que sí la hay; λ la variable que

	Enlistado	Autoprotegido	No autoprotegido
Enlistado	$y^i(1 - \alpha), y^j(1 - \alpha)$	$y^i(1 - \alpha) + y^j, 0$	$y^i(1 - \alpha) + y^j, 0$
Autoprotegido	$0, y^i + y^j(1 - \alpha)$	$y^i(1 - \varphi), y^j(1 - \varphi)$	$y^i(1 - \varphi), \tilde{y}^j(1 - G(\cdot))$
No autoprotegido	$0, y^i + y^j(1 - \alpha)$	$\tilde{y}^i(1 - G(\cdot)), y^j(1 - \varphi)$	$\tilde{y}^i(1 - G(\cdot)), \tilde{y}^j(1 - G(\cdot))$

Tabla 2.6: Pagos entre dos individuos que tienen la opción de enlistarse, con protección pública de la propiedad.

mide la desigualdad en la distribución del ingreso en la economía, de forma que si $\lambda \rightarrow \infty$ la desigualdad es alta y si $\lambda \rightarrow 1$ la desigualdad es baja.

Sean $\mathbf{X} = (\mathbf{X}_{\hat{\theta}}^i, \mathbf{X}^{-i\hat{\theta}})$ el vector que contiene las decisiones individuales de todos los individuos en la población, en donde $\mathbf{X}_{\hat{\theta}}^i = (\delta_{\hat{\theta}}^i, \beta_{\hat{\theta}}^i)$ es el vector que representa las decisiones del individuo $(i, \hat{\theta})$ y $\mathbf{X}^{-i\hat{\theta}}$ es el vector que agrega las decisiones de todos los demás; $\mathbf{Y} = (y^E, y^P)$ el vector que contiene las dotaciones iniciales de los individuos en la economía; $\boldsymbol{\mu} = (r, I)$ el vector que representa los entornos institucionales de la economía; $\boldsymbol{\nu} = (\pi, \sigma, z)$ el vector que indica la proporción de los individuos que se encuentran autoprottegidos o enlistados y la eficiencia institucional para proveer protección pública; $\boldsymbol{\eta} = (\alpha, \varphi, \gamma, \theta, z)$ el vector de parámetros de la economía que contiene los costos de enlistarse y autoprotgerse, el tamaño de la Élite, la proporción de individuos que pueden enlistarse y la eficiencia institucional; $\boldsymbol{\omega} = (\boldsymbol{\omega}^i, \boldsymbol{\omega}^{-i})$ el vector que representa las creencias de los individuos sobre \mathbf{X} y $\boldsymbol{\mu}$, en donde $\boldsymbol{\omega}^i$ representa las creencias del individuo i y $\boldsymbol{\omega}^{-i}$ representa las creencias de los demás.

2.3. Secuencia

El orden en que se toman las decisiones es el siguiente:

1. La naturaleza determina el grupo social que tiene el poder para elegir el régimen político (grupo dominante), $\epsilon \in \{1, 0\}$.
2. El grupo dominante elige el régimen político, $r \in \{1, 0\}$.
3. Los individuos eligen si se autoprotegerán, $\beta_{\hat{\theta}}^i \in \{1, 0\}$, $\forall i \in \{E, P\}$, $\hat{\theta} \in \{1, 0\}$, tal que si $\beta_1^i = 1 \Rightarrow \delta_1^i = 0$.
4. Los individuos que tienen la posibilidad de enlistarse en grupos armados eligen si se enlistarán en un grupo armado, $\delta_1^i \in \{1, 0\}$, $\forall i \in \{E, P\}$, sólo si eligieron no autoprotgerse. Los individuos $(i, 0)$ no se pueden enlistar, $\delta_0^i = 0$.
5. Los individuos con derecho al voto eligen, mediante votación universal, si habrá protección pública de los derechos de propiedad, $I \in \{1, 0\}$.
6. Los individuos son emparejados de forma aleatoria, sus pagos realizados y los individuos consumen el ingreso que recibieron.

Capítulo 3

Pagos

3.1. Pago de encuentros aleatorios

Note que el pago que recibe cada individuo en la economía depende de la combinación de sus decisiones individuales, las del individuo con quien se encuentra aleatoriamente (de aquí en adelante, el “oponente”), el régimen político y la política de protección pública implementada. El régimen político, $r \in \{1, 0\}$, determina la magnitud de la expropiación vertical realizada por el Estado y el beneficiario de la misma: si el régimen político es una oligarquía, $r = 1$, entonces un individuo perteneciente al Pueblo estará expuesto a la expropiación vertical de todo su ingreso si no se autoprotege ni se enlista, $\delta_{\theta}^P = \beta_{\theta}^P = 0$, y el monto de lo que el Estado expropia en el Pueblo se repartirá entre los miembros de la Élite; si el régimen político es una democracia, $r = 0$, el ingreso de todos los individuos después de la expropiación vertical será $\tilde{y}^i = y$ si no se autoprotegen ni se enlistan.

Independientemente del régimen político, $r \in \{1, 0\}$, si un individuo no se enlista ni se autoprotege, $\delta_{\theta}^i = \beta_{\theta}^i = 0$, el pago que obtiene se mantiene igual que en el párrafo anterior si no hay protección pública de los derechos de propiedad, $I = 0$, o debe contribuir con una fracción $G(\nu)$ en caso contrario, $I = 1$.

Si el individuo decide enlistarse en una organización armada, $\delta_1^i = 1$, entonces adquiere protección contra cualquier tipo de expropiación que pueda sufrir; por lo tanto, su pago no depende del entorno institucional, μ , en que se encuentre. En este caso, su pago únicamente varía dependiendo de la decisión de enlistamiento del oponente: si éste no pertenece a un grupo armado, $\delta_{\theta}^j = 0$, entonces le practica expropiación de guerra.

Si el individuo se autoprotege, $\beta_{\theta}^i = 1$, entonces queda protegido contra las expropiaciones vertical y horizontal, pero no contra la de guerra. Dado que el

individuo está protegido contra la expropiación vertical, el pago que obtiene es independiente del régimen político en el cual se encuentre, $r \in \{1, 0\}$. Si el oponente pertenece a un grupo armado, $\delta_\theta^j = 1$, entonces sufre expropiación de guerra; en caso contrario, su pago depende de la provisión de protección pública a los derechos de propiedad, I , y de la decisión de autoprotección del oponente, β_θ^j : cuando éste se autoprotege, $\beta_\theta^j = 1$, o cuando hay protección pública de los derechos de propiedad, $I = 1$, el pago que recibe el individuo es su propia dotación neta del costo de autoprotección; o expropiará horizontalmente el ingreso del otro si no hay protección pública de los derechos de propiedad y éste no se autoprotege, $I = \beta_\theta^j = 0$.

Finalmente, si el individuo no se enlista ni se autoprotege, $\delta_\theta^i = \beta_\theta^i = 0$, entonces está expuesto a todos los tipos de expropiación que se realicen; por lo tanto, su ingreso depende del entorno político, μ , y de las decisiones de su oponente. Si el régimen político es oligárquico, $r = 1$, entonces el ingreso depende de la pertenencia a un grupo social del individuo: si pertenece al Pueblo, $i \in P$, entonces su ingreso será expropiado por el Estado en beneficio de la Élite gobernante; si pertenece a la Élite, $i \in E$, entonces su ingreso depende de la provisión de protección pública a los derechos de propiedad, si ésta existe, $I = 1$, entonces el ingreso es el neto después de contribuir con los costos de la misma, $G(\nu)$, y sólo está expuesto a la expropiación de guerra si el oponente pertenece a un grupo armado, $\delta_1^j = 1$, en caso contrario también está expuesto a la expropiación horizontal si el oponente está autoprotegido, $\beta_\theta^j = 1$; adicionalmente, en cualquier caso, el individuo recibe el monto que le corresponde por concepto de expropiación vertical, V_E , dado por (3.1).

$$V_E = y_P \frac{1 - \lambda}{\lambda} (\theta(1 - \delta_1^P)(1 - \beta_1^P) + (1 - \theta)(1 - \beta_0^P)). \quad (3.1)$$

Si el régimen político es democrático, $r = 0$, entonces el pago no depende de la pertenencia a un grupo social del individuo sino de las decisiones del oponente y de la provisión pública de protección a los derechos de propiedad: si la hay, $I = 1$, entonces sólo está expuesto a la expropiación de guerra si el otro está enlistado, $\delta_\theta^j = 1$, o recibirá un ingreso neto después de redistribución fiscal y contribución al costo de la protección pública, $\tilde{y}^i(1 - G(\nu))$; si no hay protección pública, $I = 0$, entonces el individuo estará expuesto a las expropiaciones horizontal y de guerra si el oponente está enlistado o autoprotegido, $\delta_\theta^j = 1 \vee \beta_\theta^j = 1$, o recibirá el ingreso después de redistribución fiscal en caso contrario.

Sea $c_{j\hat{\theta}_j}^{i\hat{\theta}_i}(\mathbf{x}_{\hat{\theta}_i}^i, \mathbf{X}_{\hat{\theta}_j}^j, \mu)$, $\forall i, j \in \{E, P\}$, $\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_j \in \{1, 0\}$ la función de pago de un individuo ($i, \hat{\theta}_i$) que tomó las decisiones de autoprotección y enlistamiento $\mathbf{x}_{\hat{\theta}_i}^i = (\delta_{\hat{\theta}_i}^i, \beta_{\hat{\theta}_i}^i)$, que se encuentra aleatoriamente con un oponente ($j, \hat{\theta}_j$) que

tomó cualquier decisión de autoprotección y enlistamiento $\mathbf{X}_{\hat{\theta}_j}^j = \{(\delta_{\hat{\theta}_j}^j, \beta_{\hat{\theta}_j}^j) \mid \delta_{\hat{\theta}_j}^j, \beta_{\hat{\theta}_j}^j \in \{1, 0\}, \delta_{\hat{\theta}_j}^j = 1 \Rightarrow \beta_{\hat{\theta}_j}^j = 0\}$ en un entorno institucional $\boldsymbol{\mu}$; entonces de acuerdo a lo discutido previamente, esta función de consumo puntual está dada según lo especificado en la tabla 3.1.

3.2. Pagos esperados

Dado que el pago que recibe un individuo después de un encuentro aleatorio depende de las decisiones del oponente y del entorno institucional, éste no es conocido *ex-ante* al momento de evaluar las decisiones de autoprotección y enlistamiento que debe tomar, $\mathbf{x}_{\hat{\theta}}^i$; sin embargo, para cada vector de entornos institucionales, $\boldsymbol{\mu}_k$, el individuo puede evaluar el pago esperado de sus decisiones individuales para encuentros con cualquier oponente, como se especifica en (3.2).

$$\begin{aligned} c_{\hat{\theta}}^i(\mathbf{x}_{\hat{\theta}}^i, \mathbf{X}^{-i\hat{\theta}}, \boldsymbol{\mu}_k) &= E_{j, \hat{\theta}_j} [c_{j\hat{\theta}_j}^{i\hat{\theta}}(\mathbf{x}_{\hat{\theta}}^i, \mathbf{X}_{\hat{\theta}_j}^j, \boldsymbol{\mu}_k)] \\ &= \sum_{j \in \{E, P\}} \sum_{\hat{\theta}_j=0}^1 c_{j\hat{\theta}_j}^{i\hat{\theta}}(\mathbf{x}_{\hat{\theta}}^i, \mathbf{X}_{\hat{\theta}_j}^j, \boldsymbol{\mu}_k) P(j, \hat{\theta}_j), \forall i \in \{E, P\}, \hat{\theta} \in \{1, 0\}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Posteriormente, se pueden agregar las funciones descritas en (3.2) con respecto a todas las decisiones posibles para el individuo, $\mathbf{X}_{\hat{\theta}}^i$, para obtener una función que sólo depende del entorno institucional, $\boldsymbol{\mu}_k$, en el cual se encuentra la economía, como se especifica en (3.3).

$$\begin{aligned} c_{\hat{\theta}}^i(\mathbf{X}, \boldsymbol{\mu}_k) &= \delta_{\hat{\theta}}^i c_{\hat{\theta}}^i(1, 0, \mathbf{X}^{-i\hat{\theta}}, \boldsymbol{\mu}_k) \\ &\quad + (1 - \delta_{\hat{\theta}}^i) (\beta_{\hat{\theta}}^i c_{\hat{\theta}}^i(0, 1, \mathbf{X}^{-i\hat{\theta}}, \boldsymbol{\mu}_k) \\ &\quad + (1 - \beta_{\hat{\theta}}^i) c_{\hat{\theta}}^i(0, 0, \mathbf{X}^{-i\hat{\theta}}, \boldsymbol{\mu}_k)), \forall i \in \{E, P\}, \hat{\theta} \in \{1, 0\}. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Finalmente, se pueden agregar los entornos institucionales de forma similar para obtener una única función de pago para el individuo ($i, \hat{\theta}$) para cualquier combinación de decisiones individuales y entornos institucionales, $(\mathbf{X}, \boldsymbol{\mu})$, como se muestra en la ecuación (3.4).

$$\begin{aligned} c_{\hat{\theta}}^i(\mathbf{X}, \boldsymbol{\mu}) &= r(Ic_{\hat{\theta}}^i(\mathbf{X}, 1, 1) + (1 - I)c_{\hat{\theta}}^i(\mathbf{X}, 1, 0)) \\ &\quad (1 - r)(Ic_{\hat{\theta}}^i(\mathbf{X}, 0, 1) + (1 - I)c_{\hat{\theta}}^i(\mathbf{X}, 0, 0)), \forall i \in \{E, P\}, \hat{\theta} \in \{1, 0\}. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Decisión individual \mathbf{x}_θ^i	Régimen político r	Protección pública I	Consumo puntual
(1, 0)	$r \in \{1, 0\}$	$I \in \{1, 0\}$	$c_j^i(1, 0, \mathbf{X}_\theta^j, \mu) = y^i \delta_\theta^j (1 - \alpha) + (1 - \delta_\theta^j)(y^i(1 - \alpha) + y^j)$
(0, 1)	$r \in \{1, 0\}$	$I = 0$	$c_j^i(0, 1, \mathbf{X}_\theta^j, r, 0) = (1 - \delta_\theta^j)(y^i \beta_\theta^j (1 - \varphi) + (1 - \beta_\theta^j)(y^i(1 - \varphi) + y^j))$
		$I = 1$	$c_j^i(0, 1, \mathbf{X}_\theta^j, r, 1) = y^i(1 - \varphi)(1 - \delta_\theta^j)$
(0, 0)	$r = 1$	$I = 0$	$c_j^E(0, 0, \mathbf{X}_\theta^j, 1, 0) = y^E(1 - \delta_\theta^j)(1 - \beta_\theta^j) + V_E$
		$I = 1$	$c_j^P(0, 0, \mathbf{X}_\theta^j, 1, I) = 0$
	$r = 0$	$I = 0$	$c_j^E(0, 0, \mathbf{X}_\theta^j, 1, 1) = y^E(1 - \delta_\theta^j)(1 - G(\cdot)) + V_E$
		$I = 1$	$c_j^i(0, 0, \mathbf{X}_\theta^j, 0, 0) = \tilde{y}^i(1 - \delta_\theta^j)(1 - \beta_\theta^j)$
		$I = 1$	$c_j^i(0, 0, \mathbf{X}_\theta^j, 0, 1) = \tilde{y}^i(1 - \delta_\theta^j)(1 - G(\cdot))$

Tabla 3.1: Consumo del individuo $(i, \hat{\theta})$ que decide \mathbf{x}_θ^i tras un encuentro aleatorio con el oponente $(j, \hat{\theta})$ para cualquier decisión \mathbf{X}_θ^j en un entorno institucional μ .

Mediante este procedimiento, desarrollado en el apéndice B, es posible obtener una única función de pago que dé cuenta de todas las posibilidades de encuentros aleatorios para cada individuo en cualquier entorno institucional. Por lo tanto, se obtienen cuatro funciones de pago de la forma:

$$c_{\hat{\theta}}^i(\mathbf{X}, \boldsymbol{\mu}), \forall i \in \{E, P\}, \hat{\theta} \in \{1, 0\}. \quad (3.5)$$

Capítulo 4

Equilibrios político-económicos

Cada individuo tiene una función de pago como la presentada en la ecuación (3.5). Su problema es maximizar su pago esperado eligiendo el vector de decisiones individuales, tomando como dadas sus creencias sobre las acciones individuales de los demás y sobre el vector de entornos institucionales:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{\hat{\theta}}^i &= \arg \max_{\mathbf{x}_{\hat{\theta}}^i} c_{\hat{\theta}}^i(\mathbf{X}_{\hat{\theta}}^i, \mathbf{X}^{-i\hat{\theta}}, \boldsymbol{\mu}) \\ \text{s. a.} \quad & \boldsymbol{\omega}^{-i\hat{\theta}}, \boldsymbol{\mu} \end{aligned} \quad \forall i \in \{E, P\}.$$

Definición 1 (Equilibrio político-económico). *Para cualquier grupo dominante que tenga el poder para elegir el régimen político, ϵ , y distribución del ingreso, \mathbf{Y} , una combinación de entornos institucionales, $\boldsymbol{\mu}^*$, decisiones individuales, \mathbf{X}^* y creencias, $\boldsymbol{\omega}^*$, es un equilibrio político-económico si:*

1. *La política pública de protección a los derechos de propiedad, I^* , es elegida por el votante mediano entre la población con derecho al voto, M^I , sujeto a la distribución del ingreso, \mathbf{Y} , tomando como dados el régimen político, r^* , y las creencias sobre las decisiones de los demás individuos, $\boldsymbol{\omega}^{*-M^I}$.*
2. *Cada individuo $(i, \hat{\theta})$, $i \in \{E, P\}$, $\hat{\theta} \in \{1, 0\}$ toma sus decisiones de enlistamiento, $\delta_{\hat{\theta}}^{*i} \in \{1, 0\}$, sujeto a la distribución del ingreso, \mathbf{Y} , y la política de protección pública de los derechos de propiedad, I^* , tomando como dados el régimen político, r^* , y las creencias sobre las decisiones de los demás individuos, $\boldsymbol{\omega}^{*-i}$.*
3. *Cada individuo $(i, \hat{\theta})$, $i \in \{E, P\}$, $\hat{\theta} \in \{1, 0\}$ toma sus decisiones de autoprotección, $\beta_{\hat{\theta}}^{*i} \in \{1, 0\}$, sujeto a la distribución del ingreso, \mathbf{Y} ,*

y la política de protección pública de los derechos de propiedad, I^* , tomando como dados el régimen político, r^* , y las creencias sobre las decisiones de los demás individuos, ω^{*-i} .

4. El régimen político, r^* , es elegido por el votante mediano entre el grupo dominante, M^r , sujeto a la distribución del ingreso, Y , y la política de protección pública de los derechos de propiedad, I^* , tomando como dadas sus creencias sobre las decisiones de los demás individuos, ω^{*-M^r} .
5. Las creencias sobre las decisiones de los demás individuos, ω^{*-i} , y el entorno institucional, μ^* , se realizan para todos los individuos en el equilibrio, $\omega^* = (\mathbf{X}^*, \mu^*)$.

Note que esta definición de equilibrio político-económico incluye la posibilidad de que los individuos elijan el vector de decisiones individuales en el conjunto de Equilibrios de Nash en estrategias puras o en estrategias mixtas (Nash, 1951). Bajo el concepto de Equilibrios de Nash en estrategias puras, cada par de individuos pertenecientes al mismo grupo social $(i, \hat{\theta}), (j, \hat{\theta}), i = j \in \{E, P\}, \hat{\theta} \in \{1, 0\}$ toman las mismas decisiones individuales, $\mathbf{X}_{\hat{\theta}}^{*i} = \mathbf{X}_{\hat{\theta}}^{*j}$; bajo el concepto de Equilibrios de Nash en estrategias mixtas, cada individuo elige un vector de estrategias de comportamiento para tomar una decisión u otra con determinada medida de probabilidad, esta medida de probabilidad podría interpretarse como las proporciones observadas en equilibrio en las decisiones individuales de los miembros de cada grupo social, que se distribuyen de acuerdo a la estrategia mixta seleccionada. Si bien es más cercano a la realidad suponer que el juego se resuelve por estrategias mixtas, dado que en la práctica no necesariamente se observa que todos los miembros de un grupo tomen la misma decisión (por ejemplo, podría pensarse que, de los individuos que tienen la posibilidad de enlistarse en un grupo armado, en la práctica sólo una fracción de ellos toma esa decisión), nos centramos en estrategias puras dado que este tipo de estrategias permite dar respuesta a las preguntas que se plantean en este trabajo.

Para encontrar un equilibrio político-económico en este juego, puede procederse por inducción inversa (Rosenthal, 1981) como se especifica en el apéndice C. Note que, dado que el votante mediano elige el régimen político que maximiza su ingreso esperado, la tasa de redistribución fiscal que se implementará en cada régimen es la máxima posible: la que maximiza el ingreso del Pueblo en una democracia, $\tilde{y}^i = y$, o la que maximiza el ingreso de la Élite en una oligarquía, $\tilde{y}^P = 0$ (Cervellati et al., 2012, p. 16).

Capítulo 5

Solución en estrategias puras

Hay cuatro grupos sociales diferenciados en la economía: el Pueblo que puede enlistarse, el Pueblo que no puede enlistarse, la Élite que puede enlistarse y la Élite que no puede enlistarse. Considere el caso en el cual todos los individuos pertenecientes a cada uno de estos grupos toman las mismas decisiones individuales, entonces el juego puede ser resuelto buscando Equilibrios de Nash en estrategias puras, $\mathbf{X}_{\hat{\theta}}^i = \mathbf{X}_{\hat{\theta}}^j, \forall (i, \hat{\theta}), (j, \hat{\theta}), i = j \in \{E, P\}, \hat{\theta} \in \{1, 0\}$.

Entre los Equilibrios de Nash en estrategias puras posibles en el juego, existen cuatro que son de interés para responder a las preguntas formuladas: aquellos en donde existen grupos armados en democracias, con o sin protección pública, y sus homólogos en donde no hay grupos armados. Para proveer una explicación de las condiciones en las cuales puede observarse la presencia de grupos armados que retan el poder del Estado en democracias en este modelo es necesario caracterizar las condiciones que permiten observar estos equilibrios. Similarmente, el análisis de los equilibrios en donde no existen grupos armados en democracias, con o sin protección pública de los derechos de propiedad, permite caracterizar las condiciones necesarias para que sea sustentable un acuerdo de paz con organizaciones insurgentes en el sentido que, si no se satisfacen las condiciones para que éstos sean equilibrios, entonces un posible acuerdo de paz no podría ser sustentable y sólo sería una situación temporal en el modelo.

Las condiciones más significativas que caracterizan un equilibrio u otro son la desigualdad en la distribución del ingreso, λ , y la eficiencia institucional en la provisión de protección pública, z ; sin embargo, existen otras variables relevantes que podrían ser determinantes para la observación de uno u otro equilibrio, a saber: los costos de enlistamiento y autoprotección, el tamaño de la Élite y la proporción de individuos en la economía que pueden enlistarse,

$\boldsymbol{\eta} = (\alpha, \varphi, \gamma, \theta, z)$, estas variables constituyen el conjunto de parámetros de esta economía.

Note que el ingreso que recibe un individuo $i \in P$ en un régimen político oligárquico si no se enlista ni autoprotege, $\delta_{\hat{\theta}}^P = \beta_{\hat{\theta}}^P = 0$, es cero; mientras que el que recibiría en un régimen político democrático es mayor o igual a cero. Es decir, el ingreso que recibe un individuo del pueblo en democracia es mayor o igual al que recibe en oligarquía, independientemente de las decisiones individuales de todos los individuos y del tipo de protección pública que esté vigente, (\mathbf{X}, I) . Entonces, si el pueblo es el grupo dominante, $\epsilon = 0$, el votante mediano¹ que elige el régimen político, $M^r = (P, 0)$, elige siempre un régimen político democrático.

Proposición 1 (Pueblo demócrata). *Si el pueblo es el grupo dominante, $\epsilon = 0$, entonces independientemente de las decisiones individuales y del tipo de protección pública vigente, (\mathbf{X}, I) , el régimen político es democrático, $r = 0$.*

Cuando el Pueblo es el grupo gobernante, $\epsilon = 0$, entonces el régimen político que se implementa en equilibrio es una democracia.

Lema 1. *Democratización popular. Una condición suficiente para que se instaure un régimen político democrático, $r = 0$, es que el Pueblo sea el grupo social dominante, $\epsilon = 0$.*

Cuando el Pueblo es el grupo social dominante, se instaure un régimen político democrático, $r = 0$, y existen equilibrios en los cuales hay grupos armados de ambos grupos sociales, $\delta_1^P = \delta_1^E = 1$, independientemente de la política de protección pública de la propiedad implementada, como se explica en las siguientes secciones.

5.1. Grupos armados, democracia y protección pública

Cuando se provee protección pública de los derechos de propiedad en una democracia donde el Pueblo es el grupo social dominante, es posible encontrar equilibrios con o sin grupos armados. La determinación de las características que posibilitan uno u otro equilibrio podría dar la intuición requerida para identificar los cambios institucionales necesarios para que una negociación política permita transitar del equilibrio con grupos armados (descrito en la

¹Acemoglu y Robinson (2005) ofrecen una discusión detallada sobre el teorema del votante mediano y sus implicaciones.

proposición 2) al equilibrio sin grupos armados (descrito en la proposición 4) de forma creíble en términos de las implicaciones del modelo.

Cuando el Pueblo es el grupo dominante, $\epsilon = 0$, y hay protección pública de los derechos de propiedad, $I^* = 1$, existe un equilibrio en el cual los individuos de la Élite se autoprotegen o se enlistan, $\delta_\theta^E = 1 \vee \beta_\theta^E = 1$, y los del Pueblo que se pueden enlistar toman la misma decisión de enlistamiento de su equivalente de la Élite, $\delta_1^P = \delta_1^E$. Por lo tanto, existe un equilibrio en el cual la Élite que puede hacerlo decide enlistarse y el Pueblo que puede hacerlo toma la misma decisión, $\delta_1^P = \delta_1^E = 1$; cuando esto sucede, los individuos que no pueden enlistarse de la Élite deciden autoprotgerse mientras que los del Pueblo no lo hacen, $\beta_0^P = 1 - \beta_0^E = 0$, como se establece en la proposición 2.

Proposición 2 (Grupos armados, democracia y protección pública). *Cuando el Pueblo es el grupo dominante, $\epsilon = 0$, la combinación de decisiones en la cual todos los individuos que pueden enlistarse lo hacen, $\delta_1^{*i} = 1$, $i \in \{E, P\}$, el resto de los individuos de la Élite se autoprotegen y del Pueblo no, $\beta_0^P = 1 - \beta_0^E = 0$, y existe protección pública de los derechos de propiedad, $I^* = 1$, es un equilibrio político-económico si se satisfacen las siguientes condiciones:*

$$G(\boldsymbol{\nu}_1) < \gamma, \boldsymbol{\nu}_1 = (\gamma(1 - \theta), \theta, z) \quad (5.1)$$

$$G(\boldsymbol{\nu}_1)y + (1 - \alpha)y^P > y(1 - (1 - G(\boldsymbol{\nu}_1))\gamma)\theta \quad (5.2)$$

$$G(\boldsymbol{\nu}_1)y + (1 - \alpha)y^E > y(G(\boldsymbol{\nu}_1)(1 - \gamma) + \gamma)\theta \quad (5.3)$$

$$y(1 - G(\boldsymbol{\nu}_1)) \geq (1 - \varphi)y^P \quad (5.4)$$

$$yG(\boldsymbol{\nu}_1)\frac{1 + \theta}{1 - \theta} > \varphi y^E - (1 - \gamma)(y^E - y^P). \quad (5.5)$$

Las condiciones descritas en la proposición 2 imponen un nivel de eficiencia institucional mínimo en la provisión de protección pública, $z > z_1$, de forma que aún cuando los individuos disponen de una protección alternativa de los derechos de propiedad sea implementable un régimen en el cual se provea protección pública de los mismos. Similarmente, existen cotas mínima y máxima al nivel de desigualdad en la distribución del ingreso (como función de los demás parámetros de la economía, $\boldsymbol{\eta}$), $\lambda(\boldsymbol{\eta}) \in (\underline{\lambda}_1(\boldsymbol{\eta}), \bar{\lambda}_1(\boldsymbol{\eta}))$; de esta forma, una posibilidad para que un acuerdo de finalización de un conflicto armado sea creíble es la modificación de la distribución del ingreso de forma que la desigualdad quede fuera de este intervalo. Estas condiciones están especificadas en la la proposición 3.

Proposición 3 (Desigualdad, grupos armados, democracia y protección pública). *Para que el equilibrio descrito en la proposición 2 sea implementable*

se requiere que la desigualdad esté acotada en el intervalo $(\underline{\lambda}_1(\boldsymbol{\eta}), \bar{\lambda}_1(\boldsymbol{\eta}))$ y que $z > z_1$, en donde:

$$\begin{aligned}
\underline{\lambda}_1(\boldsymbol{\eta}) &= \min\{1, \lambda_1^1(\boldsymbol{\eta}), \lambda_1^3(\boldsymbol{\eta}), \lambda_1^4(\boldsymbol{\eta})\} \\
\bar{\lambda}_1(\boldsymbol{\eta}) &= \frac{(1-\gamma)(\gamma\theta - (1-(1-\gamma)\theta)G(\boldsymbol{\nu}_1))}{1-\alpha + \gamma(1-(1-\gamma)\theta)G(\boldsymbol{\nu}_1) - \gamma^2\theta} \\
\lambda_1^1(\boldsymbol{\eta}) &= \frac{1-\alpha}{\gamma(\theta(1-\gamma) - G(\boldsymbol{\nu}_1)(1-\gamma\theta))} - \frac{1-\gamma}{\gamma} \\
\lambda_1^3(\boldsymbol{\eta}) &= \frac{\gamma - \varphi + (1-\gamma)G(\boldsymbol{\nu}_1)}{\gamma(1-G(\boldsymbol{\nu}_1))} \\
\lambda_1^4(\boldsymbol{\eta}) &= \frac{(1-\gamma)(1-\theta - (1+\theta)G(\boldsymbol{\nu}_1))}{(1-\theta)(1-\gamma-\varphi) + \gamma(1+\theta)G(\boldsymbol{\nu}_1)}.
\end{aligned} \tag{5.6}$$

Similarmente, existe un equilibrio en el cual hay protección pública de los derechos de propiedad en una democracia en la cual no existen grupos armados. En este caso, dado que la Élite que puede enlistarse elige no pertenecer a una organización armada, elige autoprotgerse de acuerdo a lo planteado previamente, $\delta_1^E = 0 \Rightarrow \beta_1^E = 1$; de acuerdo a lo discutido anteriormente, dado que la Élite que puede enlistarse no lo hace, entonces el Pueblo en similares condiciones tampoco lo hace, $\delta_1^E = 0 \Rightarrow \delta_1^P = 0$. En este caso, el equilibrio se alcanza cuando los miembros del Pueblo no se autoprotegen y los de la Élite sí lo hacen, $\beta_{\hat{\theta}}^P = 1 - \beta_{\hat{\theta}}^E = 0, \forall \hat{\theta} \in \{1, 0\}$. Este equilibrio puede interpretarse en el sentido de que no existe un conflicto violento para que alguno de los grupos sociales se apropie de la propiedad del otro (para realizar expropiación de guerra), pero la Élite elige autoprotgerse para evitar la redistribución que un Estado democrático intentaría realizar en beneficio del Pueblo mediante algún mecanismo de autoprotección (que puede ser interpretado como armas individuales o como cierto nivel de corrupción, contabilidad paralela u otra tecnología que imposibilite de algún modo la redistribución fiscal del Estado). Las condiciones para observar este equilibrio están descritas en la proposición 4.

Proposición 4 (Democracia y protección pública sin grupos armados). *Cuando el pueblo es el grupo dominante, $\epsilon = 0$, la combinación de decisiones en la cual ninguno de los individuos que puede enlistarse lo hace, $\delta_1^{*i} = 0, i \in \{E, P\}$, los individuos del Pueblo no se autoprotegen, $\beta_{\hat{\theta}}^{*P} = 0, \hat{\theta} \in \{1, 0\}$, los individuos de la Élite se autoprotegen, $\beta_{\hat{\theta}}^{*E} = 1, \hat{\theta} \in \{1, 0\}$, y existe protección pública de los derechos de propiedad, $I^* = 1$, es un equi-*

librio político-económico si se satisfacen las siguientes condiciones:

$$G(\boldsymbol{\nu}_2) < \gamma, \boldsymbol{\nu}_2 = (\gamma, 0, z) \quad (5.7)$$

$$G(\boldsymbol{\nu}_2)y + (1 - \alpha)y^P \leq (1 - \gamma)\theta y^P \quad (5.8)$$

$$y \leq (\alpha - \varphi + \gamma\theta)y^E \quad (5.9)$$

$$G(\boldsymbol{\nu}_2)y \leq \gamma(y^E - y^P) + \varphi y^P \quad (5.10)$$

$$G(\boldsymbol{\nu}_2)y > \varphi y^E - (1 - \gamma)(y^E - y^P). \quad (5.11)$$

De forma similar a lo discutido en la proposición 3, las condiciones descritas en la proposición 4 imponen un nivel de eficiencia institucional mínimo en la provisión de protección pública, $z > z_2$, de forma que aún cuando la Élite se autoprotege sea implementable un régimen en el cual se provea protección pública. Similarmente, existen cotas mínima y máxima al nivel de desigualdad en la distribución del ingreso (como función de los demás parámetros de la economía, $\boldsymbol{\eta}$), $\lambda \in (\underline{\lambda}_2(\boldsymbol{\eta}), \bar{\lambda}_2(\boldsymbol{\eta}))$. Estas condiciones están especificadas en la proposición 5.

Proposición 5 (Desigualdad, democracia y protección pública sin grupos armados). *Para que el equilibrio descrito en la proposición 4 sea implementable se requiere que la desigualdad esté acotada en el intervalo $(\underline{\lambda}_2(\boldsymbol{\eta}), \bar{\lambda}_2(\boldsymbol{\eta}))$ y que $z > z_2$, en donde:*

$$\begin{aligned} \underline{\lambda}_2(\boldsymbol{\eta}) &= \min\{1, \lambda_2^2(\boldsymbol{\eta}), \lambda_2^4(\boldsymbol{\eta})\} \\ \bar{\lambda}_2(\boldsymbol{\eta}) &= \max\{\lambda_2^1(\boldsymbol{\eta}), \lambda_2^3(\boldsymbol{\eta})\} \\ \lambda_2^1(\boldsymbol{\eta}) &= \frac{(1 - \gamma)(\theta - G(\boldsymbol{\nu}_2)) - (1 - \alpha)}{\gamma G(\boldsymbol{\nu}_2)} \\ \lambda_2^2(\boldsymbol{\eta}) &= \frac{1 - \gamma}{\alpha - \varphi - \gamma(1 - \theta)} \\ \lambda_2^3(\boldsymbol{\eta}) &= \frac{G(\boldsymbol{\nu}_2)(1 - \gamma) + \gamma - \varphi}{\gamma(1 - G(\boldsymbol{\nu}_2))} \\ \lambda_2^4(\boldsymbol{\eta}) &= \frac{(1 - \gamma)(1 - G(\boldsymbol{\nu}_2))}{1 - \varphi - \gamma(1 - G(\boldsymbol{\nu}_2))}. \end{aligned} \quad (5.12)$$

Note que el equilibrio descrito en la proposición 4 es más eficiente que el descrito en la proposición 2 puesto que los gastos en protección de la propiedad en el primer caso son mayores que en el segundo; por lo tanto, la parte de las dotaciones destinada al consumo en el equilibrio sin grupos armados es

mayor que aquella en el equilibrio con grupos armados. Luego, el equilibrio de la proposición 4 es más deseable que el de la proposición 2 en términos de eficiencia en el consumo. Note además que, dadas las características de la función $G(\cdot)$, si la eficiencia institucional es suficiente para que se provea protección pública en el equilibrio donde hay grupos armados entonces también es suficiente para que se provea protección pública en el equilibrio donde no los hay, como se indica en el lema 2.

Lema 2 (Eficiencia institucional en los equilibrios descritos en las proposiciones 2 y 4). *Si la eficiencia institucional para la provisión de protección pública, z , es suficiente para implementar el equilibrio descrito en la proposición 2, $z > \underline{z}_1$, entonces también lo es para implementar el equilibrio descrito en la proposición 4, $z > \underline{z}_2$; esto es, $\underline{z}_1 > \underline{z}_2$.*

Luego, una condición suficiente para posibilitar el paso del equilibrio sin grupos armados al equilibrio con grupos armados es la redistribución de las dotaciones iniciales de tal modo que pasen del intervalo $(\underline{\lambda}_1(\boldsymbol{\eta}), \bar{\lambda}_1(\boldsymbol{\eta}))$ al intervalo $(\underline{\lambda}_2(\boldsymbol{\eta}), \bar{\lambda}_2(\boldsymbol{\eta}))$.

5.2. Grupos armados, democracia y falla en la protección pública

De forma similar a lo que sucede cuando hay un régimen democrático en el que se provee protección pública de la propiedad, cuando no se provee también existen equilibrios en donde hay o no grupos armados. El equilibrio en el cual no hay grupos armados, que es óptimo, depende enteramente de la combinación de parámetros de la economía, $\boldsymbol{\eta}$, mientras que aquél donde hay presencia de organizaciones armadas también depende de la distribución del ingreso, λ ; estos equilibrios se diferencian de los analizados en la sección previa en el sentido que no están caracterizados por la eficiencia institucional en la provisión de protección pública, z , toda vez que esta variable únicamente es relevante cuando se ofrece protección pública.

Cuando el Pueblo es el grupo dominante, $\epsilon = 0$, entonces emerge un sistema político democrático, $r = 0$; si no hay protección pública de los derechos de propiedad, $I = 0$, puede sustentarse un equilibrio en el cual hay grupos armados de la Élite y el Pueblo, $\delta_1^i = 1, \forall i \in \{E, P\}$, y los individuos que no pueden enlistarse en un grupo armado no se autoprotegen. En esta situación, el Estado puede desarrollar sus políticas de redistribución fiscal entre la población que no puede enlistarse en una organización armada; sin embargo, esta fracción de la población no tiene ningún mecanismo para proteger su

propiedad contra la expropiación que puedan practicarle las organizaciones armadas. Esta situación está caracterizada en la proposición 6.

Proposición 6 (Grupos armados, democracia y falla en la protección pública). *Cuando el Pueblo es el grupo dominante, $\epsilon = 0$, la combinación de decisiones en la cual todos los individuos que pueden enlistarse lo hacen, $\delta_1^{*i} = 1, i \in \{E, P\}$, el resto de los individuos no se autoprotegen, $\beta_\theta^{*i} = 0, i \in \{E, P\}$, $\hat{\theta} \in \{1, 0\}$, y no existe protección pública de los derechos de propiedad, $I^* = 0$, es un equilibrio político-económico si se satisfacen las siguientes condiciones:*

$$(1 - \alpha)y^P > (1 - \gamma)\theta y \quad (5.13)$$

$$(1 - \alpha)y^E > \gamma\theta y \quad (5.14)$$

$$\gamma \leq \varphi \quad (5.15)$$

$$1 - \gamma \leq \varphi. \quad (5.16)$$

Las condiciones descritas en la proposición 6 imponen unas cotas mínima y máxima al nivel de desigualdad en la distribución del ingreso (como función de los demás parámetros de la economía, $\boldsymbol{\eta}$), $\lambda \in (\underline{\lambda}_3(\boldsymbol{\eta}), \bar{\lambda}_3(\boldsymbol{\eta}))$; de esta forma, una posibilidad para que un acuerdo de finalización de un conflicto armado sea creíble es la modificación de la distribución del ingreso de forma que la desigualdad quede fuera de este intervalo. Estas condiciones están especificadas en la proposición 7.

Proposición 7 (Desigualdad, grupos armados, democracia y falla en la protección pública). *Para que el equilibrio descrito en la proposición 6 sea implementable se requiere que la desigualdad esté acotada en el intervalo $(\underline{\lambda}_3(\boldsymbol{\eta}), \bar{\lambda}_3(\boldsymbol{\eta}))$ y que el costo de autoprotegerse sea suficientemente alto, $\varphi \geq \frac{1}{2}$, en donde:*

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}_3(\boldsymbol{\eta}) &= \min \left\{ 1, \frac{(1 - \gamma)\gamma\theta}{1 - \alpha - \gamma^2\theta} \right\} \\ \underline{\lambda}_3(\boldsymbol{\eta}) &= \frac{1 - \alpha - (1 - \gamma)^2\theta}{(1 - \gamma)\gamma\theta}. \end{aligned} \quad (5.17)$$

Pese a la desprotección de una fracción de la población, este equilibrio es preferible al descrito en la proposición 2 puesto que el consumo en éste es mayor dado que el gasto en protección de la propiedad es menor que en el primero.

Finalmente, existe un equilibrio en el que el Pueblo es el grupo social dominante, $\epsilon = 0$, entonces se instaaura democracia de acuerdo a lo planteado en el lema 1 y no hay protección pública de los derechos de propiedad, $I = 0$, en el cual no existen grupos armados y ningún individuo se autoprotege. Note que en este equilibrio no hay ningún gasto en protección de los derechos de propiedad, por lo tanto el consumo adquiere su nivel máximo posible (determinado únicamente por las dotaciones), entonces es un equilibrio óptimo en consumo; además, el Estado puede practicar sus políticas redistributivas igualando el ingreso de todos los individuos, entonces es eficiente en términos redistributivos; aún cuando los individuos no cuentan con ningún mecanismo de protección de la propiedad, ninguno de ellos sufre expropiación horizontal o de guerra.

Proposición 8 (Democracia y falla en la protección pública sin grupos armados). *Cuando el Pueblo es el grupo dominante, $\epsilon = 0$, la combinación de decisiones en la cual ningún individuo se enlista ni se autoprotege, $\delta_1^{*i} = \beta_{\hat{\theta}}^{*i} = 0$, $i \in \{E, P\}$, $\hat{\theta} \in \{1, 0\}$, y no existe protección pública de los derechos de propiedad, $I^* = 0$, es un equilibrio político-económico si se satisfacen las siguientes condiciones:*

$$1 - \varphi \leq (1 - \gamma)\theta \quad (5.18)$$

$$(1 - \gamma)\theta \leq \varphi - \gamma \quad (5.19)$$

$$1 - \varphi \leq \gamma\theta \quad (5.20)$$

$$1 - \varphi \leq \gamma(1 - \theta). \quad (5.21)$$

La principal característica del equilibrio descrito en la proposición 8 es que el costo de la autoprotección, φ , es suficientemente alto (y, consecuentemente, también lo es el costo del enlistamiento, $\alpha > \varphi$), aunque también tienen relevancia los demás parámetros de la economía. El costo de la autoprotección podría ser interpretado como la capacidad institucional del Estado para castigar a los individuos que expropien horizontalmente el ingreso de otros o como una medida del costo social de hacerlo; por lo tanto, una posibilidad para implementar un equilibrio de esta naturaleza podría ser el mejoramiento de los sistemas de justicia o del “capital social”.

5.3. Otros equilibrios

El juego analizado tiene más equilibrios que los cuatro descritos previamente. Éstos no se analizan en este trabajo puesto que no contribuyen a

responder las preguntas de investigación planteadas inicialmente. Cuando la Élite es el grupo social dominante, $\epsilon = 1$, existen equilibrios en los cuales el régimen político implementado puede ser una oligarquía o una democracia, $r \in \{1, 0\}$; no existe un equivalente a la proposición 1 en este caso porque hay casos en que para la Élite no siempre es preferible un régimen político u otro sino que esta determinación depende críticamente de las creencias sobre las decisiones de los demás individuos.

Cuando el régimen político es una oligarquía, $r = 1$, todos los individuos del Pueblo eligen enlistarse o autoprotgerse, $\delta_1^P = 1 \vee \beta_{\hat{\theta}}^P = 1, \forall \hat{\theta} \in \{1, 0\}$, para evitar la expropiación vertical practicada por el Estado en beneficio de la Élite. En este caso, no se ofrece protección pública de la propiedad, $I = 0$, y la Élite puede o no elegir alguna tecnología alternativa de protección de la propiedad.

Cuando el régimen político es una democracia, $r = 0$, no se ofrece protección pública de los derechos de propiedad, $I = 0$, y la Élite puede o no elegir alguna tecnología alternativa de protección de la propiedad; sin embargo, en cualquier caso hay individuos que se autoprotegen o enlistan, $\pi > 0 \vee \sigma > 0$.

Cuando el Pueblo es el grupo social dominante, $\epsilon = 0$, el régimen político elegido siempre es una democracia, $r = 0$, de acuerdo a la proposición 1 y hay equilibrios tanto con protección pública de la propiedad como sin ella, $I \in \{1, 0\}$, como se discutió en las secciones previas. En este caso, hay equilibrios en los cuales se enlistan todos los individuos que pueden hacerlo, sólo los pertenecientes a un grupo social o ninguno; similarmente sucede con los individuos que se autoprotegen.

Capítulo 6

Estática comparativa

Como se discutió en el capítulo 5, los equilibrios analizados están caracterizados, principalmente, por la desigualdad en la distribución del ingreso, λ , y la eficiencia institucional para proveer protección pública de la propiedad, z . Por lo tanto, es posible incentivar cambios en el equilibrio observado en la economía modificando estas dos variables de forma que un nuevo equilibrio sea creíble; sin embargo, es posible que la decisión política requerida para cambiar la desigualdad en la distribución del ingreso en la economía sea costosa o impracticable. Entonces, ¿qué cambios institucionales se requieren para modificar el espacio que sustenta la presencia grupos armados en una democracia o no tenerlos?

Los cambios institucionales requeridos para modificar los espacios que sustentan uno u otro equilibrio manteniendo en un nivel constante la desigualdad en el ingreso están relacionados con los costos de enlistarse o autoprotegerse, la proporción de individuos que puede enlistarse, el tamaño de la Élite y el nivel de eficiencia institucional para proveer protección pública, η . Mediante la manipulación de estas variables, cambian los umbrales de desigualdad en los cuales es posible observar algún equilibrio, $(\underline{\lambda}_i(\eta), \bar{\lambda}_i(\eta))$, $i = 1, 2, 3$.

Es posible suponer que la proporción de individuos que se pueden enlistar en una economía, θ , es relativamente fija por país puesto que puede estar relacionada con características geográficas que faciliten la presencia de organizaciones armadas, alguna distribución de preferencias ideológicas que haga a unos individuos más proclives a enlistarse en un grupo armado u otros factores relativamente fuera del alcance de la acción del Estado o la sociedad (Miguel et al., 2004; Cervellati et al., 2011). El tamaño de la Élite, γ , podría ser modificado mediante políticas públicas como la eliminación de barreras a la entrada de nuevas firmas de modo que sea más fácil para las personas con “habilidades emprendedoras” ubicarse en la Élite (Acemoglu,

2008); mediante políticas educativas incluyentes que posibiliten la movilidad social de los individuos; u otras medidas. El costo de enlistamiento, α , y el costo de la autoprotección, φ , están claramente relacionados por $\alpha > \varphi$, si incrementa el segundo será muy probable que incremente también el primero; ambos pueden estar relacionados con el nivel de eficiencia institucional para proveer protección pública, z , en el sentido que el mejoramiento institucional (en la forma de mejores prácticas para la investigación de crímenes, celeridad en el aparato de justicia, capacidad de monitoreo u otras) pueden hacer que sea más costoso para los individuos invertir en algún tipo alternativo de protección de la propiedad; por lo tanto, es posible que estas variables sean modificadas mediante la acción del Estado o la sociedad.

En las siguientes secciones se analiza cómo se afecta el espacio en que se observa cada uno de los equilibrios político-económicos caracterizados en el capítulo 5 ante cambios en las variables mencionadas, $\boldsymbol{\eta}$, vía su afectación a los intervalos de la desigualdad en los cuales es factible observar cada uno de ellos.

6.1. Grupos armados, democracia y protección pública

En el equilibrio descrito en la proposición 2 existen grupos armados; la decisión que toma un individuo de enlistarse en un grupo armado depende de lo costoso que sea hacerlo: si el costo de enlistamiento aumenta, *ceteris paribus*, entonces será menos rentable enlistarse para el individuo. Por lo tanto, se espera que un incremento en el costo del enlistamiento, α , haga que disminuya el espacio que permite observar este equilibrio. Cuando aumenta el costo de enlistarse en un grupo armado, α , entonces se hace más pequeño el espacio en el cual se observa el equilibrio descrito en la proposición 2; esto es, el intervalo $(\underline{\lambda}_1(\boldsymbol{\eta}), \bar{\lambda}_1(\boldsymbol{\eta}))$ se reduce cuando α aumenta, como se establece en el lema 3.

Lema 3 (Costo de enlistarse, grupos armados, democracia y protección pública). *Cuando α aumenta, ceteris paribus, disminuye el espacio en que se observa el equilibrio político-económico descrito en la proposición 2, esto es, $\frac{\partial \underline{\lambda}_1(\boldsymbol{\eta})}{\partial \alpha} \geq 0$ y $\frac{\partial \bar{\lambda}_1(\boldsymbol{\eta})}{\partial \alpha} \leq 0$.*

El costo de autoprotegerse, φ , actúa en el sentido opuesto: cuando aumenta, *ceteris paribus*, se amplía el espacio en que se observa el equilibrio con grupos armados descrito en la proposición 2 puesto que los individuos que deban elegir entre autoprotegerse o enlistarse podrían encontrar esta última

opción más conveniente dado que brinda mayor protección a la propiedad y la diferencia en costos que debe realizar se haría cada vez más estrecha. Entonces, un incremento en el costo de autoprotegerse se debe ver reflejado en una ampliación del tamaño del intervalo en el cual puede observarse el equilibrio en mención, $(\underline{\lambda}_1(\boldsymbol{\eta}), \bar{\lambda}_1(\boldsymbol{\eta}))$. Este resultado se establece en el lema 4.

En el lema 4 también se impone una cota mínima a la proporción de la población que puede enlistarse para que se observe un equilibrio en el cual existen grupos armados.

Lema 4 (Costo de autoprotegerse, grupos armados, democracia y protección pública). *Cuando φ incrementa, ceteris paribus, aumenta el espacio en que se observa el equilibrio político-económico descrito en la proposición 2, esto es, $\frac{\partial \underline{\lambda}_1(\boldsymbol{\eta})}{\partial \varphi} \leq 0$ y $\frac{\partial \bar{\lambda}_1(\boldsymbol{\eta})}{\partial \varphi} \geq 0$. Este equilibrio no se observa si la proporción de individuos que puede enlistarse es suficientemente pequeña, $\theta < \frac{1}{3}$.*

Cuando incrementa el tamaño de la Élite, γ , entonces se esperaría que existan menos conflictos redistributivos que induzcan la existencia de grupos armados en la economía; sin embargo, no es claro el efecto que tiene un cambio en el tamaño de la Élite sobre la posibilidad de observar el equilibrio descrito en la proposición 2, como se establece en el lema 5.

Lema 5 (Tamaño de la Élite, grupos armados, democracia y protección pública). *No es claro el efecto que tiene un cambio en el tamaño de la Élite, γ , ceteris paribus, sobre el espacio en que se observa el equilibrio político-económico descrito en la proposición 2.*

Finalmente, es de esperarse que un aumento en la proporción de individuos que puede enlistarse, θ , haga más amplio el espacio en que se observa el equilibrio descrito en la proposición 2. Si aumenta la proporción de individuos que puede enlistarse en un grupo armado, θ , ceteris paribus, se amplía el intervalo de la desigualdad en el cual se puede sustentar, $(\underline{\lambda}_1(\boldsymbol{\eta}), \bar{\lambda}_1(\boldsymbol{\eta}))$, como se establece en el lema 6.

Una condición suficiente (pero no necesaria) para que el resultado descrito se satisfaga es que el cambio en el costo de la provisión de la protección pública cuando hay un aumento marginal en el tamaño de la población enlistada sea mayor que una proporción γ del cambio cuando hay un aumento en la población autoprotegida, $G_\sigma(\boldsymbol{\nu}_1) > \gamma G_\pi(\boldsymbol{\nu}_1)$.

Lema 6 (Proporción de individuos que pueden enlistarse, grupos armados, democracia y protección pública). *Cuando θ aumenta, ceteris paribus, se amplía el espacio en que se observa el equilibrio político-económico descrito en*

la proposición 2, esto es, $\frac{\partial \underline{\lambda}_1(\boldsymbol{\eta})}{\partial \theta} \leq 0$ y $\frac{\partial \bar{\lambda}_1(\boldsymbol{\eta})}{\partial \theta} \geq 0$. Una condición suficiente para que esta propiedad se satisfaga es que el incremento en el costo de la protección pública cuando hay grupos armados sea suficientemente más grande que el incremento cuando hay población autoprotegida, $G_\sigma(\boldsymbol{\nu}_1) > \gamma G_\pi(\boldsymbol{\nu}_1)$.

Por último, es de esperarse que una mejora en la eficiencia institucional para proveer protección pública, z , reduzca el espacio en que se encuentra un equilibrio con grupos armados como el descrito en la proposición 2; sin embargo, el efecto que tiene un cambio en ésta sobre el intervalo $(\underline{\lambda}_1(\boldsymbol{\eta}), \bar{\lambda}_1(\boldsymbol{\eta}))$, no es claro, como se especifica en el lema 7: el límite superior se reduce ante un aumento en z , mientras que el efecto sobre el límite inferior es ambiguo.

Lema 7 (Eficiencia institucional, grupos armados, democracia y protección pública). *El efecto de cambios en la eficiencia institucional para proveer protección pública de la propiedad, z , sobre el espacio en que se observa el equilibrio político-económico descrito en la proposición 2 es ambiguo, $\frac{\partial \underline{\lambda}_1}{\partial z} \leq 0$ y $\frac{\partial \bar{\lambda}_1}{\partial z} < 0$.*

6.2. Democracia y protección pública sin grupos armados

Cuando el costo del enlistamiento aumenta, entonces se amplía el espacio en que se observa un equilibrio donde no hay grupos armados como el descrito por la proposición 4 puesto que los individuos que pueden elegir enlistarse encontrarían más atractivas otras opciones para proteger la propiedad como la autoprotección o la protección pública de los derechos de propiedad. Por lo tanto, un aumento en el costo de enlistamiento debe verse reflejado en una ampliación del intervalo de la desigualdad en el cual es posible observar dicho equilibrio, $(\underline{\lambda}_2(\boldsymbol{\eta}), \bar{\lambda}_2(\boldsymbol{\eta}))$; este resultado se establece en el lema 8.

Lema 8 (Costo de enlistarse, democracia y protección pública sin grupos armados). *Cuando α aumenta, ceteris paribus, se amplía el espacio en que se observa el equilibrio político-económico descrito en la proposición 4, esto es, $\frac{\partial \underline{\lambda}_2(\boldsymbol{\eta})}{\partial \alpha} \leq 0$ y $\frac{\partial \bar{\lambda}_2(\boldsymbol{\eta})}{\partial \alpha} \geq 0$.*

El costo de la autoprotección actúa en el sentido opuesto: cuando aumenta el costo autoprotegerse, *ceteris paribus*, los individuos que tienen la posibilidad de pertenecer a un grupo armado pueden encontrar más atractivo enlistarse dado que esta decisión les daría una mejor protección de sus derechos de propiedad y el diferencial de costos entre ambas opciones se reduciría; por lo tanto, un aumento en el costo de la autoprotección disminuye

el espacio en que se observa un equilibrio sin grupos armados como el descrito en la proposición 4 vía la reducción del intervalo de la desigualdad en el cual éste puede sustentarse, $(\underline{\lambda}_2(\boldsymbol{\eta}), \bar{\lambda}_2(\boldsymbol{\eta}))$, como se establece en el lema 9.

Lema 9 (Costo de autoprotegerse, democracia y protección pública sin grupos armados). *Cuando φ aumenta, ceteris paribus, disminuye el espacio en que se observa el equilibrio político-económico descrito en la proposición 4, esto es, $\frac{\partial \underline{\lambda}_2(\boldsymbol{\eta})}{\partial \varphi} \geq 0$ y $\frac{\partial \bar{\lambda}_2(\boldsymbol{\eta})}{\partial \varphi} \leq 0$.*

Es de esperar que un aumento del tamaño de la Élite, γ , amplíe el espacio en que se observa un equilibrio sin grupos armados como el descrito en la proposición 4 vía la reducción de posibles conflictos redistributivos en la economía. Sin embargo, no es clara la dirección de los efectos que un incremento en esta variable tiene sobre el intervalo de la desigualdad permisible para observar dicho equilibrio, $(\underline{\lambda}_2(\boldsymbol{\eta}), \bar{\lambda}_2(\boldsymbol{\eta}))$, toda vez que ésta depende también del resto del vector de parámetros de la economía, $\boldsymbol{\eta}$, como se establece en el lema 10.

Lema 10 (Tamaño de la Élite, democracia y protección pública sin grupos armados). *No es claro cómo afecta un incremento en el tamaño de la Élite, γ , al espacio en que se observa el equilibrio descrito en la proposición 4.*

Similarmente, cuando aumenta la proporción de individuos en la economía que puede conformar grupos armados, θ , entonces se hace más amplio el espacio en que se encuentra un equilibrio en el cual no hay grupos armados como el descrito por la proposición 4 vía un aumento en el tamaño del intervalo de la desigualdad que lo sustenta, $(\underline{\lambda}_2(\boldsymbol{\eta}), \bar{\lambda}_2(\boldsymbol{\eta}))$. Este resultado está establecido en el lema 11.

Lema 11 (Proporción de individuos que pueden enlistarse, democracia y protección pública sin grupos armados). *Cuando θ aumenta, ceteris paribus, aumenta el espacio en que se observa el equilibrio descrito en la proposición 4, esto es, $\frac{\partial \underline{\lambda}_2(\boldsymbol{\eta})}{\partial \theta} \leq 0$ y $\frac{\partial \bar{\lambda}_2(\boldsymbol{\eta})}{\partial \theta} \geq 0$.*

Finalmente, cuando aumenta la eficiencia institucional para proveer protección pública, z , se amplía el espacio en que se observa el equilibrio descrito en la proposición 4. Este efecto se observa vía un aumento en el tamaño del intervalo de la desigualdad sobre el cual puede sustentarse este equilibrio, $(\underline{\lambda}_2(\boldsymbol{\eta}), \bar{\lambda}_2(\boldsymbol{\eta}))$, como se establece en el lema 12.

Lema 12 (Eficiencia institucional, democracia y protección pública sin grupos armados). *Cuando z aumenta, ceteris paribus, se amplía el espacio en que se observa el equilibrio político-económico descrito en la proposición 4,*

esto es, $\frac{\partial \underline{\lambda}_2(\boldsymbol{\eta})}{\partial z} \leq 0$ y $\frac{\partial \bar{\lambda}_2(\boldsymbol{\eta})}{\partial z} \geq 0$ cuando la proporción de individuos que puede enlistarse es suficientemente pequeña o el tamaño de la Élite es suficientemente grande, $1 - \alpha > \theta(1 - \gamma)$.

6.3. Grupos armados, democracia y falla en la protección pública

Cuando aumenta el costo de enlistarse, α , se amplía el espacio en que se observa el equilibrio descrito en la proposición 6 vía un aumento del tamaño del intervalo de la desigualdad que puede sustentarlo, $(\underline{\lambda}_3(\boldsymbol{\eta}), \bar{\lambda}_3(\boldsymbol{\eta}))$, como se establece en el lema 13. Se esperaría observar un comportamiento similar al descrito en el lema 3, pero esto no sucede en este caso; una posible causa por la cual se presenta este comportamiento es que, dada la inexistencia de protección pública a los derechos de propiedad, hay mayores incentivos para que los individuos busquen mecanismos alternativos para proteger la propiedad aún cuando éstos sean más costosos.

Lema 13 (Costo de enlistarse, grupos armados, democracia y falla en la protección pública). *Cuando α aumenta, ceteris paribus, aumenta el espacio en que se observa el equilibrio político-económico descrito en la proposición 6, esto es, $\frac{\partial \underline{\lambda}_3(\boldsymbol{\eta})}{\partial \alpha} \leq 0$ y $\frac{\partial \bar{\lambda}_3(\boldsymbol{\eta})}{\partial \alpha} \geq 0$.*

Similarmente, pese a que es de esperar que un aumento del tamaño de la Élite, γ , disminuya el espacio en que se observa un equilibrio con grupos armados como el descrito en la proposición 6 dada una menor presión de conflictos redistributivos, se observa el efecto contrario: la desigualdad máxima permisible para que se observe este equilibrio aumenta, $\bar{\lambda}_3(\boldsymbol{\eta})$, y no es claro el efecto sobre la desigualdad mínima, $\underline{\lambda}_3(\boldsymbol{\eta})$ como se indica en el lema 14.

Lema 14 (Tamaño de la Élite, democracia y protección pública sin grupos armados). *Un incremento en el tamaño de la Élite, γ , ceteris paribus, aumenta el espacio en que se observa el equilibrio político-económico descrito en la proposición 6 vía el aumento de la desigualdad máxima permisible, $\bar{\lambda}_3(\boldsymbol{\eta})$; pero su efecto no es claro en cuanto al nivel mínimo de desigualdad permisible, $\underline{\lambda}_3(\boldsymbol{\eta})$.*

De forma similar a la analizada en el lema 6, un aumento en la proporción de individuos que pueden enlistarse, θ , incrementa el espacio en que se observa un equilibrio como el descrito en la proposición 6 vía la ampliación del intervalo de la desigualdad que lo sustenta, $(\underline{\lambda}_3(\boldsymbol{\eta}), \bar{\lambda}_3(\boldsymbol{\eta}))$, como se establece en el lema 15.

Lema 15 (Proporción de individuos que pueden enlistarse, democracia y protección pública sin grupos armados). *Cuando θ aumenta, ceteris paribus, se amplía el espacio en que se observa el equilibrio político-económico descrito en la proposición 6, esto es, $\frac{\partial \lambda_3(\eta)}{\partial \theta} \leq 0$ y $\frac{\partial \bar{\lambda}_3(\eta)}{\partial \theta} \geq 0$.*

Finalmente, cambios en el costo de autoprotegerse, φ , y en la eficiencia institucional en la provisión de protección pública de los derechos de propiedad, z , no afectan el espacio en que se observa el equilibrio descrito en la proposición 6, como se establece en el lema 16.

Lema 16 (Costo de la autoprotección, eficiencia institucional, grupos armados, democracia y falla en la protección pública). *Cambios en el costo de autoprotegerse, φ , y en la eficiencia institucional en la provisión de protección pública de los derechos de propiedad, z , no afectan el espacio en que se observa el equilibrio político-económico descrito en la proposición 6.*

6.4. Democracia y falla en la protección pública sin grupos armados

Intuitivamente se espera que un incremento en el costo de enlistamiento, α , o en la eficiencia institucional para proveer protección pública, z , incrementa el espacio en que se sustenta un equilibrio sin grupos armados como el descrito en la proposición 6; sin embargo, el efecto de cambios en estos parámetros no afecta el espacio en el cual dicho equilibrio es observable. Similarmente, se espera que un aumento en el tamaño de la Élite, γ , o una disminución en la proporción de individuos que pueden enlistarse, θ , aumenten el espacio en que se observa; pero no es posible determinar *ex ante* el efecto de dichos cambios sobre el mismo. Del mismo modo, se espera que un aumento en el costo de autoprotegerse, φ , también amplíe el espacio en que se sustenta un equilibrio como el planteado en el cual no hay individuos autoprotegidos; dicho efecto sí se satisface en el espacio donde se puede observar este equilibrio. Estos resultados están especificados en el lema 17.

Lema 17 (Cambios en el espacio en que se observa el equilibrio con democracia y falla en la protección pública sin grupos armados). *Un aumento en el costo de autoprotegerse, φ , incrementa el espacio en que se observa el equilibrio político-económico caracterizado en la proposición 8; cambios en el costo de enlistamiento, α , o la eficiencia institucional para proveer protección pública, z , no lo afectan; el efecto de cambios en el tamaño de la Élite, γ , y la proporción de individuos que pueden enlistarse, θ , es indeterminado.*

En la tabla 6.1 se resumen los efectos analizados en los lemas 3 a 17.

Parámetro	Eq. prop. 2	Eq. prop. 4	Eq. prop. 6	Eq. prop. 8
α	Disminuye	Aumenta	Aumenta	Constante
φ	Aumenta	Disminuye	Constante	Aumenta
γ	Indeterminado	Indeterminado	Indeterminado	Indeterminado
θ	Aumenta	Aumenta	Aumenta	Indeterminado
z	Indeterminado	Aumenta	Constante	Constante

Tabla 6.1: Efecto de un cambio marginal en cada parámetro de la economía sobre el espacio que sustenta cada equilibrio.

Capítulo 7

Conclusiones

Cuando el régimen político es una democracia, independientemente de la política de protección pública de los derechos de propiedad que se implemente, existen equilibrios en los cuales se pueden observar grupos armados o no; bajo un criterio de eficiencia en el consumo, los equilibrios en donde no se observan grupos armados son preferibles puesto que el gasto en tecnologías de protección de la propiedad es inferior y, por lo tanto, se puede destinar una mayor proporción de la dotación de la economía al consumo.

Cada uno de estos equilibrios está determinado fundamentalmente por la desigualdad en la distribución del ingreso y la eficiencia institucional; esto implica que la forma más sencilla de hacer creíble el cambio de un equilibrio con grupos armados a uno sin grupos armados es modificar la desigualdad en la distribución del ingreso.

Si no es factible hacerlo, un aumento del costo de enlistamiento o una disminución en el costo de la autoprotección pueden permitir hacer creíble el tránsito de un equilibrio con grupos armados a uno sin grupos armados en una democracia donde se ofrece protección pública. La disminución en la proporción de quienes pueden enlistarse y el aumento en la capacidad institucional también contribuyen a este fin; sin embargo, el efecto de éstos es ambiguo.

En una oligarquía los individuos del Pueblo tienen incentivos para enlistarse o autoprotgerse para evitar ser expropiados por el Estado en beneficio de la Élite, por lo que este régimen político implica mayores costos en tecnologías de protección de la propiedad que un régimen político democrático.

Algunas preguntas que surgen de los resultados obtenidos en este trabajo son: ¿Qué factores explican el tamaño de los grupos armados que retan el poder del Estado en democracias? ¿Qué implicaciones tiene esta magnitud para algunas medidas de eficiencia en la economía? ¿Qué implicaciones fisca-

les tiene la desigualdad en la distribución del ingreso en una democracia con grupos armados? Algunas extensiones posibles para mejorar la comprensión de las preguntas planteadas en este trabajo son la extensión de los resultados para incorporar el concepto de Equilibrios de Nash en estrategias mixtas, que son más realistas toda vez que, en la práctica, no se observa que todos los individuos de un grupo social adopten la misma estrategia de comportamiento; similarmente, es posible desarrollar un modelo que incorpore de forma más precisa la política fiscal adoptada en una economía, para ello es posible introducir una distribución del ingreso que no asigne la misma dotación a cada individuo perteneciente a un mismo grupo social de modo que el teorema del votante mediano determine una tasa de impuestos óptima que no necesariamente sea la máxima posible en cada régimen político.

En este trabajo se establece que existe un equilibrio sin grupos armados en una democracia en la que éstos hacen presencia, ¿cuál es la ruta de transición que experimentaría esta economía para transitar a dicho equilibrio? Los resultados obtenidos en este trabajo son Equilibrios de Nash que dan cuenta de un estado estable del juego; sin embargo, este concepto de solución no permite entender la dinámica mediante la cual se da la transición entre equilibrios cuando existen las condiciones creíbles para moverse de uno a otro, entonces hace falta analizar este tipo de transiciones.

Apéndice A

Demostraciones

Proposición 1. Cuando hay protección pública de los derechos de propiedad, $I = 1$, el consumo que obtiene un individuo del pueblo que no se puede enlistar en un régimen político democrático, $r = 0$, es mayor que el que obtiene en un régimen oligárquico, $r = 1$, independientemente de las decisiones de enlistamiento y autoprotección que se tomen, \mathbf{X} , así:

$$\begin{aligned} c_0^P(\mathbf{X}, 0, 1) - c_0^P(\mathbf{X}, 1, 1) \\ = (1 - G(\cdot))(1 - \beta_0^P)(1 - \theta\delta_1^P + \gamma\theta(\delta_1^E - \beta_0^E)) > 0. \end{aligned}$$

Cuando no hay protección pública de los derechos de propiedad, $I = 0$, puede darse una de las siguientes situaciones:

- Si el pueblo se enlista, $\delta_1^P = 1$, $\beta_1^P = 0$, entonces su ingreso bajo democracia, $r = 0$, es mayor que bajo oligarquía, $r = 1$:

$$\begin{aligned} c_0^P(1, 0, \mathbf{X}_0^P, \mathbf{X}_1^E, \mathbf{X}_0^E, 0, 1) - c_0^P(1, 0, \mathbf{X}_0^P, \mathbf{X}_1^E, \mathbf{X}_0^E, 1, 1) \\ = y(1 - \beta_0^P)(\gamma\theta(1 - \beta_1^E)(1 - \delta_1^E) - \gamma(1 - \theta)(\beta_0^E - \beta_0^P)) \\ + (1 - \theta)(1 - \beta_0^P) > 0. \end{aligned}$$

- Si el pueblo no se enlista y la élite sí, $\delta_1^P = \beta_1^E = 0$, $\delta_1^E = 1$, entonces su ingreso es mayor bajo democracia, $r = 0$, que bajo oligarquía, $r = 1$:

$$\begin{aligned} c_0^P(0, \beta_1^P, \mathbf{X}_0^P, 1, 0, \mathbf{X}_0^E, 0, 1) - c_0^P(0, \beta_1^P, \mathbf{X}_0^P, 1, 0, \mathbf{X}_0^E, 1, 1) \\ = y(1 - \beta_0^P)(1 - \beta_0^P - \gamma(\theta - \beta_0^P + (1 - \theta)\beta_0^E)) \\ - (1 - \gamma)\theta(\beta_1^P - \beta_0^P) > 0. \end{aligned}$$

- Si nadie se enlista, $\delta_1^P = \delta_1^E = 0$, entonces su ingreso es mayor bajo

democracia, $r = 0$:

$$\begin{aligned} & c_0^P(0, \beta_1^P, \mathbf{X}_0^P, 0, \beta_1^E, \mathbf{X}_0^E, 0, 1) - c_0^P(0, \beta_1^P, \mathbf{X}_0^P, 0, \beta_1^E, \mathbf{X}_0^E, 1, 1) \\ &= y(1 - \beta_0^P)(1 - \beta_0^P - (1 - \gamma)\theta(\beta_1^P - \beta_0^P) \\ &\quad - \gamma((1 - \theta)\beta_0^E + \theta\beta_1^E - \beta_0^P)) > 0. \end{aligned}$$

□

Lema 1. Se deduce trivialmente de la proposición 1. □

Proposición 2. Dado que el pueblo es el grupo dominante, $\epsilon = 0$, entonces el régimen político implementado es una democracia de acuerdo al Lema 1. En democracia, el votante mediano es un individuo del pueblo, $M^I \in P$; dado $\theta < \frac{1}{2}$, el votante mediano es un individuo que no puede enlistarse, entonces, dadas las creencias de que el pueblo y la élite se enlistan, el pueblo que no puede enlistarse no se autoprotege y la élite que no puede enlistarse se autoprotege, $\boldsymbol{\mu} = (\mathbf{X}_1^P, \mathbf{X}_0^P, \mathbf{X}_1^E, \mathbf{X}_0^E) = ((1, 0), (0, 0), (1, 0), (0, 1))$, elige proveer protección pública, $I^* = 1$, si se satisface (C.1):

$$\begin{aligned} & c_0^P(\boldsymbol{\mu}, 0, 1) - c_0^P(\boldsymbol{\mu}, 0, 0) > 0 \\ & \Leftrightarrow \gamma > G(\boldsymbol{\nu}_1). \end{aligned}$$

Posteriormente, los individuos del pueblo y la élite que pueden enlistarse, eligen simultáneamente sus decisiones de enlistamiento, tomando como dadas sus creencias sobre el régimen de protección pública y las decisiones de los demás individuos, de acuerdo con (C.2), así:

$$\begin{aligned} & c_1^P(1, 0, \mathbf{X}^{-P_1}, 0, 1) - c_1^P(0, \beta_1^P, \mathbf{X}^{-P_1}, 0, 1) > 0 \\ & \Leftrightarrow G(\boldsymbol{\nu}_1)y + (1 - \alpha)y_P > y(1 - (1 - G(\boldsymbol{\nu}_1))\gamma)\theta. \\ & c_1^E(1, 0, \mathbf{X}^{-E_1}, 0, 1) - c_1^E(0, \beta_1^E, \mathbf{X}^{-E_1}, 0, 1) > 0 \\ & \Leftrightarrow G(\boldsymbol{\nu}_1)y + (1 - \alpha)y_E > y\theta(G(\boldsymbol{\nu}_1)(1 - \gamma) + \gamma). \end{aligned}$$

Luego, los individuos que no se pueden enlistar eligen simultáneamente sus decisiones de autoprotección tomando como dadas sus creencias sobre las decisiones de los demás y el régimen de protección pública de acuerdo a (C.3), así:

$$\begin{aligned} & c_0^P(0, 1, \mathbf{X}^{-P_0}, 0, 1) - c_0^P(0, 0, \mathbf{X}^{-P_0}, 0, 1) > 0 \\ & \Leftrightarrow y(1 - G(\boldsymbol{\nu}_1)) \geq (1 - \varphi)y_P. \\ & c_0^E(0, 1, \mathbf{X}^{-E_0}, 0, 1) - c_0^E(0, 0, \mathbf{X}^{-E_0}, 0, 1) > 0 \\ & \Leftrightarrow y G(\boldsymbol{\nu}_1) \frac{1 + \theta}{1 - \theta} > (\varphi y_E - (1 - \gamma)(y_E - y_P)). \end{aligned}$$

Finalmente, dado que el pueblo es el grupo dominante, $\epsilon = 0$, se elige un sistema político democrático, $r = 0$, de acuerdo al lema 1. Por lo tanto, para cada individuo, se autorealizan las creencias $\omega^* = (\mathbf{X}, \boldsymbol{\mu})$. Entonces, $(\mathbf{X}^*, \boldsymbol{\mu}^*) = (1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1)$ es un equilibrio político económico de acuerdo a la definición 1. \square

Proposición 3. Haciendo algunos arreglos algebraicos, de (5.2) se obtiene $\lambda > \lambda_1^1(\boldsymbol{\eta})$, de (5.4) se obtiene que $\lambda > \lambda_1^3(\boldsymbol{\eta})$ y de (5.5) se obtiene que $\lambda > \lambda_1^4(\boldsymbol{\eta})$; entonces se requiere que $\lambda > \min\{\lambda_1^1(\boldsymbol{\eta}), \lambda_1^3(\boldsymbol{\eta}), \lambda_1^4(\boldsymbol{\eta})\} := \underline{\lambda}_1(\boldsymbol{\eta})$. Similarmente, de (5.3) se obtiene que $\lambda < \bar{\lambda}_1(\boldsymbol{\eta})$. Luego, para que se satisfagan simultáneamente las ecuaciones (5.2) a (5.5), se requiere que $\lambda \in (\underline{\lambda}_1(\boldsymbol{\eta}), \bar{\lambda}_1(\boldsymbol{\eta}))$. Por otra parte, dado que $G_z(\cdot) < 0$, entonces la ecuación (5.1) impone un nivel mínimo de eficiencia al Estado, $z > z_1$. \square

Proposición 4. Dado que el pueblo es el grupo dominante, $\epsilon = 0$, entonces el régimen político implementado es una democracia de acuerdo al Lema 1. En democracia, el votante mediano es un individuo del pueblo, $M^I \in P$; dado $\theta < \frac{1}{2}$, el votante mediano es un individuo que no puede enlistarse, entonces, dadas las creencias de que nadie se enlista, ningún individuo del pueblo se autoprotege y todos los individuos de la élite se autoprotegen, $\boldsymbol{\mu} = (\mathbf{X}_1^P, \mathbf{X}_0^P, \mathbf{X}_1^E, \mathbf{X}_0^E) = ((0, 0), (0, 0), (0, 1), (0, 1))$, elige proveer protección pública, $I^* = 1$, si se satisface (C.1):

$$\begin{aligned} c_0^P(\boldsymbol{\mu}, 0, 1) - c_0^P(\boldsymbol{\mu}, 0, 0) &> 0 \\ \Leftrightarrow \gamma &> G(\boldsymbol{\nu}_2). \end{aligned}$$

Posteriormente, los individuos del pueblo y la élite que pueden enlistarse, eligen simultáneamente sus decisiones de enlistamiento, tomando como dadas sus creencias sobre el régimen de protección pública y las decisiones de los demás individuos, de acuerdo con (C.2), así:

$$\begin{aligned} c_1^P(1, 0, \mathbf{X}^{-P_1}, 0, 1) - c_1^P(0, \beta_1^P, \mathbf{X}^{-P_1}, 0, 1) &\leq 0 \\ \Leftrightarrow G(\boldsymbol{\nu}_2)y + (1 - \alpha)y_P &\leq (1 - \gamma)\theta. \\ c_1^E(1, 0, \mathbf{X}^{-E_1}, 0, 1) - c_1^E(0, \beta_1^E, \mathbf{X}^{-E_1}, 0, 1) &> 0 \\ \Leftrightarrow y &\leq (\alpha - \varphi + \gamma\theta)y_E. \end{aligned}$$

Luego, cada individuo elige simultáneamente sus decisiones de autoprotección tomando como dadas sus creencias sobre las decisiones de los demás y el régimen de protección pública de acuerdo a (C.3), así:

$$\begin{aligned} c_{\hat{\theta}}^P(0, 1, \mathbf{X}^{-P_{\hat{\theta}}}, 0, 1) - c_{\hat{\theta}}^P(0, 0, \mathbf{X}^{-P_{\hat{\theta}}}, 0, 1) &> 0 \forall \hat{\theta} \in \{1, 0\} \\ \Leftrightarrow G(\boldsymbol{\nu}_2)y &\leq \gamma(y_E - y_P) + \varphi y_P. \end{aligned}$$

$$c_{\hat{\theta}}^E(0, 1, \mathbf{X}^{-E_{\hat{\theta}}}, 0, 1) - c_{\hat{\theta}}^E(0, 0, \mathbf{X}^{-E_1}, 0, 1) > 0 \forall \hat{\theta} \in \{1, 0\}$$

$$\Leftrightarrow G(\boldsymbol{\nu}_2)y > \varphi y_E - (1 - \gamma)(y_E - y_P).$$

Finalmente, dado que el pueblo es el grupo dominante, $\epsilon = 0$, se elige un sistema político democrático, $r = 0$, de acuerdo al lema 1. Por lo tanto, para cada individuo, se autorealizan las creencias $\boldsymbol{\omega}^* = (\mathbf{X}^*, \boldsymbol{\mu}^*)$. Entonces, $(\mathbf{X}^*, \boldsymbol{\mu}^*) = (0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1)$ es un equilibrio político económico de acuerdo a la definición 1. \square

Proposición 5. Haciendo arreglos algebraicos, de (5.8) se obtiene que $\lambda \leq \lambda_2^1(\boldsymbol{\eta})$ y de (5.10) se obtiene que $\lambda \leq \lambda_2^3(\boldsymbol{\eta})$, entonces estás dos ecuaciones imponen una cota superior a la desigualdad, $\lambda \leq \bar{\lambda}_2(\boldsymbol{\eta}) := \max\{\lambda_2^1(\boldsymbol{\eta}), \lambda_2^3(\boldsymbol{\eta})\}$. Similarmente, de (5.8) se obtiene que $\lambda \geq \lambda_2^2(\boldsymbol{\eta})$ y de (5.11) se obtiene que $\lambda > \lambda_2^4(\boldsymbol{\eta})$, entonces se impone una cota inferior a la desigualdad $\lambda \geq \underline{\lambda}_2(\boldsymbol{\eta}) := \min\{\lambda_2^2(\boldsymbol{\eta}), \lambda_2^4(\boldsymbol{\eta})\}$. Entonces, para satisfacer simultáneamente las ecuaciones (5.8) a (5.11) se requiere que $\lambda \in (\underline{\lambda}_2(\boldsymbol{\eta}), \bar{\lambda}_2(\boldsymbol{\eta}))$. La ecuación (5.7) impone una cota inferior a la eficiencia institucional para proveer protección pública, $z > z_2$. \square

Lema 2. Sean $\pi_1 = \gamma(1 - \theta)$, $\sigma_1 = \theta$, $\pi_2 = \gamma$, $\sigma_2 = 0$, entonces $\boldsymbol{\nu}_1 = (\pi_1, \sigma_1, \bar{z})$ y $\boldsymbol{\nu}_2 = (\pi_2, \sigma_2, \bar{z})$. Dado que $\sigma_1 > \sigma_2$ y $\pi_1 + \sigma_1 > \pi_2 + \sigma_2$, entonces $G(\boldsymbol{\nu}_1) > G(\boldsymbol{\nu}_2)$, $\forall \bar{z}$. Suponga que las ecuaciones (5.1) y (5.7) tienden a satisfacerse en el límite, entonces $G(\boldsymbol{\nu}_1) = G(\boldsymbol{\nu}_2) = \gamma$; pero dado $G(\boldsymbol{\nu}_1) > G(\boldsymbol{\nu}_2)$, $\forall \bar{z}$ y $G_z \cdot < 0$, esto sucede sí y solo sí z es menor en $\boldsymbol{\nu}_2$ que en $\boldsymbol{\nu}_1$, $z_1 > z_2$. \square

Proposición 6. Dado que el pueblo es el grupo dominante, $\epsilon = 0$, entonces el régimen político implementado es una democracia de acuerdo al Lema 1. En democracia, el votante mediano es un individuo del pueblo, $M \in P$; dado $\theta < \frac{1}{2}$, el votante mediano es un individuo que no puede enlistarse, entonces, dadas las creencias de que el pueblo y la élite se enlistan y nadie se autoprotege, $\boldsymbol{\mu} = (\mathbf{X}_1^P, \mathbf{X}_0^P, \mathbf{X}_1^E, \mathbf{X}_0^E) = ((1, 0), (0, 0), (1, 0), (0, 0))$, elige no proveer protección pública, $I^* = 0$, si no se satisface (C.1), lo que se cumple siempre:

$$c_0^P(\boldsymbol{\mu}, 0, 0) - c_0^P(\boldsymbol{\mu}, 0, 1) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow G(0, \theta, z)(1 - \theta)y \geq 0.$$

Posteriormente, los individuos del pueblo y la élite que pueden enlistarse, eligen simultáneamente sus decisiones de enlistamiento, tomando como dadas sus creencias sobre el régimen de protección pública y las decisiones de los demás individuos, de acuerdo con (C.2), así:

$$c_1^P(1, 0, \mathbf{X}^{-P_1}, 0, 0) - c_1^P(0, \beta_1^P, \mathbf{X}^{-P_1}, 0, 0) > 0$$

$$\Leftrightarrow (1 - \alpha)y_P > (1 - \gamma)\theta y.$$

$$\begin{aligned} c_1^E(1, 0, \mathbf{X}^{-E_1}, 0, 0) - c_1^E(0, \beta_1^E, \mathbf{X}^{-E_1}, 0, 0) &> 0 \\ \Leftrightarrow (1 - \alpha)y_E &> \gamma\theta y. \end{aligned}$$

Luego, cada individuo que no se puede enlistar elige simultáneamente sus decisiones de autoprotección tomando como dadas sus creencias sobre las decisiones de los demás y el régimen de protección pública de acuerdo a (C.3), así:

$$\begin{aligned} c_0^P(0, 0, \mathbf{X}^{-P_0}, 0, 1) - c_0^P(0, 1, \mathbf{X}^{-P_0}, 0, 1) &\geq 0 \\ \Leftrightarrow \gamma &\leq \varphi. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_0^E(0, 0, \mathbf{X}^{-E_0}, 0, 1) - c_0^E(0, 1, \mathbf{X}^{-E_0}, 0, 1) &\geq 0 \\ \Leftrightarrow 1 - \gamma &\leq \varphi. \end{aligned}$$

Finalmente, dado que el pueblo es el grupo dominante, $\epsilon = 0$, se elige un sistema político democrático, $r = 0$, de acuerdo al lema 1. Por lo tanto, para cada individuo, se autorealizan las creencias $\boldsymbol{\omega}^* = (\mathbf{X}^*, \boldsymbol{\mu}^*)$. Entonces, $(\mathbf{X}^*, \boldsymbol{\mu}^*) = (1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0)$ es un equilibrio político económico de acuerdo a la definición 1. \square

Proposición 7. Haciendo arreglos algebraicos, de (5.14) se obtiene que $\lambda < \bar{\lambda}_3(\boldsymbol{\eta})$ y de (5.13) se obtiene que $\lambda > \underline{\lambda}_3(\boldsymbol{\eta})$. De (5.15) y (5.16) se obtiene que $1 - \varphi < \gamma < \varphi \Leftrightarrow \varphi \geq \frac{1}{2}$. \square

Proposición 8. Dado que el pueblo es el grupo dominante, $\epsilon = 0$, entonces el régimen político implementado es una democracia de acuerdo al Lema 1. En democracia, el votante mediano es un individuo del pueblo, $M \in P$; dado $\theta < \frac{1}{2}$, el votante mediano es un individuo que no puede enlistarse, entonces, dadas las creencias de que nadie se enlista ni se autoprotege, $\boldsymbol{\omega} = (\mathbf{X}, \boldsymbol{\mu}) = \mathbf{0}$, elige no proveer protección pública, $I^* = 0$, si se satisface (C.1), que sucede siempre:

$$\begin{aligned} c_0^P(\boldsymbol{\mu}, 0, 0) - c_0^P(\boldsymbol{\mu}, 0, 1) &\leq 0 \\ \Leftrightarrow -G(0, 0, z)y &\leq 0. \end{aligned}$$

Posteriormente, los individuos del pueblo y la élite que pueden enlistarse, eligen simultáneamente sus decisiones de enlistamiento, tomando como dadas sus creencias sobre el régimen de protección pública y las decisiones de los demás individuos, de acuerdo con (C.2), así:

$$\begin{aligned} c_1^P(1, 0, \mathbf{X}^{-P_1}, 0, 0) - c_1^P(0, \beta_1^P, \mathbf{X}^{-P_1}, 0, 0) &\leq 0 \\ \Leftrightarrow 1 - \alpha &\leq (1 - \gamma)\theta. \end{aligned} \tag{A.1}$$

$$\begin{aligned}
c_1^E(1, 0, \mathbf{X}^{-E_1}, 0, 0) - c_1^E(0, \beta_1^E, \mathbf{X}^{-E_1}, 0, 0) &\leq 0 \\
\Leftrightarrow 1 - \alpha &\leq \gamma\theta.
\end{aligned} \tag{A.2}$$

Luego, cada individuo elige simultáneamente sus decisiones de autoprotección tomando como dadas sus creencias sobre las decisiones de los demás y el régimen de protección pública de acuerdo a (C.3), así:

$$\begin{aligned}
c_1^P(0, 1, \mathbf{X}^{-P_1}, 0, 0) - c_1^P(0, 0, \mathbf{X}^{-P_1}, 0, 0) &\leq 0 \\
\Leftrightarrow 1 - \varphi &\leq (1 - \gamma)\theta.
\end{aligned} \tag{A.3}$$

$$\begin{aligned}
c_0^P(0, 1, \mathbf{X}^{-P_0}, 0, 0) - c_0^P(0, 0, \mathbf{X}^{-P_0}, 0, 0) &\leq 0 \\
\Leftrightarrow (1 - \gamma)\theta &\leq \varphi - \gamma.
\end{aligned} \tag{A.4}$$

$$\begin{aligned}
c_1^E(0, 1, \mathbf{X}^{-E_1}, 0, 1) - c_1^E(0, 0, \mathbf{X}^{-E_1}, 0, 1) &\leq 0 \\
\Leftrightarrow 1 - \varphi &\leq \gamma\theta.
\end{aligned} \tag{A.5}$$

$$\begin{aligned}
c_0^E(0, 1, \mathbf{X}^{-E_0}, 0, 1) - c_0^E(0, 0, \mathbf{X}^{-E_0}, 0, 1) &\leq 0 \\
\Leftrightarrow 1 - \varphi &\leq \gamma(1 - \theta).
\end{aligned} \tag{A.6}$$

Note que, dado $\alpha > \varphi$, (A.3) implica (A.1) y (A.5) implica (A.2). Luego, este equilibrio está caracterizado únicamente por las ecuaciones (A.3) a (A.6). Finalmente, dado que el pueblo es el grupo dominante, $\epsilon = 0$, se elige un sistema político democrático, $r = 0$, de acuerdo al lema 1. Por lo tanto, para cada individuo, se autorealizan las creencias $\omega^* = (\mathbf{X}^*, \mu^*)$. Entonces, $(\mathbf{X}^*, \mu^*) = \mathbf{0}$ es un equilibrio político económico de acuerdo a la definición 1. \square

Lema 3. La derivada parcial de $\lambda_1^1(\boldsymbol{\eta})$ con respecto a α es estrictamente positiva:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \lambda_1^1(\boldsymbol{\eta})}{\partial \alpha} &= -\frac{1}{\gamma(\theta(1 - \gamma) - (1 - \gamma\theta)G(\boldsymbol{\nu}_1))} \\
&\Rightarrow \frac{\partial \lambda_1^1(\boldsymbol{\eta})}{\partial \alpha} > 0 \Leftrightarrow (1 - \gamma\theta)G(\boldsymbol{\nu}_1) \geq \theta(1 - \gamma) \\
&\Leftrightarrow \gamma \left(\frac{1}{\theta} - (1 - \gamma) \right) \geq 0.
\end{aligned}$$

Es fácil notar que esta última condición se satisface para todo valor tal que $0 < \gamma, \theta < \frac{1}{2}$, entonces se satisface que $\frac{\partial \lambda_1^1(\boldsymbol{\eta})}{\partial \alpha} > 0$. Similarmente, es fácil notar que $\frac{\partial \lambda_1^3(\boldsymbol{\eta})}{\partial \alpha} = \frac{\partial \lambda_1^4(\boldsymbol{\eta})}{\partial \alpha} = 0$. Por lo tanto, $\frac{\partial \lambda_1(\boldsymbol{\eta})}{\partial \alpha} \geq 0$. La derivada parcial de $\bar{\lambda}_1(\boldsymbol{\eta})$ con respecto a α es estrictamente negativa:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\lambda}_1(\boldsymbol{\eta})}{\partial \alpha} &= \frac{(1-\gamma)(\gamma\theta - (1-(1-\gamma)\theta)G(\boldsymbol{\nu}_1))}{(1-\alpha + \gamma(1-(1-\gamma)\theta)G(\boldsymbol{\nu}_1))^2} \\ \Rightarrow \frac{\partial \bar{\lambda}_1(\boldsymbol{\eta})}{\partial \alpha} < 0 &\Leftrightarrow \gamma\theta \leq (1-(1-\gamma)\theta)G(\boldsymbol{\nu}_1) \\ &\frac{1}{\theta} - (1-\gamma) > 0. \end{aligned}$$

Esta última desigualdad tiene el mismo comportamiento que la analizada previamente. Entonces, se satisface que el intervalo $(\lambda_1(\boldsymbol{\eta}), \bar{\lambda}_1(\boldsymbol{\eta}))$ es más estrecho cuando α incrementa, esto es, cuando α es grande es más improbable observar el equilibrio descrito en la proposición 2. \square

Lema 4. La derivada parcial de $\lambda_1^3(\boldsymbol{\eta})$ con respecto a φ es estrictamente negativa:

$$\frac{\partial \lambda_1^3(\boldsymbol{\eta})}{\partial \varphi} = -\frac{1}{\gamma(1-G(\boldsymbol{\nu}_1))} < 0.$$

La derivada parcial de $\lambda_1^4(\boldsymbol{\eta})$ con respecto a φ es estrictamente negativa cuando la proporción de individuos que pueden enlistarse es suficientemente grande, $\theta > \frac{1}{3}$.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \lambda_1^4(\boldsymbol{\eta})}{\partial \varphi} &= \frac{(1-\gamma)(1-\theta)(1-\theta-(1+\theta)G(\boldsymbol{\nu}_1))}{((1-\theta)(1-\gamma\varphi) + \gamma(1+\theta)G(\boldsymbol{\nu}_1))^2} \\ \Rightarrow \frac{\partial \lambda_1^4(\boldsymbol{\eta})}{\partial \varphi} < 0 &\Leftrightarrow G > \frac{1+\theta}{1-\theta}, \quad \text{usando (5.1) y } \gamma < \frac{1}{2}, \\ &\frac{1}{2} > \frac{1+\theta}{1-\theta} \\ &\Leftrightarrow \theta > \frac{1}{3}. \end{aligned}$$

Similarmente, se obtiene que $\frac{\partial \lambda_1^1(\boldsymbol{\eta})}{\partial \varphi} = \frac{\partial \lambda_1^2(\boldsymbol{\eta})}{\partial \varphi} = 0$. Entonces, cuando $\theta \in (\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$, se satisface que $\frac{\partial \lambda_1(\boldsymbol{\eta})}{\partial \varphi} \leq 0$ y $\frac{\partial \bar{\lambda}_1(\boldsymbol{\eta})}{\partial \varphi} \geq 0$; esto es, cuando φ es pequeño es más improbable observar el equilibrio descrito en la proposición 2. \square

Lema 5. La derivada parcial de $\lambda_1^1(\boldsymbol{\eta})$ con respecto a γ es estrictamente po-

sitiva:

$$\frac{\partial \lambda_1^1(\boldsymbol{\eta})}{\partial \gamma} = \frac{\overbrace{1-\gamma}^{>0}}{\gamma^2} + \frac{\overbrace{1-\alpha}^{>0}}{(1-\gamma\theta)G(\boldsymbol{\nu}_1) - \theta(1-\gamma)}$$

$$+ \frac{1}{\gamma} \underbrace{\left(1 + \frac{(1-\alpha)(\theta(1-G(\boldsymbol{\nu}_1)) + (1-\theta)(1-\gamma\theta)G_\pi(\boldsymbol{\nu}_1))}{(\theta(1-\gamma) - (1-\gamma\theta)G(\boldsymbol{\nu}_1))^2} \right)}_{>0}.$$

No es posible determinar *ex ante* el signo de la derivada parcial de $\lambda_1^2(\boldsymbol{\eta})$ con respecto a γ :

$$\frac{\partial \lambda_1^2(\boldsymbol{\eta})}{\partial \gamma} = [(\theta((1-\alpha)(1-2\gamma) + \gamma^2\theta)) + (1 - (1-\gamma)\theta)^2 G(\boldsymbol{\nu}_1)^2$$

$$+ (1-\alpha + 2\alpha(1-\gamma)\theta - 2\theta(1 - (1-\gamma)\gamma\theta)) G(\boldsymbol{\nu}_1)$$

$$- (1-\alpha)(1-\gamma)(1-\theta)(1 - (1-\gamma)\theta)G_\pi(\boldsymbol{\nu}_1)]$$

$$/(\gamma^2\theta - (1-\alpha) - \gamma(1 - (1-\gamma)\theta)G(\boldsymbol{\nu}_1))^2 \leq 0.$$

Una condición suficiente para que la derivada parcial de $\lambda_1^3(\boldsymbol{\eta})$ con respecto a γ sea estrictamente positiva es que el costo de autoprotegerse sea suficientemente alto:

$$\frac{\partial \lambda_1^3(\boldsymbol{\eta})}{\partial \gamma} = \frac{(1-G(\boldsymbol{\nu}_1))(\varphi - G(\boldsymbol{\nu}_1)) + \gamma(1-\theta)(1-\varphi)G_\pi(\boldsymbol{\nu}_1)}{\gamma^2(1-G(\boldsymbol{\nu}_1))^2}$$

$$\text{Si } \varphi > G(\boldsymbol{\nu}_1) \Rightarrow \frac{\partial \lambda_1^3(\boldsymbol{\eta})}{\partial \gamma} > 0.$$

No es posible determinar *ex ante* el signo de la derivada parcial de $\lambda_1^4(\boldsymbol{\eta})$ con respecto a γ :

$$\frac{\partial \lambda_1^4}{\partial \gamma} = [G(\boldsymbol{\nu}_1)(G(\boldsymbol{\nu}_1)(1+\theta) - (1-\theta)(1+\varphi))$$

$$+ (1-\theta)^2(\varphi - (1-\gamma)(1-\varphi)(1+\theta)G_\pi(\boldsymbol{\nu}_1))]/$$

$$(G(\boldsymbol{\nu}_1)\gamma(1+\theta) + (1-\theta)(1-\gamma-\varphi))^2 \leq 0.$$

Luego, no es claro el signo de la derivada de $\lambda_1(\boldsymbol{\eta})$ con respecto a γ . Por lo tanto, \square

Lema 6. Dado $G_\sigma(\cdot) > \gamma G_\pi(\cdot)$, la derivada parcial de $\lambda_1^1(\boldsymbol{\eta})$ con respecto a θ es estrictamente negativa:

$$\frac{\partial \lambda_1^1(\boldsymbol{\eta})}{\partial \theta} = - \frac{(1-\alpha)(1-\gamma(1-G(\boldsymbol{\nu}_1))) - (1-\gamma\theta)(G_\sigma(\boldsymbol{\nu}_1) - \gamma G_\pi(\boldsymbol{\nu}_1))}{\gamma(\theta(1-\gamma) - (1-\gamma\theta)G(\boldsymbol{\nu}_1))^2} < 0.$$

La derivada parcial de $\lambda_1^2(\boldsymbol{\eta})$ con respecto a θ es estrictamente positiva:

$$\frac{\partial \lambda_1^2(\boldsymbol{\eta})}{\partial \theta} = \frac{(1-\alpha)(1-\gamma)(\gamma + (1-\gamma)G(\boldsymbol{\nu}_2) - (1-(1-\gamma)\theta)(G_\sigma(\boldsymbol{\nu}_2) - \gamma G_\pi(\boldsymbol{\nu}_2)))}{(\gamma^2\theta - (1-\alpha) - \gamma(1-(1-\gamma)\theta)G(\boldsymbol{\nu}_2))^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \lambda_1^2(\boldsymbol{\eta})}{\partial \theta} > 0 \Leftrightarrow \frac{\gamma + (1-\gamma)G(\boldsymbol{\nu}_2)}{1-(1-\gamma)\theta} > G_\sigma(\boldsymbol{\nu}_2) - \gamma G_\pi(\boldsymbol{\nu}_2) > 0.$$

La derivada parcial de $\lambda_1^3(\boldsymbol{\eta})$ con respecto a θ es estrictamente negativa:

$$\frac{\partial \lambda_1^3(\boldsymbol{\eta})}{\partial \theta} = -\frac{(1-\varphi)(G_\sigma(\boldsymbol{\nu}_2) - \gamma G_\pi(\boldsymbol{\nu}_2))}{\gamma(1-G(\boldsymbol{\nu}_2))^2} < 0.$$

La derivada parcial de $\lambda_1^4(\boldsymbol{\eta})$ con respecto a θ es estrictamente negativa:

$$\frac{\partial \lambda_1^4(\boldsymbol{\eta})}{\partial \theta} = -\frac{(1-\gamma)(1-\varphi)(2G(\boldsymbol{\nu}_2) + (1-\theta^2)(G_\sigma(\boldsymbol{\nu}_2) - \gamma G_\pi(\boldsymbol{\nu}_2)))}{((1-\theta)(1-\gamma-\varphi) + \gamma(1+\theta)G(\boldsymbol{\nu}_2))^2}$$

Luego, $\frac{\partial \lambda_1(\boldsymbol{\eta})}{\partial \theta} < 0$ y $\frac{\partial \bar{\lambda}_1(\boldsymbol{\eta})}{\partial \theta} > 0$, entonces cuando θ es grande, es más probable observar el equilibrio descrito en la proposición 2. \square

Lema 7. Las derivadas parciales de $\lambda_1^1(\boldsymbol{\eta})$ y $\lambda_1^3(\boldsymbol{\eta})$ con respecto a z son estrictamente negativas:

$$\frac{\partial \lambda_1^1(\boldsymbol{\eta})}{\partial z} = \frac{(1-\alpha)(1-\gamma\theta)G_z(\boldsymbol{\nu}_1)}{\gamma(\theta(1-\gamma) - (1-\gamma\theta)G(\boldsymbol{\nu}_1))^2} < 0.$$

$$\frac{\partial \lambda_1^3(\boldsymbol{\eta})}{\partial z} = \frac{(1-\varphi)G_z(\boldsymbol{\nu}_1)}{\gamma(1-G(\boldsymbol{\nu}_1))^2} < 0.$$

La derivada parcial de $\lambda_1^4(\boldsymbol{\eta})$ con respecto a z es estrictamente positiva:

$$\frac{\partial \lambda_1^4(\boldsymbol{\eta})}{\partial z} = -\frac{(1-\gamma)(1-\theta^2)(1-\varphi)G_z(\boldsymbol{\nu}_1)}{((1-\theta)(1-\gamma-\varphi) + \gamma(1+\theta)G(\boldsymbol{\nu}_1))^2} > 0.$$

Entonces, no es claro el signo de la derivada de $\lambda_1(\boldsymbol{\eta})$ con respecto a z , $\frac{\partial \lambda_1(\boldsymbol{\eta})}{\partial z} \leq 0$. La derivada parcial de $\bar{\lambda}_1(\boldsymbol{\eta})$ con respecto a z es estrictamente negativa:

$$\frac{\partial \bar{\lambda}_1(\boldsymbol{\eta})}{\partial z} = -\frac{(1-\alpha)(1-\gamma)(1-(1-\gamma)\theta)G_z(\boldsymbol{\nu}_1)}{(\gamma^2\theta - (1-\alpha) - \gamma(1-(1-\gamma)\theta)G(\boldsymbol{\nu}_1))^2} > 0.$$

\square

Lema 8. La derivada parcial de $\lambda_2^1(\boldsymbol{\eta})$ con respecto a α es estrictamente negativa:

$$\frac{\partial \lambda_2^1(\boldsymbol{\eta})}{\partial \alpha} = \frac{1}{\gamma G(\boldsymbol{\nu}_2)} > 0.$$

La derivada parcial de $\lambda_2^2(\boldsymbol{\eta})$ con respecto a α es estrictamente positiva:

$$\frac{\partial \lambda_2^2(\boldsymbol{\eta})}{\partial \alpha} = -\frac{1 - \gamma}{(\alpha - \varphi - \gamma(1 - \theta))^2} < 0.$$

Las funciones $\lambda_2^3(\boldsymbol{\eta})$ y $\lambda_2^4(\boldsymbol{\eta})$ no reaccionan ante cambios en α :

$$\frac{\partial \lambda_2^3(\boldsymbol{\eta})}{\partial \alpha} = \frac{\partial \lambda_2^4(\boldsymbol{\eta})}{\partial \alpha} = 0.$$

Por lo tanto, $\frac{\partial \lambda_2(\boldsymbol{\eta})}{\partial \alpha} \leq 0$ y $\frac{\partial \bar{\lambda}_2(\boldsymbol{\eta})}{\partial \alpha} \geq 0$. Entonces, cuando α es grande, es más probable observar el equilibrio descrito en la proposición 4. \square

Lema 9. La función $\lambda_2^1(\boldsymbol{\eta})$ no reacciona con respecto a movimientos en φ :

$$\frac{\partial \lambda_2^1(\boldsymbol{\eta})}{\partial \varphi} = 0.$$

Las derivadas parciales de $\lambda_2^2(\boldsymbol{\eta})$ y $\lambda_2^4(\boldsymbol{\eta})$ con respecto a φ son estrictamente positivas:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \lambda_2^2(\boldsymbol{\eta})}{\partial \varphi} &= \frac{1 - \gamma}{(\alpha - \varphi - \gamma(1 - \theta))^2} > 0 \\ \frac{\partial \lambda_2^4(\boldsymbol{\eta})}{\partial \varphi} &= \frac{(1 - G(\boldsymbol{\nu}_2))(1 - \gamma)}{(\gamma(1 - G(\boldsymbol{\nu}_2)) - (1 - \varphi))^2} > 0. \end{aligned}$$

La derivada parcial de $\lambda_2^3(\boldsymbol{\eta})$ con respecto a φ es estrictamente negativa:

$$\frac{\partial \lambda_2^3(\boldsymbol{\eta})}{\partial \varphi} = -\frac{1}{\gamma(1 - G(\boldsymbol{\nu}_2))} < 0.$$

Entonces, $\frac{\partial \lambda_2(\boldsymbol{\eta})}{\partial \varphi} \geq 0$ y $\frac{\partial \bar{\lambda}_2(\boldsymbol{\eta})}{\partial \varphi} \leq 0$. Luego, cuando φ es grande, es más improbable observar el equilibrio descrito en la proposición 4. \square

Lema 10. No es posible determinar unívocamente los signos de las derivadas

parciales de las funciones $\lambda_2^i(\boldsymbol{\eta})$, $i = 1, 2, 3, 4$ con respecto a γ :

$$\begin{aligned}\frac{\partial \lambda_2^1(\boldsymbol{\eta})}{\partial \gamma} &= \frac{(1 - \alpha - \theta) G(\boldsymbol{\nu}_2) + G(\boldsymbol{\nu}_2)^2 + \gamma(1 - \alpha - (1 - \gamma)\theta)G_\pi(\boldsymbol{\nu}_2)}{(\gamma G(\boldsymbol{\nu}_2))^2} \stackrel{\leq}{\geq} 0 \\ \frac{\partial \lambda_2^2(\boldsymbol{\eta})}{\partial \gamma} &= \frac{1 - \alpha - \theta - \varphi}{(\alpha - \varphi - (1 - \theta)\gamma)^2} \stackrel{\leq}{\geq} 0 \\ \frac{\partial \lambda_2^3(\boldsymbol{\eta})}{\partial \gamma} &= \frac{(1 - G(\boldsymbol{\nu}_2))(\varphi - G(\boldsymbol{\nu}_2)) + \gamma(1 - \varphi)G_\pi(\boldsymbol{\nu}_2)}{\gamma^2(1 - G(\boldsymbol{\nu}_2))} \stackrel{\leq}{\geq} 0 \\ \frac{\partial \lambda_2^4(\boldsymbol{\eta})}{\partial \gamma} &= \frac{(1 - G(\boldsymbol{\nu}_2))(\varphi - G(\boldsymbol{\nu}_2)) - (1 - \gamma)(1 - \varphi)G_\pi(\boldsymbol{\nu}_2)}{(\gamma(1 - G(\boldsymbol{\nu}_2)) - (1 - \varphi))^2} \stackrel{\leq}{\geq} 0.\end{aligned}$$

□

Lema 11. La derivada parcial de $\lambda_2^1(\boldsymbol{\eta})$ con respecto a θ es estrictamente positiva:

$$\frac{\partial \lambda_2^1(\boldsymbol{\eta})}{\partial \theta} = \frac{1 - \gamma}{\gamma G(\boldsymbol{\nu}_2)} > 0.$$

La derivada parcial de $\lambda_2^2(\boldsymbol{\eta})$ con respecto a θ es estrictamente negativa:

$$\frac{\partial \lambda_2^2(\boldsymbol{\eta})}{\partial \theta} = -\frac{(1 - \gamma)\gamma}{(\alpha - \varphi - (1 - \theta)\gamma)^2} < 0.$$

Las funciones $\lambda_2^3(\boldsymbol{\eta})$ y $\lambda_2^4(\boldsymbol{\eta})$ no reaccionan ante cambios en θ :

$$\frac{\partial \lambda_2^3(\boldsymbol{\eta})}{\partial \theta} = \frac{\partial \lambda_2^4(\boldsymbol{\eta})}{\partial \theta} = 0.$$

Luego, $\frac{\partial \lambda_2(\boldsymbol{\eta})}{\partial \theta} \leq 0$

□

Lema 12. Las derivadas parciales de $\lambda_2^1(\boldsymbol{\eta})$ y $\lambda_2^3(\boldsymbol{\eta})$ con respecto a z son estrictamente positivas:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \lambda_2^1(\boldsymbol{\eta})}{\partial z} &= \frac{(1 - \alpha - (1 - \gamma)\theta)G_z(\boldsymbol{\nu}_2)}{\gamma G(\boldsymbol{\nu}_2)} > 0 \\ \frac{\partial \lambda_2^3(\boldsymbol{\eta})}{\partial z} &= -\frac{(1 - \varphi)G_z(\boldsymbol{\nu}_2)}{\gamma(1 - G(\boldsymbol{\nu}_2))^2} > 0.\end{aligned}$$

Las funciones $\lambda_2^2(\boldsymbol{\eta})$ y $\lambda_2^4(\boldsymbol{\eta})$ no reaccionan ante cambios en z :

$$\frac{\partial \lambda_2^2(\boldsymbol{\eta})}{\partial z} = \frac{\partial \lambda_2^4(\boldsymbol{\eta})}{\partial z} = 0.$$

Luego, $\frac{\partial \lambda_2(\boldsymbol{\eta})}{\partial z} \leq 0$ y $\frac{\partial \lambda_2(\boldsymbol{\eta})}{\partial \theta} \geq 0$. Entonces, cuando z es grande, es más probable observar el equilibrio descrito en la proposición 4

□

Lema 13. La derivada parcial de $\bar{\lambda}_3(\boldsymbol{\eta})$ con respecto a α es estrictamente positiva:

$$\frac{\partial \bar{\lambda}_3(\boldsymbol{\eta})}{\partial \alpha} = \frac{(1-\gamma)\gamma\theta}{(\gamma^2\theta - (1-\alpha))^2} > 0.$$

La derivada parcial de $\underline{\lambda}_3(\boldsymbol{\eta})$ con respecto a α es estrictamente negativa:

$$\frac{\partial \underline{\lambda}_3(\boldsymbol{\eta})}{\partial \alpha} = -\frac{1}{(1-\gamma)\gamma\theta} < 0.$$

Luego, cuando α es grande es más probable observar el equilibrio descrito en la proposición 6. \square

Lema 14. La derivada parcial de $\bar{\lambda}_3(\boldsymbol{\eta})$ con respecto a γ es estrictamente positiva:

$$\frac{\partial \bar{\lambda}_3(\boldsymbol{\eta})}{\partial \gamma} = \frac{\theta((1-\alpha)(1-2\gamma) + \gamma^2\theta)}{(\gamma^2\theta - (1-\alpha))^2} > 0.$$

No es posible determinar a priori el signo de la derivada parcial de $\underline{\lambda}_3(\boldsymbol{\eta})$ con respecto a γ :

$$\frac{\partial \underline{\lambda}_3(\boldsymbol{\eta})}{\partial \gamma} = \frac{\theta - (2-\gamma)\gamma\theta - (1-\alpha)(1-2\gamma)}{(1-\gamma)^2\gamma^2\theta} \begin{matrix} \leq \\ > \end{matrix} 0.$$

\square

Lema 15. La derivada parcial de $\bar{\lambda}_3(\boldsymbol{\eta})$ con respecto a θ es estrictamente positiva:

$$\frac{\partial \bar{\lambda}_3(\boldsymbol{\eta})}{\partial \theta} = \frac{(1-\alpha)(1-\gamma)\gamma}{(\gamma^2\theta - (1-\alpha))^2} > 0.$$

La derivada parcial de $\underline{\lambda}_3(\boldsymbol{\eta})$ con respecto a θ es estrictamente negativa:

$$\frac{\partial \underline{\lambda}_3(\boldsymbol{\eta})}{\partial \theta} = -\frac{1-\alpha}{(1-\gamma)\gamma\theta^2} < 0.$$

Luego, cuando θ es grande es más probable observar el equilibrio descrito en la proposición 6 \square

Lema 16. Las derivadas parciales de $\underline{\lambda}_3(\boldsymbol{\eta})$ y $\bar{\lambda}_3(\boldsymbol{\eta})$ con respecto a φ y a z son iguales a cero:

$$\frac{\partial \underline{\lambda}_3(\boldsymbol{\eta})}{\partial \varphi} = \frac{\partial \underline{\lambda}_3(\boldsymbol{\eta})}{\partial z} = \frac{\partial \bar{\lambda}_3(\boldsymbol{\eta})}{\partial \varphi} = \frac{\partial \bar{\lambda}_3(\boldsymbol{\eta})}{\partial z} = 0.$$

\square

Lema 17. Dado que α y z son parámetros que no están incluidos en las ecuaciones (5.18) a (5.21), entonces cambios en estos parámetros no afectan la posibilidad de observarlo. En todas estas ecuaciones está considerado el costo de autoprotegerse, φ mayor o igual a determinadas funciones de los parámetros; por lo tanto, si φ aumente, *ceteris paribus*, el espacio para observar este equilibrio se amplía. Por su parte, el tamaño de la Élite, γ , es menor o igual a terminada función de parámetros en la ecuación 5.19, pero mayor o igual a otras en las ecuaciones (5.20) y (5.21); por lo tanto, el efecto de un cambio en esta variable sobre la posibilidad de observar el este equilibrio es indeterminado. Una situación similar ocurre con la proporción de individuos que pueden enlistarse, θ , que es mayor o igual a determinada función de los parámetros en las ecuaciones (5.19) y (5.20) y menor o igual a otra en la ecuación (5.20). \square

Apéndice B

Pago esperado en estrategias puras

B.1. Individuo del Pueblo

B.1.1. Individuo que se enlista

Para un individuo $i \in P$ que no puede enlistarse, $\hat{\theta}^P = 0$, se satisface $\delta_0^P = 0$; si sí puede enrolarse, toma la decisión de hacerlo con base en (C.2). Si $\delta_1^P = 1$, entonces el agente no está expuesto a perder su dotación (tiene asegurado un ingreso $y^P(1 - \alpha)$) bajo ninguna combinación de entornos institucionales, $\boldsymbol{\mu}$, pero puede expropiar al oponente con que se encuentre aleatoriamente si éste no puede enlistarse en una organización armada ($\hat{\theta}^j = 0$) o, pudiendo hacerlo, no está enlistado en alguna ($\delta_\theta^j = 0$), entonces su pago esperado está dado por (B.1).

$$\begin{aligned} c_\theta^P(1, 0, \mathbf{X}^{-P_\theta}, \boldsymbol{\mu}) &= (y^P \delta_1^P (1 - \alpha) + y^P (1 - \delta_1^P) (2 - \alpha)) (1 - \gamma) \theta \\ &\quad + y^P (2 - \alpha) (1 - \gamma) (1 - \theta) + (y^P (1 - \alpha) + y^E) \gamma (1 - \theta) \\ &\quad + (y^P \delta_1^E (1 - \alpha) + (1 - \delta_1^E) (y^P (1 - \alpha) + y^E)) \gamma \theta. \end{aligned} \tag{B.1}$$

B.1.2. Individuo que no se enlista

Si el individuo no está enlistado, $\delta_\theta^P = 0$, su pago depende del régimen político, r , de la política de protección pública de la propiedad, I , y de sus decisiones de autoprotección.

B.1.2.1. Régimen político oligárquico

Considere un régimen político oligárquico, $r = 1$, donde el individuo elige no autoprotejarse, $\beta_{\hat{\theta}}^P = 0$, entonces está expuesto a cualquier tipo de expropiación: dependiendo de las decisiones de enlistamiento y autoprotección del oponente con quien se encuentre, \mathbf{X}^j , está expuesto a la expropiación de guerra u horizontal, según sea el caso; si no sufre alguna de estas expropiaciones, el Estado expropia verticalmente su dotación en beneficio de la Élite. Entonces su pago está dado por (B.2).

$$c_{\hat{\theta}}^P(0, 0, \mathbf{X}^{-P_{\hat{\theta}}}, 1, I) = 0. \quad (\text{B.2})$$

En cambio, cuando elige autoprotegerse, $\beta_{\hat{\theta}}^P = 1$, si su oponente está enlistado en un grupo armado, $\delta_1^j = 1$, sufre expropiación de guerra. Si el oponente no está enlistado en una organización armada, $\delta_{\hat{\theta}}^j = 0$, independientemente de su decisión de autoprotección, $\beta_{\hat{\theta}}^j$, tiene un pago asegurado igual a $y^P(1 - \varphi)$; adicionalmente, si no hay protección pública de la propiedad, $I = 0$, puede obtener un ingreso adicional proveniente de expropiación horizontal. Entonces, su pago en estos casos está dado por (B.3) o (B.4).

$$\begin{aligned} c_{\hat{\theta}}^P(0, 1, \mathbf{X}^{-P_{\hat{\theta}}}, 1, 0) &= (1 - \delta_1^P)(y^P \beta_1^P(1 - \varphi) + y^P(1 - \beta_1^P)(2 - \varphi))(1 - \gamma)\theta \\ &\quad + (y^P \beta_0^P(1 - \varphi) + y^P(1 - \beta_0^P)(2 - \varphi))(1 - \gamma)(1 - \theta) \quad (\text{B.3}) \\ &\quad + (1 - \delta_1^E)(y^P \beta_1^E(1 - \varphi) + (1 - \beta_1^E)(y^P(1 - \varphi) + y^E))\gamma\theta \\ &\quad + (y^P \beta_0^E(1 - \varphi) + (1 - \beta_0^E)(y^P(1 - \varphi) + y^E))\gamma(1 - \theta). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_{\hat{\theta}}^P(0, 1, \mathbf{X}^{-P_{\hat{\theta}}}, 1, 1) &= y^P(1 - \varphi)(1 - \delta_1^P)(1 - \gamma)\theta + y^P(1 - \varphi)(1 - \gamma)(1 - \theta) \quad (\text{B.4}) \\ &\quad + y^P(1 - \varphi)(1 - \delta_1^E)\gamma\theta + y^P(1 - \varphi)\gamma(1 - \theta). \end{aligned}$$

Por lo tanto, independientemente de la política de protección pública de los derechos de propiedad, I , su pago esperado está dado por (B.5).

$$\begin{aligned} c_{\hat{\theta}}^P(0, 1, \mathbf{X}^{-P_{\hat{\theta}}}, 1, I) &= I c_{\hat{\theta}}^P(0, 1, \mathbf{X}^{-P_{\hat{\theta}}}, 1, 1) \\ &\quad + (1 - I) c_{\hat{\theta}}^P(0, 1, \mathbf{X}^{-P_{\hat{\theta}}}, 1, 0). \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

A partir de las expresiones obtenidas en (B.2) y (B.5), puede deducirse una expresión para el pago esperado de un individuo del pueblo que decide

no enlistarse bajo un régimen oligárquico, para cualquier decisión de autoprotección que tome, independiente de la política de protección pública de los derechos de propiedad vigente, $c_{\theta}^P(0, \beta_{\theta}^P, \mathbf{X}^{-P_{\theta}}, 1, I)$, dada por (B.6).

$$\begin{aligned} c_{\theta}^P(0, \beta_{\theta}^P, \mathbf{X}^{-P_{\theta}}, 1, I) &= \beta_{\theta}^P c_{\theta}^P(0, 1, \mathbf{X}^{-P_{\theta}}, 1, I) \\ &+ (1 - \beta_{\theta}^P) c_{\theta}^P(0, 0, \mathbf{X}^{-P_{\theta}}, 1, I). \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

B.1.2.2. Régimen político democrático

Ahora, considere el caso en que el régimen político es democracia, $r = 0$, el pago esperado del individuo depende de su elección de autoprotección, β_{θ}^i , y de la decisión colectiva de proveer protección pública a la propiedad, I .

Con protección pública de los derechos de propiedad Observe que, cuando se provee protección pública a la propiedad, $I = 1$, el individuo está protegido contra la expropiación horizontal (e incapacitado para realizarla) y puede elegir autoprotegerse, β_{θ}^i , para evitar la expropiación vertical pero, dado que no está enlistado en un grupo armado, $\delta_{\theta}^i = 0$, en ningún caso estará protegido contra la expropiación de guerra. Entonces, si decide autoprotegerse, $\beta_{\theta}^i = 1$, su pago esperado será (B.7).

$$\begin{aligned} c_{\theta}^P(0, 1, \mathbf{X}^{-P_{\theta}}, 0, 1) &= y^P(1 - \delta_1^P)(1 - \varphi)(1 - \gamma)\theta + y^P(1 - \varphi)(1 - \gamma)(1 - \theta) \\ &+ y^P(1 - \delta_1^E)(1 - \varphi)\gamma\theta + y^P(1 - \varphi)\gamma(1 - \theta). \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

Similarmente, si decide no autoprotegerse, $\beta_{\theta}^P = 0$, considerando que bajo democracia $\tilde{y}^i = y$, $\forall i \in \{E, P\}$ entonces su pago esperado estará dado por (B.8).

$$\begin{aligned} c_{\theta}^P(0, 0, \mathbf{X}^{-P_{\theta}}, 0, 1) &= y(1 - \delta_1^P)(1 - G(\cdot))(1 - \gamma)\theta + y(1 - G(\cdot))(1 - \gamma)(1 - \theta) \\ &+ y(1 - \delta_1^E)(1 - G(\cdot))\gamma\theta + y(1 - G(\cdot))\gamma(1 - \theta). \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

Luego, de (B.7) y (B.8), puede obtenerse el pago esperado por el individuo para cualquier decisión de autoprotección que tome, $\beta_{\theta}^P \in \{1, 0\}$, dado que no pertenece a un grupo armado, $\delta_{\theta}^i = 0$, el régimen político es democrático,

$r = 0$, y hay protección pública de los derechos de propiedad, $I = 1$, dada por (B.9).

$$\begin{aligned} c_{\theta}^P(0, \beta_{\theta}^P, \mathbf{X}^{-P_{\theta}}, 0, 1) &= \beta_{\theta}^P c_{\theta}^P(0, 1, \mathbf{X}^{-P_{\theta}}, 0, 1) \\ &+ (1 - \beta_{\theta}^P) c_{\theta}^P(0, 0, \mathbf{X}^{-P_{\theta}}, 0, 1). \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

Sin protección pública de los derechos de propiedad Considere el caso en que no hay protección pública de los derechos de propiedad, $I = 0$, y el individuo decide no pertenecer a un grupo armado, $\delta_{\theta}^i = 0$. Si decide autoprotgerse, $\beta_{\theta}^i = 1$, podrá evitar la expropiación horizontal y vertical y practicar la primera, pero estará indefenso frente a la expropiación de guerra. Por lo tanto, su pago esperado en este caso está dado por (B.10).

$$\begin{aligned} c_{\theta}^P(0, 1, \mathbf{X}^{-P_{\theta}}, 0, 0) &= (1 - \delta_1^P)(y^P \beta_1^P(1 - \varphi) + y^P(1 - \beta_1^P)(2 - \varphi))(1 - \gamma)\theta \\ &+ (y^P \beta_0^P(1 - \varphi) + y^P(1 - \beta_0^P)(2 - \varphi))(1 - \gamma)(1 - \theta) \\ &+ (1 - \delta_1^E)(y^P \beta_1^E(1 - \varphi) + (1 - \beta_1^E)(y^P(1 - \varphi) + y^E))\gamma\theta \\ &+ (y^P \beta_0^E(1 - \varphi) + (1 - \beta_0^E)(y^P(1 - \varphi) + y^E))\gamma(1 - \theta). \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

Del mismo modo, considere el caso en que el individuo decide no autoprotgerse, $\beta_{\theta}^i = 0$, entonces su pago esperado está dado por (B.11).

$$\begin{aligned} c_{\theta}^P(0, 0, \mathbf{X}^{-P_{\theta}}, 0, 0) &= y(1 - \delta_1^P)(1 - \beta_1^P)(1 - \gamma)\theta \\ &+ y(1 - \beta_0^P)(1 - \gamma)(1 - \theta) \\ &+ y(1 - \delta_1^E)(1 - \beta_1^E)\gamma\theta + y(1 - \beta_0^E)\gamma(1 - \theta). \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

Luego, de (B.10) y (B.11), puede obtenerse el pago esperado por el individuo para cualquier decisión de autoprotección que tome, $\beta_{\theta}^P \in \{1, 0\}$, dado que el individuo no pertenece a un grupo armado, $\delta_{\theta}^i = 0$, el régimen político es democrático, $r = 0$, y no hay protección pública de los derechos de propiedad, $I = 0$, dada por (B.12).

$$\begin{aligned} c_{\theta}^P(0, \beta_{\theta}^P, \mathbf{X}^{-P_{\theta}}, 0, 0) &= \beta_{\theta}^P c_{\theta}^P(0, 1, \mathbf{X}^{-P_{\theta}}, 0, 0) \\ &+ (1 - \beta_{\theta}^P) c_{\theta}^P(0, 0, \mathbf{X}^{-P_{\theta}}, 0, 0). \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

Cualquier política de protección pública de los derechos de propiedad Entonces, de (B.9) y (B.12), se obtiene (B.13).

$$\begin{aligned} c_{\hat{\theta}}^P(0, \beta_{\hat{\theta}}^P, \mathbf{X}^{-P_{\hat{\theta}}}, 0, I) &= I c_{\hat{\theta}}^P(0, \beta_{\hat{\theta}}^P, \mathbf{X}^{-P_{\hat{\theta}}}, 0, 1) \\ &+ (1 - I) c_{\hat{\theta}}^P(0, \beta_{\hat{\theta}}^P, \mathbf{X}^{-P_{\hat{\theta}}}, 0, 0). \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

B.1.2.3. Cualquier entorno institucional

Luego, a partir de (B.6) y (B.13), es posible obtener una expresión para el pago esperado de un individuo del Pueblo que no se enlista en un grupo armado, $\delta_{\hat{\theta}}^i = 0$ para cualquier decisión de autoprotección que tome, $\beta_{\hat{\theta}}^i$, en cualquier entorno institucional que se encuentre, $\boldsymbol{\mu}$, dada por (B.14).

$$\begin{aligned} c_{\hat{\theta}}^P(0, \beta_{\hat{\theta}}^P, \mathbf{X}^{-P_{\hat{\theta}}}, \boldsymbol{\mu}) &= r c_{\hat{\theta}}^P(0, \beta_{\hat{\theta}}^P, \mathbf{X}^{-P_{\hat{\theta}}}, 1, I) \\ &(1 - r) c_{\hat{\theta}}^P(0, \beta_{\hat{\theta}}^P, \mathbf{X}^{-P_{\hat{\theta}}}, 0, I). \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

B.1.3. Cualquier combinación de entornos institucionales y decisiones individuales

Finalmente, el pago esperado del individuo para cualquier combinación de elecciones individuales y entornos institucionales, $\mathbf{X}^i \times \boldsymbol{\mu}$, se obtiene a partir de (B.1) y (B.14) y está dado por (B.15).

$$\begin{aligned} c_{\hat{\theta}}^P(\mathbf{X}, \boldsymbol{\mu}) &= \delta_{\hat{\theta}}^P c_{\hat{\theta}}^P(1, 0, \mathbf{X}^{-P_{\hat{\theta}}}, \boldsymbol{\mu}) \\ &+ (1 - \delta_{\hat{\theta}}^i) c_{\hat{\theta}}^P(0, \beta_{\hat{\theta}}^P, \mathbf{X}^{-P_{\hat{\theta}}}, \boldsymbol{\mu}). \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

B.2. Individuo de la Élite

B.2.1. Individuo que se enlista

Un individuo de la Élite que se enlista, $\delta_{\hat{\theta}}^E = 1$, tiene asegurado un pago $y^E(1 - \alpha)$ puesto que está protegido contra todo tipo de expropiación; si se encuentra aleatoriamente con un oponente que no se pueda enlistar, $\hat{\theta}^j = 0$, entonces le expropia toda su dotación, $y^j, \forall j \in \{E, P\}$, y si se encuentra con un oponente que sí se puede enlistar, le expropia su ingreso sólo si no está enlistado, $\delta_1^j = 0, \forall j \in \{E, P\}$; además, recibe la parte que le corresponde por concepto de expropiación vertical si el régimen es una oligarquía, $r = 1$.

Entonces, su pago esperado está dado por (B.16) y (B.17) para los casos de oligarquía y democracia, respectivamente.

$$\begin{aligned}
c_{\hat{\theta}}^E(1, 0, \mathbf{X}^{-E\hat{\theta}}, 1, I) &= (y^E \delta_1^P (1 - \alpha) + (1 - \delta_1^P)(y^E(1 - \alpha) + y^P))(1 - \gamma)\theta \\
&\quad + (y^E(1 - \alpha) + y^P)(1 - \gamma)(1 - \theta) \\
&\quad + (y^E \delta_1^E (1 - \alpha) + y^E(1 - \delta_1^E)(2 - \alpha))\gamma\theta + y^E(2 - \alpha)\gamma(1 - \theta) \\
&\quad + y^P \frac{1 - \gamma}{\gamma} (\theta(1 - \delta_1^P)(1 - \beta_1^P) + (1 - \theta)(1 - \beta_0^P)).
\end{aligned} \tag{B.16}$$

$$\begin{aligned}
c_{\hat{\theta}}^E(1, 0, \mathbf{X}^{-E\hat{\theta}}, 0, I) &= (y^E \delta_1^P (1 - \alpha) + (1 - \delta_1^P)(y^E(1 - \alpha) + y^P))(1 - \gamma)\theta \\
&\quad + (y^E(1 - \alpha) + y^P)(1 - \gamma)(1 - \theta) \\
&\quad + (y^E \delta_1^E (1 - \alpha) + y^E(1 - \delta_1^E)(2 - \alpha))\gamma\theta + y^E(2 - \alpha)\gamma(1 - \theta).
\end{aligned} \tag{B.17}$$

Por lo tanto, el pago de un individuo de la Élite que decide enlistarse en un grupo armado, $\delta_{\hat{\theta}}^E = 1$, para cualquier combinación de entornos institucionales, $\boldsymbol{\mu}$, puede deducirse de (B.16) y (B.17) y está dado por (B.18)

$$\begin{aligned}
c_{\hat{\theta}}^E(1, 0, \mathbf{X}^{-E\hat{\theta}}, \boldsymbol{\mu}) &= r c_{\hat{\theta}}^E(1, 0, \mathbf{X}^{-E\hat{\theta}}, 1, I) \\
&\quad + (1 - r) c_{\hat{\theta}}^E(1, 0, \mathbf{X}^{-E\hat{\theta}}, 0, I).
\end{aligned} \tag{B.18}$$

B.2.2. Individuo que no se enlista

B.2.2.1. Régimen político oligárquico

Individuo que decide no autoprotgerse Si un individuo de la Élite no se enlista, $\delta_{\hat{\theta}}^E = 0$, se encuentra en un régimen oligárquico, $r = 1$, y decide no autoprotgerse, $\beta_{\hat{\theta}}^E = 0$, entonces su pago depende de la provisión de protección pública de los derechos de propiedad, I . Bajo un régimen oligárquico, $r = 1$, el individuo recibe la fracción que le corresponde del monto expropiado verticalmente por parte del Estado en su beneficio. Adicionalmente, si hay protección pública de los derechos de propiedad, $I = 1$, entonces recibe un pago $y^E(1 - G(\cdot))$ si se encuentra con un oponente que no puede enlistarse, $\hat{\theta}^j = 0$; si su oponente puede enlistarse, $\hat{\theta}^j = 1$, recibe ese mismo pago si éste

no pertenece a un grupo armado, $\delta_\theta^j = 0$, o sufre una expropiación de guerra en caso contrario. Entonces, su pago está dado por (B.19).

$$\begin{aligned}
c_\theta^E(0, 0, \mathbf{X}^{-E_\theta}, 1, 1) &= y^E(1 - \delta_1^P)(1 - G(\cdot))(1 - \gamma)\theta + y^E(1 - G(\cdot))(1 - \gamma)(1 - \theta) \\
&\quad + y^E(1 - \delta_1^E)(1 - G(\cdot))\gamma\theta + y^E(1 - G(\cdot))\gamma(1 - \theta) \\
&\quad + y^P \frac{1 - \gamma}{\gamma} (\theta(1 - \delta_1^P)(1 - \beta_1^P) + (1 - \theta)(1 - \beta_0^P)).
\end{aligned} \tag{B.19}$$

Si no hay protección pública de los derechos de propiedad, $I = 0$, entonces el individuo conserva su dotación inicial, y^E , si se encuentra con un individuo que no está enlistado ni autoprotegido, $\delta_\theta^j = \beta_\theta^j = 0$; en caso contrario, sufre una expropiación horizontal o de guerra, según sea el caso. Adicionalmente, recibe la fracción que le corresponde del monto expropiado verticalmente por parte del Estado en su beneficio. Luego, su pago bajo esta especificación está dado por (B.20).

$$\begin{aligned}
c_\theta^E(0, 0, \mathbf{X}^{-E_\theta}, 1, 0) &= y^E(1 - \delta_1^P)(1 - \beta_1^P)(1 - \gamma)\theta + y^E(1 - \beta_0^P)(1 - \gamma)(1 - \theta) \\
&\quad + y^E(1 - \delta_1^E)(1 - \beta_1^E)\gamma\theta + y^E(1 - \beta_0^E)\gamma(1 - \theta) \\
&\quad + y^P \frac{1 - \gamma}{\gamma} (\theta(1 - \delta_1^P)(1 - \beta_1^P) + (1 - \theta)(1 - \beta_0^P)).
\end{aligned} \tag{B.20}$$

Entonces, para cualquier política de protección pública de la propiedad, I , en un régimen oligárquico, $r = 1$, el pago esperado de un miembro de la Élite que no se enlista, $\delta_\theta^i = 0$, ni se autoprotege, $\beta_\theta^i = 0$, se puede obtener a partir de (B.19) y (B.20) y está dado por (B.21).

$$\begin{aligned}
c_\theta^E(0, 0, \mathbf{X}^{-E_\theta}, 1, I) &= I c_\theta^E(0, 0, \mathbf{X}^{-E_\theta}, 1, 1) \\
&\quad (1 - I) c_\theta^E(0, 0, \mathbf{X}^{-E_\theta}, 1, 0).
\end{aligned} \tag{B.21}$$

Individuo que decide autoprotgerse Si el individuo de la Élite decide autoprotgerse, $\beta_\theta^E = 1$, en un régimen político oligárquico, $r = 1$, entonces su pago esperado depende de las decisiones de los demás individuos y de la política de protección pública, I . Si existe protección pública de los derechos de propiedad, $I = 1$, entonces no podrá practicar expropiación horizontal,

independientemente de la decisión de autoprotección del oponente, ni deberá pagar el costo $G(\cdot)$ de la protección pública; si el oponente está enlistado, $\delta_\theta^j = 1$, entonces su pago será cero, pero si no lo está, $\delta_\theta^j = 0$, entonces su ingreso estará dado por $y^E(1 - \varphi)$. Adicionalmente, recibe el ingreso que le corresponde producto de la expropiación vertical practicada por el Estado en su beneficio. Luego, su pago en este caso está dado por (B.22).

$$\begin{aligned}
c_\theta^E(0, 1, \mathbf{X}^{-E\hat{\theta}}, 1, 1) &= y^E(1 - \varphi)(1 - \delta_1^P)(1 - \gamma)\theta + y^E(1 - \varphi)(1 - \gamma)(1 - \theta) \\
&\quad + y^E(1 - \varphi)(1 - \delta_1^E)\gamma\theta + y^E(1 - \varphi)\gamma(1 - \theta) \\
&\quad + y^P \frac{1 - \gamma}{\gamma} (\theta(1 - \delta_1^P)(1 - \beta_1^P) + (1 - \theta)(1 - \beta_0^P)).
\end{aligned} \tag{B.22}$$

Por otra parte, si no existe protección pública de los derechos de propiedad, $I = 0$, entonces el individuo que se autoprotege, $\beta_\theta^E = 1$, puede expropiar horizontalmente la dotación de un oponente que no esté enlistado ni autoprotegido, $\delta_\theta^j = \beta_\theta^j = 0$, por lo que recibirá un ingreso de $y^E(1 - \varphi) + y^j$; no sufrirá ni practicará expropiación vertical si se encuentra con un individuo que se autoprotege, $\beta_\theta^j = 1$, entonces su pago estará dado por $y^E(1 - \varphi)$; o sufrirá expropiación de guerra si éste pertenece a algún grupo armado, $\delta_\theta^j = 1$. Adicionalmente, recibe el ingreso que le corresponde producto de la expropiación vertical practicada por el Estado en su beneficio. Entonces, su pago esperado en este caso está dado por (B.23).

$$\begin{aligned}
c_\theta^E(0, 1, \mathbf{X}^{-E\hat{\theta}}, 1, 0) &= (1 - \delta_1^P)(y^E\beta_1^P(1 - \varphi) + (1 - \beta_1^P)(y^E(1 - \varphi) + y^P))(1 - \gamma)\theta \\
&\quad + (y^E\beta_0^P(1 - \varphi) + (1 - \beta_0^P)(y^E(1 - \varphi) + y^P))(1 - \gamma)(1 - \theta) \\
&\quad + (1 - \delta_1^E)(y^E\beta_1^E(1 - \varphi) + y^E(1 - \beta_1^E)(2 - \varphi))\gamma\theta \\
&\quad + (y^E\beta_0^E(1 - \varphi) + y^E(1 - \beta_0^E)(2 - \varphi))\gamma(1 - \theta) \\
&\quad + y^P \frac{1 - \gamma}{\gamma} (\theta(1 - \delta_1^P)(1 - \beta_1^P) + (1 - \theta)(1 - \beta_0^P)).
\end{aligned} \tag{B.23}$$

Por lo tanto, de (B.22) y (B.23), es posible obtener una expresión para el pago esperado de un individuo de la Élite que se autoprotege, $\beta_\theta^E = 1$, independientemente del régimen de protección pública de la propiedad vigente,

I , dado por (B.24).

$$\begin{aligned} c_{\hat{\theta}}^E(0, 1, \mathbf{X}^{-E_{\hat{\theta}}}, 1, I) &= I c_{\hat{\theta}}^E(0, 1, \mathbf{X}^{-E_{\hat{\theta}}}, 1, 1) \\ &\quad (1 - I) c_{\hat{\theta}}^E(0, 1, \mathbf{X}^{-E_{\hat{\theta}}}, 1, 0). \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

Cualquier decisión de autoprotección De (B.21) y (B.24) es posible obtener el pago esperado de un individuo de la Élite que no se haya enlistado, $\delta_{\hat{\theta}}^E = 0$, para cualquier decisión de autoprotección que tome, $\beta_{\hat{\theta}}^E$, y para cualquier régimen de protección pública de la propiedad vigente, I , en un régimen político oligárquico, $r = 1$, dada por (B.25).

$$\begin{aligned} c_{\hat{\theta}}^E(0, \beta_{\hat{\theta}}^E, \mathbf{X}^{-E_{\hat{\theta}}}, 1, I) &= \beta_{\hat{\theta}}^E c_{\hat{\theta}}^E(0, 1, \mathbf{X}^{-E_{\hat{\theta}}}, 1, I) \\ &\quad (1 - \beta_{\hat{\theta}}^E) c_{\hat{\theta}}^E(0, 0, \mathbf{X}^{-E_{\hat{\theta}}}, 1, I). \end{aligned} \quad (\text{B.25})$$

B.2.2.2. Régimen político democrático

Ahora, considere un individuo de la Élite que no se enlista, $\delta_{\hat{\theta}}^E = 0$, en un régimen político democrático, $r = 0$, entonces su pago esperado depende de sus decisiones de autoprotección, $\beta_{\hat{\theta}}^E$, del régimen de protección pública de los derechos de propiedad, I , y de las decisiones de los demás individuos.

Con protección pública de los derechos de propiedad Suponga que el individuo elige autoprotegerse, $\beta_{\hat{\theta}}^E = 1$, y que se ofrece protección pública de los derechos de propiedad, $I = 1$. Dado que el individuo se autoprotege, no debe asumir el costo de la protección pública, $G(\cdot)$, sino sólo el costo de la autoprotección, φ . Si se encuentra con un oponente que se enlistó en un grupo armado, $\delta_{\hat{\theta}}^j = 1$, entonces sufre expropiación de guerra; si se encuentra con alguien que no se enlistó en un grupo armado, $\delta_{\hat{\theta}}^j = 0$, entonces no podrá practicar ni sufrir ningún tipo de expropiación independientemente de las decisiones de autoprotección que haya tomado el oponente, $\beta_{\hat{\theta}}^j$, puesto que hay protección pública de los derechos de propiedad, entonces su ingreso estará dado por $y^E(1 - \varphi)$. Por lo tanto, su pago esperado en este caso está dado por (B.26).

$$\begin{aligned} c_{\hat{\theta}}^E(0, 1, \mathbf{X}^{-E_{\hat{\theta}}}, 0, 1) &= y^E(1 - \delta_1^P)(1 - \varphi)(1 - \gamma)\theta + y^E(1 - \varphi)(1 - \gamma)(1 - \theta) \\ &\quad + y^E(1 - \delta_1^E)(1 - \varphi)\gamma\theta + y^E(1 - \varphi)\gamma(1 - \theta). \end{aligned} \quad (\text{B.26})$$

Por otra parte, si el individuo decide no autoprotgerse, $\beta_{\theta}^E = 0$, entonces deberá pagar el costo de la provisión pública de protección a los derechos de propiedad, $G(\cdot)$, y estará expuesto a la expropiación de guerra pero no a la expropiación horizontal. Por lo tanto, si se encuentra con un oponente que pertenece a un grupo armado, $\delta_{\theta}^j = 1$, no tendrá ningún ingreso; si se encuentra con alguien que no está enlistado en un grupo armado, $\delta_{\theta}^E = 0$, recibirá un ingreso de $y^E(1 - G(\cdot))$ independientemente de la decisión de autoprotección del otro, β_{θ}^j . Luego, su pago en este caso está dado por (B.27).

$$\begin{aligned} c_{\theta}^E(0, 0, \mathbf{X}^{-E_{\theta}}, 0, 1) \\ = y(1 - \delta_1^P)(1 - G(\cdot))(1 - \gamma)\theta + y(1 - G(\cdot))(1 - \gamma)(1 - \theta) \quad (\text{B.27}) \\ + y(1 - \delta_1^E)(1 - G(\cdot))\gamma\theta + y(1 - G(\cdot))\gamma(1 - \theta). \end{aligned}$$

Entonces, de (B.26) y (B.27) es posible obtener una expresión para el pago esperado de un individuo de la Élite que no se enlista, $\delta_{\theta}^E = 0$, para cualquier decisión de autoprotección, β_{θ}^E , en un régimen político oligárquico, $r = 1$, donde hay protección pública de los derechos de propiedad, $I = 1$, dada por (B.28).

$$\begin{aligned} c_{\theta}^E(0, \beta_{\theta}^E, \mathbf{X}^{-E_{\theta}}, 0, 1) = \beta_{\theta}^E c_{\theta}^E(0, 1, \mathbf{X}^{-E_{\theta}}, 0, 1) \\ + (1 - \beta_{\theta}^E) c_{\theta}^E(0, 0, \mathbf{X}^{-E_{\theta}}, 0, 1). \end{aligned} \quad (\text{B.28})$$

Sin protección pública de los derechos de propiedad Ahora suponga que el individuo de la Élite que no se enlistó, $\delta_{\theta}^E = 0$, se encuentra en un régimen político democrático, $r = 0$, que no ofrece protección pública de los derechos de propiedad, $I = 0$. Si el individuo decide autoprotgerse, $\beta_{\theta}^E = 1$, entonces estará protegido contra la expropiación vertical y horizontal pero no contra la expropiación de guerra: si se encuentra con un oponente que pertenece a un grupo armado, $\delta_{\theta}^j = 1$, entonces su pago es cero; en caso contrario, su ingreso es $y^E(1 - \varphi)$ si el otro está autoprotegido, $\beta_{\theta}^j = 1$, o $y^E(1 - \varphi) + y^j$ si no lo está, $\beta_{\theta}^j = 0$, puesto que puede practicarle expropiación

vertical. Luego, su pago esperado está dado por (B.29).

$$\begin{aligned}
c_{\hat{\theta}}^E(0, 1, \mathbf{X}^{-E_{\hat{\theta}}}, 0, 0) &= (1 - \delta_1^P)(y^E \beta_1^P(1 - \varphi) + (1 - \beta_1^P)(y^E(1 - \varphi) + y^P))(1 - \gamma)\theta \\
&\quad + (y^E \beta_0^P(1 - \varphi) + (1 - \beta_0^P)(y^E(1 - \varphi) + y^P))(1 - \gamma)(1 - \theta) \\
&\quad + (1 - \delta_1^E)(y^E \beta_1^E(1 - \varphi) + y^E(1 - \beta_1^E)(2 - \varphi))\gamma\theta \\
&\quad + (y^E \beta_0^E(1 - \varphi) + y^E(1 - \beta_0^E)(2 - \varphi))\gamma(1 - \theta).
\end{aligned} \tag{B.29}$$

Si el individuo no está autoprotegido, $\beta_{\hat{\theta}}^E = 0$, entonces está expuesto a cualquier tipo de expropiación; dado que el régimen político es democrático, $r = 0$, entonces recibe un pago $\tilde{y}^E = y$, si el individuo con quien se encuentra no está enlistado ni autoprotegido, $\delta_{\hat{\theta}}^j = \beta_{\hat{\theta}}^j = 0$, o un ingreso de cero en caso contrario. Entonces, su pago esperado está dado por (B.30).

$$\begin{aligned}
c_{\hat{\theta}}^E(0, 0, \mathbf{X}^{-E_{\hat{\theta}}}, 0, 0) &= y(1 - \delta_1^P)(1 - \beta_1^P)(1 - \gamma)\theta + y(1 - \beta_0^P)(1 - \gamma)(1 - \theta) \\
&\quad + y(1 - \delta_1^E)(1 - \beta_1^E)\gamma\theta + y(1 - \beta_0^E)\gamma(1 - \theta).
\end{aligned} \tag{B.30}$$

Entonces, de (B.29) y (B.30) puede obtenerse una expresión para el pago esperado de un individuo de la Élite que no se enlista, $\delta_{\hat{\theta}}^E = 0$, en un régimen político democrático, $r = 0$, que no ofrece protección pública de los derechos de propiedad, $I = 0$, para cualquier decisión de autoprotección que tome, $\beta_{\hat{\theta}}^E$, dada por (B.31).

$$\begin{aligned}
c_{\hat{\theta}}^E(0, \beta_{\hat{\theta}}^E, \mathbf{X}^{-E_{\hat{\theta}}}, 0, 0) &= \beta_{\hat{\theta}}^E c_{\hat{\theta}}^E(0, 1, \mathbf{X}^{-E_{\hat{\theta}}}, 0, 0) \\
&\quad (1 - \beta_{\hat{\theta}}^E) c_{\hat{\theta}}^E(0, 0, \mathbf{X}^{-E_{\hat{\theta}}}, 0, 0).
\end{aligned} \tag{B.31}$$

Cualquier política de protección pública de los derechos de propiedad De (B.28) y (B.31) se obtiene una expresión para el pago esperado de un individuo de la Élite que no se enlista, $\delta_{\hat{\theta}}^E = 0$, en un régimen político democrático, $r = 0$, para cualquier decisión de autoprotección que tome, $\beta_{\hat{\theta}}^E$, y cualquier régimen de protección pública de la propiedad, I , como se observa en (B.32).

$$\begin{aligned}
c_{\hat{\theta}}^E(0, \beta_{\hat{\theta}}^E, \mathbf{X}^{-E_{\hat{\theta}}}, 0, I) &= I c_{\hat{\theta}}^E(0, \beta_{\hat{\theta}}^E, \mathbf{X}^{-E_{\hat{\theta}}}, 0, 1) \\
&\quad (1 - I) c_{\hat{\theta}}^E(0, \beta_{\hat{\theta}}^E, \mathbf{X}^{-E_{\hat{\theta}}}, 0, 0).
\end{aligned} \tag{B.32}$$

B.2.2.3. Cualquier régimen político

De (B.25) y (B.32) se obtiene una expresión para el pago esperado de un individuo de la Élite que no se enlista, $\delta_{\hat{\theta}}^E = 0$, para cualquier decisión de autoprotección que tome, $\beta_{\hat{\theta}}^E$, en cualquier entorno institucional en que se encuentre, $\boldsymbol{\mu}$, dada por (B.33).

$$\begin{aligned} c_{\hat{\theta}}^E(0, \beta_{\hat{\theta}}^E, \mathbf{X}^{-E_{\hat{\theta}}}, \boldsymbol{\mu}) &= r c_{\hat{\theta}}^E(0, \beta_{\hat{\theta}}^E, \mathbf{X}^{-E_{\hat{\theta}}}, 1, I) \\ &+ (1 - r) c_{\hat{\theta}}^E(0, \beta_{\hat{\theta}}^E, \mathbf{X}^{-E_{\hat{\theta}}}, 0, I). \end{aligned} \quad (\text{B.33})$$

B.2.3. Cualquier combinación de entornos institucionales y decisiones individuales

Finalmente, de (B.18) y (B.33) se obtiene una expresión para el pago esperado de un individuo de la Élite para cualquier combinación de decisiones de los individuos, \mathbf{X} , y cualquier entorno institucional, $\boldsymbol{\mu}$, dada por (B.34).

$$\begin{aligned} c_{\hat{\theta}}^E(\mathbf{X}, \boldsymbol{\mu}) &= \delta_{\hat{\theta}}^E c_{\hat{\theta}}^E(1, 0, \mathbf{X}^{-E_{\hat{\theta}}}, \boldsymbol{\mu}) \\ &+ (1 - \delta_{\hat{\theta}}^E) c_{\hat{\theta}}^E(0, \beta_{\hat{\theta}}^E, \mathbf{X}^{-E_{\hat{\theta}}}, \boldsymbol{\mu}). \end{aligned} \quad (\text{B.34})$$

Apéndice C

Solución por inducción inversa

Procediendo por inducción inversa, la población con derecho al voto elige, mediante votación universal, si se implementará una política de protección pública de los derechos de propiedad. Sea M^I el votante mediano entre la población con derecho al voto; dado que $\theta, \gamma \in (0, \frac{1}{2})$, si el régimen es democrático, $r = 0$, entonces $M^I \in (P, 0)$, en caso contrario, $M^I = (E, 0)$. Entonces $I \in \{1, 0\}$ es la decisión que maximiza el pago esperado de M^I sujeto a la distribución del ingreso, \mathbf{Y} , tomando como dados el régimen político y sus creencias sobre las decisiones de los demás individuos, así:

$$\begin{aligned}
 I^* &= \arg \max_{I \in \{1, 0\}} c_0^{M^I}(\cdot) \\
 \text{s. a.} \quad &\mathbf{Y}, \text{ dados } r, \omega^{-M^r} \\
 \Rightarrow I^* = 1 &\Leftrightarrow c_0^{M^I}(\mathbf{X}, 1, r) > c_0^{M^I}(\mathbf{X}, 0, r).
 \end{aligned} \tag{C.1}$$

Después, cada individuo toma la decisión de enlistarse. Si $\hat{\theta} = 0$, entonces $\delta_0^i = 0, \forall i \in \{E, P\}$; si $\hat{\theta} = 1$, entonces el agente elige si pertenecerá a un grupo armado, $\delta_1^i \in \{1, 0\}$, para maximizar su pago esperado sujeto a la distribución del ingreso, \mathbf{Y} , y la política de protección pública de los derechos de propiedad, $I \in \{1, 0\}$, tomando como dadas sus creencias sobre las decisiones de los demás individuos, ω^{-i} y el régimen político, r , así:

$$\begin{aligned}
 \delta_1^{*i} &= \arg \max_{\delta_1^i \in \{1, 0\}} c_1^i(\cdot) \\
 \text{s. a.} \quad &\mathbf{Y}, I, \text{ dados } \omega^{-i}, r \quad \forall i \in \{E, P\}. \\
 \Rightarrow \delta_1^{*i} = 1 &\Leftrightarrow c_1^i(1, 0, \mathbf{X}^{-i}, I, r) > c_1^i(0, \beta_1^i, \mathbf{X}^{-i}, I, r)
 \end{aligned} \tag{C.2}$$

Posteriormente, cada individuo toma la decisión de autoprotgerse, $\beta_{\hat{\theta}}^i \in$

$\{1, 0\}$, $\forall i \in \{E, P\}$, $\hat{\theta} \in \{1, 0\}$, para maximizar su pago esperado sujeto a la distribución del ingreso, \mathbf{Y} , y la política de protección pública a los derechos de propiedad, $I \in \{1, 0\}$, tomando como dadas sus creencias sobre las decisiones de los demás individuos, ω^{-i} , y el régimen político, r , así:

$$\begin{aligned}
\beta_{\hat{\theta}}^{*i} &= \arg \max_{\beta_{\hat{\theta}}^i \in \{1, 0\}} c_{\hat{\theta}}^i(\cdot) \\
&\text{s. a. } \mathbf{Y}, I, \text{ dados } \omega^{-i}, r && \forall i \in \{E, P\}, \hat{\theta} \in \{1, 0\}. \\
\Rightarrow \beta_{\hat{\theta}}^{*i} = 1 &\Leftrightarrow c_{\hat{\theta}}^i(0, 1, \mathbf{X}^{-i}, I, r) > c_{\hat{\theta}}^i(0, 0, \mathbf{X}^{-i}, I, r)
\end{aligned} \tag{C.3}$$

Finalmente, el grupo gobernante, $\epsilon \in \{1, 0\}$, elige mediante votación universal el régimen político y la redistribución fiscal que implementará. Sea M^r el votante mediano del grupo que tiene el poder para elegir el régimen político, dado que $\theta \in (0, \frac{1}{2})$, el votante mediano es un individuo que no puede enlistarse, $\hat{\theta}^{M^r} = 0$; entonces él maximiza su pago esperado sujeto a la distribución del ingreso, \mathbf{Y} , y la política de protección pública de los derechos de propiedad, $I \in \{1, 0\}$, tomando como dadas sus creencias sobre las decisiones de los demás individuos, ω^{-M^r} , así:

$$\begin{aligned}
r^* &= \arg \max_{r \in \{1, 0\}} C_0^{M^r}(\cdot) \\
&\text{s. a. } \mathbf{Y}, I, \text{ dado } \omega^{-M^r} && \tag{C.4} \\
\Rightarrow r^* = 1 &\Leftrightarrow c_0^{M^r}(X, I, 1) > c_0^{M^r}(X, I, 0).
\end{aligned}$$

Bibliografía

- ACEMOGLU, D. Oligarchic versus democratic societies. *Journal of European Economic Association*, vol. 6(1), páginas 1–44, 2008.
- ACEMOGLU, D. y ROBINSON, J. A. Why did the west extend the franchise? democracy, inequality, and growth in historical perspective. *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 115(4), páginas 1167–1199, 2000. ISSN 00335533.
- ACEMOGLU, D. y ROBINSON, J. A. A theory of political transitions. *The American Economic Review*, vol. 91(4), páginas 938–963, 2001. ISSN 00028282.
- ACEMOGLU, D. y ROBINSON, J. A. *Economic Origins of Dictatorship and Democracy*. Cambridge University Press, 2005. ISBN 9781139446952.
- BERTOCCHI, G. y SPAGAT, M. The politics of co-optation. *Journal of Comparative Economics*, vol. 29(4), páginas 591 – 607, 2001. ISSN 0147-5967.
- BESLEY, T. y PERSSON, T. The origins of state capacity: Property rights, taxation, and politics. *The American Economic Review*, vol. 99(4), páginas 1218–1244, 2009. ISSN 00028282.
- BESLEY, T. y PERSSON, T. State capacity, conflict, and development. *Econometrica*, vol. 78(1), páginas 1–34, 2010. ISSN 00129682.
- BESLEY, T. y PERSSON, T. The logic of political violence. *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 126(3), páginas 1411–1445, 2011.
- CASTRO, J. *Constitución Política de Colombia*. Editorial Universidad del Rosario, 2007. ISBN 9789588298658.
- CERVELLATI, M. Income, democracy, and critical junctures. 2012.

- CERVELLATI, M., FORTUNATO, P. y SUNDE, U. Consensual and conflictual democratization. *The B.E. Journal of Theoretical Economics*, vol. 12(1), 2012.
- CERVELLATI, M., NAGHAVI, A. y TOUBAL, F. Trade liberalization, democratization and technology adoption. 2013.
- CERVELLATI, M., SUNDE, U. y VALMORI, S. Disease environment and civil conflicts. 2011.
- DE MEMORIA HISTÓRICA, C. N. *¡Basta ya! Colombia: memorias de guerra y dignidad*. 2013.
- MIGUEL, E., SATYANATH, S. y SERGENTI, E. Economic shocks and civil conflict: An instrumental variables approach. *Journal of Political Economy*, vol. 112(4), páginas 725–753, 2004. ISSN 00223808.
- NASH, J. Non-cooperative games. *Annals of Mathematics*, vol. 54(2), páginas 286–295, 1951. ISSN 0003486X.
- ROEMER, J. E. Rationalizing revolutionary ideology. *Econometrica*, vol. 53(1), páginas 85–108, 1985. ISSN 00129682.
- ROSENTHAL, R. W. Games of perfect information, predatory pricing and the chain-store paradox. *Journal of Economic Theory*, vol. 25(1), páginas 92 – 100, 1981. ISSN 0022-0531.