

CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DOCENCIA ECONÓMICAS, A.C.



DISCRIMINACIÓN DE PRECIOS Y ASIMETRÍA EN COSTOS EN EL MERCADO  
DE TELECOMUNICACIONES

TESINA

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRA EN ECONOMÍA

PRESENTA

CAROLINA SÁNCHEZ TREJO

DIRECTOR DE LA TESINA: DR. ALEXANDER ELBITTAR HEIN

*A mis padres*

## Agradecimientos

Quiero agradecer a:

*El Dr. Alexander Elbittar, la Dra. Luciana Moscoso y el Dr. Mauricio Fernández por sus comentarios que enriquecieron este trabajo. Gracias por todo lo que me enseñaron durante mi formación en el CIDE.*

*Mi familia, por ser el pilar de mi vida. A mis padres, por no dudar de mi en ningún momento, por motivarme a seguir adelante y por sus consejos. A mis hermanos por ayudarme a tener los pies en la tierra, por hacerme reír de mis errores, por los momentos de silencio cuando debía trabajar y por ayudarme con la tesina.*

*Mis padrinos Lulú, Javier, Lilia y Jorge, por ser un ejemplo para mi y por su constante apoyo.*

*Tía Mónica por escucharme pacientemente mientras hablaba sobre mi tesina o sobre alguna de mis materias. Gracias por ser por mi roomie y por todo lo que me has enseñado sobre la vida. Ahora sabemos que somos más fuertes y que podemos superar la adversidad.*

*La ME2019 por su compañerismo. Gracias por su disposición para trabajar en equipo: por el grupo de tareas, por las guías de matemáticas para economistas, por los laboratorios personalizados. Gracias por todo lo que he aprendido de ustedes y por todos los recuerdos que me llevo de este año de maestría: los pasteles, las largas jornadas que pasamos en el CIDE, las reuniones en el depa de Fede, las retas de volley, el grupo de porras para el torneo de futbol y tantos otros.*

*Isayuvi, Eduardo y Miguel por ser mi grupo de estudio durante la cuarentena: por todas las horas de estudio en zoom, por las risas en medio del estrés y por ayudarme a mantener la cordura durante el encierro.*

*Zapata y a Billy por haber recorrido este camino juntos, por sus palabras de aliento y por permitirme conocerlos mejor durante esta aventura.*

*Daniel Mendoza, mi matemático de cabecera, por toda su ayuda durante este año. Gracias por enseñarme a demostrar y por tenerme paciencia con el método de Newton. Sin duda este trabajo no hubiera sido lo mismo sin tu ayuda.*

*Mis amigos: María José, Andrea, Sofía, Luis Miguel, Sergio, Pedro, Juan, María Alejandra, Rut, Nathaly e Irving, por darme ánimos, por escucharme y por aconsejarme cuando más los necesitaba.*

## **Resumen**

*En este trabajo se desarrolla un modelo de elección estratégica de precios en el que compiten dos operadores de telecomunicaciones con asimetría en costos. Dicho modelo permite racionalizar el comportamiento de los operadores ante el cambio de las tarifas de interconexión en México en el 2017. El principal resultado es que la tarifa de interconexión modifica la forma en que compiten los operadores, lo que genera un cambio en las estrategias de equilibrio.*

*Palabras clave: Tarifa de interconexión, Regulación Asimétrica, Discriminación de Precios  
Clasificación JEL: L2, L96, L1*

# Contenido

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Revisión de Literatura</b>	<b>5</b>
2.1	Elección Estratégica del Esquema de Precios . . . . .	5
2.2	Tarifa de Interconexión . . . . .	8
2.3	Asimetría entre Operadores . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Modelo</b>	<b>12</b>
3.1	Set Up . . . . .	12
3.1.1	Operadores . . . . .	14
3.1.2	Consumidores . . . . .	15
3.2	Simulación Numérica . . . . .	18
3.2.1	El Método de Newton . . . . .	19
3.2.2	Parametrización . . . . .	20
<b>4</b>	<b>Resultados</b>	<b>22</b>
4.1	Propiedades de Equilibrio . . . . .	22
4.2	Elección Estratégica del Esquema de Precios . . . . .	24
4.2.1	Simetría en Costos . . . . .	25
4.2.2	Asimetría en Costos . . . . .	26
4.2.3	Predicciones del modelo . . . . .	29
<b>5</b>	<b>Conclusión</b>	<b>33</b>

<b>Apéndice</b>	<b>34</b>
<b>Referencias</b>	<b>42</b>

# Lista de figuras

- 4.1 Índice Nacional de Precios: Telecomunicaciones y Telefonía Móvil . . . . 32
- 4.2 Concentración de Mercado . . . . . 32

# Lista de tablas

3.1	Resumen de las funciones de beneficios en cada estrategia . . . . .	13
3.2	Costos Tráfico-Dependientes . . . . .	14
3.3	Parámetros 2015 . . . . .	20
4.1	Resumen de las funciones de beneficios . . . . .	25
4.2	Resumen de las funciones de beneficios . . . . .	26
4.3	Resumen de las funciones de beneficios . . . . .	26
4.4	Resumen de las funciones de beneficios . . . . .	27
4.5	Precios de equilibrio con simetría en costos . . . . .	29
4.6	Precios de equilibrio con asimetría en costos . . . . .	30
4.7	Excedente del Consumidor . . . . .	30



# Capítulo 1

## Introducción

Tal como señaló la OCDE (2012) uno de los retos que enfrenta la competencia en el mercado de telecomunicaciones en México es que las decisiones regulatorias no se llevan a cabo en su totalidad ya que su aplicación es suspendida por los tribunales. Un claro ejemplo de ello es que después de la reforma de telecomunicaciones que se realizó en el 2013 por medio de un amparo se modificó la regulación existente. Con la reforma se implementó regulación asimétrica para el agente económico preponderante (AEP), quien estuvo sujeto a la tarifa de interconexión cero. No obstante, después del amparo presentado por el AEP, la Suprema Corte de Justicia de la Nación dictó una sentencia a partir de la cual se modificó la llamada tarifa de interconexión cero, permitiendo así al AEP cobrar la tarifa de interconexión. En este sentido es importante analizar el impacto que este cambio en la regulación tuvo en las estrategias óptimas de precios que eligen los operadores de telecomunicaciones.

En primer lugar, cabe destacar que dentro de los beneficios de la reforma del 2013 se pretendía otorgar más derechos para los usuarios de elegir. Ahora los usuarios podrían portar su número a otras compañías y desbloquear equipos terminales. Otros efectos esperados de la reforma eran aumentar la competencia en el mercado, lo que traería consigo más servicios, con mayor calidad y a menores precios. Entre otros temas, la Ley Federal de Telecomunicaciones y Radiodifusión regulaba igualmente temas como la interconex-

ión de redes y a los agentes económicos preponderantes. En segundo lugar, el gobierno reconoció la interconexión como un insumo esencial para el funcionamiento de las redes de telecomunicaciones, ya que permite que los usuarios puedan comunicarse a pesar de estar en distintas redes. Aún más, se identificó a la interconexión como la principal barrera a la entrada y como mecanismo de desplazamiento del mercado OCDE (2012) ). En el mercado de telecomunicaciones los operadores deben acceder a la red de sus rivales para poder llegar al consumidor final. Así, la tarifa de interconexión juega un papel muy importante ya que puede afectar de forma directa el precio que pagan los consumidores, pero también puede alterar la competencia entre operadores. Es así que con la finalidad de fortalecer las condiciones de competencia la ley otorgó reglas aplicables a interconexión con una regulación asimétrica a los agentes económicos que fueran declarados preponderantes. Con la nueva ley se estableció que el AEP no cobraría a los demás operadores de red por el tráfico que terminara en su red, esto es, se estableció la tarifa de interconexión cero.

Si bien los efectos iniciales de la Reforma fueron los esperados, sus efectos se vieron estancados a partir del 2017. Por un lado, Mariscal y Cave (2017) encuentran que en el 2014 los consumidores de servicios de comunicación móvil del decil más bajo de ingresos dedicaron el 6% de sus ingresos a este servicio, mientras que los del decil más alto gastaron tan solo el 2%. Además, en los dos años siguientes, los precios de comunicación móvil cayeron un 36%, así los hogares con menores ingresos fueron los más beneficiados por la caída de precios. Por otro lado, Aradillas-López (2019) realizó un análisis contrafactual en el que encuentra que la Reforma tuvo efectos significativos en la reducción de precios y en la concentración industrial; no obstante, enfatiza que los efectos benéficos en precios se estancaron a principios del 2017 y que los niveles de concentración se mantienen por encima de niveles observados para otros países del continente Americano. Una posible explicación del estancamiento en los efectos de la reforma es la modificación que se hizo a la tarifa de interconexión cero en el 2017. En este año la Suprema Corte de Justicia de la Nación, derivado de un amparo promovido por el AEP,

determinó que correspondía al Instituto Federal de Telecomunicaciones (IFT) determinar el régimen asimétrico de las tarifas de interconexión para la terminación de tráfico de la red móvil y que la determinación de dichas tarifas debía realizarse con base en un modelo de costos que fuese consistente con prácticas internacionales. La terminación del tráfico de las llamadas se refiere a la red en la que se encuentra el equipo terminal al que se destina la llamada. Como se mencionó anteriormente, la interconexión es sumamente relevante en este mercado ya que los operadores deben poder conectar llamadas a las redes de los rivales para poder llegar a los consumidores finales. Después de la resolución al amparo, a partir del 2018, se permitió al AEP cobrar una tarifa de interconexión asimétrica a los demás operadores. Racionalizar la elección estratégica del esquema de precios es relevante, ya que permite prever el comportamiento de los operadores ante cambios regulatorios y, por tanto, cuantificar los efectos de los cambios en la regulación. El principal resultado de esta investigación es que el cambio en la tarifa de interconexión causa que los operadores modifiquen su comportamiento de equilibrio. Además, encuentro que el modelo que incorpora asimetría en costos permite explicar de mejor manera el estancamiento del efecto de la reforma que se observó en el 2017.

Para analizar el efecto que el cambio en la regulación de la tarifa de interconexión tuvo en el nivel de precios y en la concentración de mercado utilizaré un modelo de elección estratégica del esquema de precios en un contexto de competencia entre operadores de telecomunicaciones. Analizaré si el cambio en la tarifa modifica la elección de estratégica del esquema de precios. Con estos resultados se buscará explicar el cambio en los niveles de precios y en la concentración de mercado. Adicionalmente, incorporo asimetría en costos en el modelo para estudiar si los efectos del cambio en la tarifa de interconexión se modifican. Para hacer esto realizo una modificación al modelo de elección estratégica del esquema de precios propuesto por Thisse y Vives (1988) al incorporar la competencia en tarifa de dos partes entre dos operadores de telecomunicaciones, modelada por De Bijl y Peitz (2002). Para resolver el modelo, recurriré a simulaciones numéricas, en las que se trata de asemejar el mercado mexicano. No es posible obtener una solución analítica

ya que las condiciones de primer orden de los operadores son polinomios no lineales. El presente análisis se suma a la literatura sobre la elección estratégica del esquema de precios en el contexto del mercado de telecomunicaciones. El objeto de interés de este trabajo serán las estrategias que eligen los operadores bajo distintas estructuras de la tarifa de interconexión. En cuanto al estudio de asimetrías, este trabajo se suma a aquellos que identifican asimetría en costos entre los operadores, pero descarta otro tipo de asimetrías, como diferencias en las demandas individuales o diferencias en la capacidad de los operadores.

# Capítulo 2

## Revisión de Literatura

En este capítulo se presentan tres principales temas relevantes. En primer lugar, presento brevemente la discusión sobre la decisión estratégica de la elección de precios. En la literatura existe un debate entre discriminar precios o fijar un precio uniforme para los consumidores. En segundo lugar, presento los análisis principales sobre la regulación en la tarifa de interconexión o el precio de acceso; esto es el precio de acceso basado en costos, fijado de manera recíproca o de manera asimétrica. Finalmente, describo los análisis que han incorporado asimetrías entre los operadores. Esta literatura nos permite entender la importancia de analizar los efectos de la discriminación de precios cuando los operadores tienen costos de interconexión distintos.

### 2.1 Elección Estratégica del Esquema de Precios

El análisis de la elección estratégica del esquema de precios en un modelo espacial permite entender los incentivos que las firmas tienen para elegir determinado esquema. Este tipo de estudios aportan intuición sobre el tipo de precios que se esperaría observar en el mercado. Por ejemplo, Thisse y Vives (1988) argumentan que una política de precio uniforme no se debería observar en un modelo cooperativo debido a que es una estrategia dominada. Así, afirman que observar este sistema de precios debería indicar que las

firmas están coordinadas o coludidas. Si las firmas eligen un esquema de precio uniforme, entonces no están utilizando el precio de equilibrio. Como este esquema les da menos beneficios que aquel en el que ambas eligen discriminar precios, entonces debe ser que las firmas acordaron un precio uniforme fuera de equilibrio que permite sostener un acuerdo. En este sentido, en un contexto de competencia espacial, buena parte de la literatura ha planteado la elección entre una política de discriminación de precios y una con precio uniforme como un dilema del prisionero (Yang y Muñoz-García (2018), Stole (2007), Cooper et al. (2005) y Jacques-François y Anderson (1988)). Este dilema surge porque discriminar precios es una estrategia dominante, pero los beneficios que las empresas obtendrían son mayores bajo precio uniforme. Autores como Yang y Muñoz-García (2018), Weijde (2014), Jorge y Pires (2008), Holahan (1975) y Zhang y Sexton (2003) analizan las implicaciones en el bienestar de los consumidores de las políticas de precios mencionaron. Los resultados son diversos; mientras que los dos primeros encuentran que un esquema de precio uniforme genera un mayor bienestar, Jorge y Pires (2008), Holahan (1975) y Zhang y Sexton (2003) señalan que el bienestar es mayor bajo una política de discriminación de precios, sobre todo en mercados poco competitivos. En contraste, en el mercado de telecomunicaciones, la discriminación de precios intensifica la competencia, lo que generalmente lleva a precios más bajos que los que se observarían con un precio uniforme.

En el mercado de telecomunicaciones, también existe un debate sobre el esquema de precios que los operadores deberían utilizar. Por un lado, Laffont, Rey, y Tirole (1998) señala que la discriminación de precios puede aliviar la doble marginalización; si las dos redes son sustitutos pobres y si hay *markup* en el precio de acceso (tarifa de interconexión), el bienestar social es mayor bajo discriminación de precios que bajo precio uniforme, debido al aumento en la competencia. Por otro lado, De Bijl y Peitz (2002) presentan un análisis detallado de la competencia entre dos operadores de telefonía. Los autores analizan, por medio de simulaciones numéricas, un mercado segmentado en el que es posible realizar discriminación de precios de tercer grado. Si hay *markups* en el precio de acceso

recíprocos en alguno de los segmentos o en ambos imponer precio uniforme lleva a una redistribución del excedente del consumidor del segmento con menores precios al segmento con mayores precios bajo discriminación de precios. Al igual que estos autores, encuentro que cuando ambas firmas discriminan precios el excedente del consumidor es mayor. Así, al aumentar la competencia a través de las cuotas de suscripción, los consumidores enfrentan precios menores bajo ese esquema de competencia.

De Bijl y Peitz (2002) incorporan en su análisis el impacto que tiene la decisión del regulador al fijar el precio de acceso. Concluyen que dado un *markup* al precio de acceso en un segmento específico, imponer precio uniforme puede proteger parcialmente de precios excesivos a los consumidores del segmento que no tiene *markup*. Otro efecto negativo de la discriminación de precios en el mercado de telecomunicaciones es el expuesto por Gehrig, Shy, y Stenbacka (2011). Los autores encuentran que la discriminación de precios basada en el historial del cliente puede ser una barrera a la entrada. En este mismo sentido, encuentro que la tarifa de interconexión es una barrera a la entrada cuando no permite al incumbente competir frente a la discriminación de precios del incumbente, lo que genera que fije sus precios igual al costo marginal.

Ahora bien, en cuanto a los incentivos a las firmas para coludirse, Edmond Baranes, Stefan Behringer, y Jean-Christophe Poudou (2017) muestran que para las firmas más simétricas es más sencillo mantener la colusión que cuando hay asimetría en las elasticidades de las demandas individuales. Es así que la asimetría entre los operadores juega un papel fundamental en sus estrategias de equilibrio. En la última parte de este capítulo se analiza la literatura que contempla asimetrías entre los competidores. Si bien en el modelo contemplo un juego de un solo instante en el que no surge un dilema del prisionero, la posibilidad de un juego repetido permitiría a las firmas llegar a un acuerdo para obtener mayores beneficios.

## 2.2 Tarifa de Interconexión

Castañeda Sabido (2020) realiza un análisis de la interconexión en México en el que destaca que las empresas que desean brindar servicios telefónicos tienen incentivos a firmar acuerdos de conexión debido a que la interconexión se da en dos vías (para asegurar el acceso a los usuarios finales en la red rival). Destaca que es necesario establecer una regulación asimétrica cuando el operador tiene una gran participación en el mercado, así como basar la regulación en los costos para beneficiar la entrada de nuevos operadores. Por el contrario, Cherdrón (2002) plantea que el regulador no debe preocuparse por determinar una tarifa de interconexión correcta, sino que con prohibir la discriminación de precios por terminación los competidores elegirán un *markup* de acceso cero. En este mismo sentido Fjell, Fors, y Pal (2010) muestran que un precio de acceso endógeno neutraliza la ventaja artificial de costos que posee el incumbente; además, esta forma de fijar el precio de acceso resulta en un excedente del consumidor mayor o igual que cuando la tarifa de interconexión se fija de forma exógena. Aún más, el bienestar es estrictamente mayor cuando el entrante es más eficiente que el incumbente.

De Bijl y Peitz (2002) presentan un modelo de competencia en el que analizan los efectos de la regulación del precio de acceso en mercados “infantes”, en los que el entrante no tiene participación de mercado, y en mercados maduros, en los que el entrante ya tiene participación en el mercado. A través de simulaciones numéricas, los autores concluyen que tanto en el mercado infante como en el maduro, un precio de acceso recíproco con *markup* (es decir, mayor que el costo marginal de la conexión de la llamada) reduce el excedente de los consumidores. En el mercado infante, este tipo de regulación de la tarifa de interconexión reduce los beneficios del entrante; mientras que al utilizar regulación asimétrica, en la que el incumbente fije el precio de acceso igual al costo marginal de la llamada entrante, mientras que el entrante puede utilizar el *markup* en su tarifa, tanto el excedente del consumidor como los beneficios del entrante aumentarían. Posteriormente, Peitz (2005) concluye que el excedente total disminuye con precios de acceso asimétricos



comparados con precios de accesos basados en costos con una tarifa de dos partes con discriminación de precios por terminación.

Si bien Peitz (2005) supone que la asimetría se debe a la naturaleza del proceso de entrada y no a características inherentes de los operadores; el autor aclara que si las asimetrías entre operadores persisten en el tiempo, el regulador debe preocuparse por la entrada ineficiente, ya que aún con regulación basada en costos, operadores con distintos niveles de costos pueden tener beneficios positivos. En ese caso, aplicar regulación asimétrica en lugar de regulación basada en costos provee una ventaja temporal a los entrantes y atraerá a aquellos entrantes menos eficientes. En este mismo sentido, encuentro que bajo ciertas estructuras de costos y tarifas de interconexión el entrante ineficiente terminará sin una proporción del mercado.

### **2.3 Asimetría entre Operadores**

En el análisis de las asimetrías entre operadores puede incorporarse a los modelos clásicos de competencia en precios de distintas formas. Autores como Cricelli, Di Pillo, Levialdi, y Gastaldi (2005) las incorporan por el lado de la demanda, al contemplar la lealtad a la marca. Otros análisis, como el de Hoernig (2007) y el de Stühmeier (2013) realizan un mayor énfasis en las participaciones de mercado. Finalmente, De Bijl y Peitz (2004) analizan diferencias en costos de los operadores de red.

Al incorporar una medida de lealtad a la marca, Cricelli et al. (2005) encuentran que cuando la lealtad hacia el incumbente aumenta, es mayor la diferencia entre los precios para llamadas dentro y fuera de la red, aumenta los beneficios y la participación del mercado del incumbente. A mayor lealtad hacia la marca, el diferencial de precios por terminación aumenta para el incumbente mientras que disminuye para el entrante. Además, para cualquier grado de asimetría y de sustituibilidad, los precios óptimos son distintos para cada terminación; en particular, los precios con terminación fuera de la red son siempre más altos. En el modelo que se presenta a continuación este resultado no se sostiene

cuando hay tarifa de interconexión cero.

Un resultado similar es el presentado por Hoernig (2007), quien analiza firmas de distintos tamaños, es decir, con distintas participaciones de mercado, que discriminan precios con base a la terminación. Encuentra que el diferencial de precios entre la propia red y la del rival es mayor para las empresas grandes en comparación con el de las empresas pequeñas. No obstante, indica que esto no es señal de comportamiento colusivo, sino que es un intento de reducir las externalidades de las llamadas hacia la red pequeña. El autor indica que con asimetría en las redes, tanto para las tarifas lineales como para las tarifas en dos partes, el diferencial de precios por terminación es creciente en el precio de acceso y en la asimetría *ex ante*. La diferencia entre los precios *on-net* y *off-net* es un resultado que se mantiene en este análisis cuando no hay tarifa de interconexión cero.

Por otro lado, Stühmeier (2013) analiza si las asimetrías entre los operadores requieren regulación asimétrica de los precios de acceso. En su análisis destaca que la competencia se da en el excedente de los consumidores, pues es lo que determina la partición de mercado. Más adelante se mostrará que cuando los operadores discriminan precios, la competencia se da a través de las cuotas de suscripción, las cuales afectan directamente la utilidad de los consumidores y, por tanto, la partición de mercado final. Stühmeier destaca que si los proveedores pueden discriminar precios por la terminación de la llamada, todos los suscriptores se benefician si el entrante tiene un *markup* de acceso. El autor reconoce que el entrante puede tener ventajas sobre el incumbente al ser más eficiente o al operar tecnologías innovadoras, de esta forma, sin discriminación de precios y con terminación asimétrica basada en costos, ambos proveedores pueden beneficiarse o perjudicarse por el *markup* de acceso del entrante. Si la competencia es muy intensa, ambos proveedores preferirían una regulación del precio de interconexión basado en costos.

Ahora bien, De Bijl y Peitz (2004) analizan en un modelo dinámico la asimetría en costos de los operadores; señalan que con regulación basada en costos, la ventaja del entrante (al ser el operador más eficiente) genera que aumente su partición de mercado más rápidamente y termina con una partición mayor a la que el incumbente tenía inicialmente.

Bajo precios de acceso recíprocos, fijados al costo más bajo, esto es, al costo del entrante, éste reduce sus precios por minuto para reflejar el menor costo marginal percibido que tiene. Los costos marginales percibidos serán relevantes en la determinación de los precios de equilibrio, ya que no incluyen únicamente el costo marginal que enfrenta el operador, sino que incluye la tarifa que debe pagar por poder acceder a la red del rival cuando sus consumidores realizan llamadas fuera de la red. En general, la competencia por la participación de mercado, a través de las tarifas de suscripción, se vuelven menos intensas.

# Capítulo 3

## Modelo

### 3.1 Set Up

Consideremos un mercado de telecomunicaciones con dos operadores: el incumbente ( $i = 1$ ) y el entrante ( $i = 2$ ), quienes compiten en una tarifa en dos partes. La cuota de suscripción  $m_i$  y el precio por minuto de llamada  $p_i$ . En primer lugar, para analizar la elección estratégica de precios utilizaré un planteamiento similar al de Thisse y Vives (1988).

Dadas las tarifas de interconexión ( $\tau_i$ ), ambos operadores se enfrentan en un juego en dos etapas en el que primero se comprometen a un esquema de precios particular y posteriormente eligen precios de forma simultánea. En la primera etapa de este juego el espacio de acciones de los operadores es  $S_i^1 = \{D, U\}$  para  $i = 1, 2$ , mientras que el espacio de acciones para cada operador en la segunda etapa es  $S_i^{2|U} = (0, \infty) \times (0, \infty)$  si decide utilizar un esquema uniforme y  $S_i^{2|D} = (0, \infty) \times (0, \infty) \times (0, \infty)$  si el decide discriminar precios. En las estrategias,  $D$  denota discriminación de precios, es decir, que el operador fija un precio distinto para llamadas dentro y fuera de la red, y  $U$  denota un precio uniforme, es decir el precio por minuto de la llamada es el mismo independientemente de la terminación de la llamada. Así, en la Tabla 3.1 se muestran las funciones de beneficios con las variables dependientes para cada posible estrategia de los operadores.

2 1	U	D
U	$\pi_i(p_1, p_2, m_1, m_2)$	$\pi_i(p_1, p_2^{on}, p_2^{off}, m_1, m_2)$
D	$\pi_i(p_1^{on}, p_1^{off}, p_2, m_1, m_2)$	$\pi_i(p_1^{on}, p_1^{off}, p_2^{on}, p_2^{off}, m_1, m_2)$

Tabla 3.1: Resumen de las funciones de beneficios en cada estrategia  
Nota: Elaboración propia

Ahora bien, para definir los pagos de los operadores para cada estrategia utilizaré como base el modelo propuesto por De Bijl y Peitz (2002). A diferencia de los autores, no asumiré que las estructuras de costo son simétricas para cada tipo de llamada. Una motivación para eliminar es el supuesto es que alguno de los operadores puede tener ventaja en costos al poseer mejor tecnología o al existir economías de escala (Baranes, Behringer, y Poudou (2017), Stühmeier (2013)). En el presente análisis supondremos que el incumbente tiene una ventaja en tecnología. Esto es el operador 1 es más eficiente que el operador 2 ya que tiene acceso a mejor tecnología.

Las particiones iniciales del mercado están dadas por  $s_i^0$ , donde  $s_1^0 + s_2^0 = 1$ . Ahora bien, como se detallará más adelante, los consumidores elegirán el operador al que se suscribirán, por lo que la variable  $s_i$  denotará las cuotas de mercado realizadas, por lo que también se debe cumplir que  $s_1 + s_2 = 1$ . A continuación se presentan las características más relevantes de los operadores (jugadores en el juego descrito) y de los consumidores del servicio de llamadas (quienes con sus acciones determinan el pago de los operadores bajo cada estrategia). El *timing* bajo el cual interactúan los operadores y los consumidores es el siguiente:

1. Dadas las tarifas de interconexión  $\tau_1$  y  $\tau_2$ , los operadores eligen simultáneamente precios por minuto  $p_i^k$  y cuotas de suscripción  $m_i$
2. Los consumidores observan los precios y deciden a que red suscribirse y realizan llamadas.
3. Se realizan nuevas cuotas de mercado  $s_i$  y los operadores obtienen beneficios.

### 3.1.1 Operadores

Como se mencionó anteriormente hay 2 operadores que compiten en tarifas de precios en dos partes. Para simplificar el análisis, asumimos que cada operador tiene una red de cobertura local. La literatura de telecomunicaciones distingue entre distintos tipos de costos, generalmente se distingue entre tres tipos: (1) los costos fijos independientes del tráfico de llamadas y del número de consumidores, (2) los costos de conexión que son independientes del tráfico de llamadas ( $f_i$ ) y (3) los costos tráfico dependientes. Éstos últimos hacen referencia a los costos marginales y se dividen según el tipo de llamada ( $k$ ) y serán denotados por  $c_{ik}$  (costo marginal del operador  $i$  de una llamada tipo  $k$ ). El primer tipo de costo marginal es el relacionado a las llamadas *on-net* ( $k = 1$ ), es decir, las llamadas que se realizan dentro de la red del operador. En segundo lugar, las llamadas que terminan en la red de otro operador son de tipo *off-net* ( $k = 2$ ). En tercer lugar, una llamada entrante ( $k = 3$ ) es aquella que se origina en la red de otro operador, pero termina en la red propia. Como remarcan De Bijl y Peitz (2002) se asume que  $c_{i1} - c_{i2} = c_{i3}$ .

En la Tabla 3.2 es posible notar que la tarifa de interconexión afecta directamente los costos marginales percibidos por cada operador. Por un lado, cuando los operadores tienen los mismos costos tráfico dependientes, la tarifa de interconexión podría generar diferencias en el costo que perciben los operadores por las llamadas *off-net*. Por otro lado, cuando los operadores tienen costos asimétricos, la regulación asimétrica podría igualar los costos marginales percibidos. En el caso de la tarifa de interconexión cero, se otorga al operador entrante una ventaja en costos para que pueda competir con el incumbente.

Tipo de Llamada	Operador 1	Operador 2
Llamada <i>on-net</i>	$c_{11}$	$c_{21}$
Llamada <i>off-net</i>	$c_{12} + \tau_2$	$c_{22} + \tau_1$
Llamada entrante	$c_{13} - \tau_1$	$c_{23} - \tau_2$

Tabla 3.2: Costos Tráfico-Dependientes

Nota: Elaboración propia

### 3.1.2 Consumidores

Por el lado de los consumidores, se asume que hay  $n$  individuos que se suscriben a una de las redes. Cada consumidor tiene una demanda unitaria e inelástica por la suscripción. Además, para el nivel de precio por minuto  $p_i$ , el consumidor tiene una demanda individual por minutos de llamada  $x(p_i)$ . En particular, asumimos que  $x(p_i) = \frac{a-p_i}{b}$ . Este es un supuesto común en la literatura, una justificación es que la demanda de los consumidores proviene de su problema de maximización de utilidad. Esto es  $x(p_i) = \arg \max\{u(x) - xp_i\}$ , así, la función de demanda debe satisfacer la condición de primer orden  $u'(x) = p_i$ .<sup>1</sup>

Cada individuo tiene una función de utilidad indirecta que depende de la red a la que se suscriba.

$$v_i(p_i, m_i) = u_i^0 + u(x(p_i)) - p_i x(p_i) - m_i$$

Note que la utilidad indirecta tiene un componente que depende de las llamadas que realiza, los dos términos que dependen del precio, pero también incluyen un nivel de utilidad fija por suscribirse a la red  $i$  ( $u_i^0$ ) que captura factores como preferencias, calidad de los servicios, etc. Más generalmente puede ser interpretada como la disposición a pagar por las características del operador. Para asegurar que los consumidores participan en el mercado, asumimos que  $v_i(p_i, m_i)$  es positiva. Particularmente se asume que  $u(x) = ax - \frac{bx^2}{2}$  con  $a, b > 0$ , donde los parámetros  $a, b$  son los mismos que en la función de demanda.

Para que los cambios en la partición de mercado sean más cercanos a la realidad, de Bijl y Peitz (2002) introducen el costo por cambiar de operador  $z$ . Así, los consumidores cambiarán de suscriptor del incumbente al entrante si y solo si la utilidad indirecta con el operador dos menos el costo de cambiar es mayor a la utilidad indirecta de permanecer

---

<sup>1</sup>Autores como Trifunović y Mitrović (2016) y Laffont et al. (1998) emplean una función de elasticidad constante de la forma  $q = p^{-\eta}$ . No obstante, esto implica hacer supuestos sobre el valor de  $\eta$ . En este sentido, para mantener el modelo parsimonioso y debido a que el objeto de interés del análisis es la decisión de los operadores y no de los consumidores, se asume que la demanda es lineal.

con el suscriptor uno. Esto es

$$v_2(p_2, m_2) - z > v_1(p_1, m_1)$$

En particular, cuando los consumidores enfrentan discriminación de precios su utilidad neta estará dada por:  $w_i(p_i^{on}, p_i^{off}, m_i) = u_i^0 + s_i \tilde{v}(p_i^{on}) + s_j \tilde{v}(p_i^{off}) - m_i$ , donde  $\tilde{v}(p) \equiv u(x(p)) - px(p)$ . De igual forma, el consumidor cambiará de operador solo cuando la utilidad neta con el entrante menos el costo por cambiar sea mayor a la que tendría por quedarse con el incumbente.

Un supuesto adicional es que los consumidores que inicialmente están suscritos a la red  $i$  están uniformemente distribuidos en el intervalo  $[0, Zs_i^0]$ , donde  $Z > 0$  es una constante que captura la rigidez de la demanda del mercado. Así se establece una relación positiva entre los costos por cambiar de operador y la partición de mercado inicial. Este supuesto nos permite expresar las particiones de mercado de la siguiente forma:

$$s_i = s_i^0 + \frac{w_i(p_i^{on}, p_i^{off}, m_i) - w_j(p_j^{on}, p_j^{off}, m_j)}{Z}$$

Simplificando la expresión anterior obtenemos

$$s_i = \frac{Zs_i^0 + (u_i^0 - u_j^0) + (\tilde{v}(p_i^{off}) - \tilde{v}(p_j^{on})) - (m_i - m_j)}{Z + \tilde{v}(p_i^{off}) - \tilde{v}(p_i^{on}) + \tilde{v}(p_j^{off}) - \tilde{v}(p_j^{on})}$$

Note que cuando ambas firmas eligen un precio uniforme, la expresión se reduce a

$$s_i(p_1, p_2, m_1, m_2) = s_i^0 + \frac{v_i(p_i, m_i) - v_j(p_j, m_j)}{Z}$$

Una interpretación del parámetro  $Z$  es la facilidad con la que los usuarios pueden cambiar entre un operador y otro. La Reforma en Telecomunicaciones, al dar a los consumidores el derecho a portar su número de compañía en 24 horas y de poder desbloquear equipos terminales redujo los costos de transacción asociados al cambio de operador. En



este sentido, la Reforma propició una disminución de  $Z$ .

A lo largo del análisis se asume un patrón de llamadas balanceado. Cuando un consumidor realiza una llamada, el receptor puede ser cualquier consumidor con la misma probabilidad, independientemente de la red a la que esté suscrito. Así, la proporción de llamadas que terminará en la red  $i$  será  $s_i$ , mientras que las llamadas que terminarán en la red  $j$  serán  $s_j$ . Si bien este supuesto es algo restrictivo, nos permitirá analizar las externalidades de redes que surgen con discriminación de precios: la relación entre el precio de las llamadas dentro y fuera de la red cobrarán más importancia dependiendo de la proporción de usuarios que estén suscritos a cada una de las redes. Ahora bien, como señala Hoernig (2007), este supuesto no implica que el tráfico real de las llamadas sea balanceado, ya que dependerá de los precios por minuto de equilibrio y de las cuotas de mercado finales de cada uno de los operadores.

Con todo lo anterior, los beneficios del operador  $i$  pueden ser expresados de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \Pi_i(p_1^{on}, p_1^{off}, p_2^{on}, p_2^{off}, m_1, m_2) = & n s_i s_i x(p_i^{on})(p_i^{on} - c_{i1}) + n s_j s_i x(p_i^{off})(p_i^{off} - c_{i2} - \tau_j) \\ & + n s_i s_j x(p_j^{off})(\tau_i - c_{i3}) + n s_i(m_i - f_i) \end{aligned}$$

Note que la primera fuente de ingresos del operador son las llamadas que se realizan dentro de la red; el total de llamadas que se originan en la red son  $s_i x(p_i)$ , por el supuesto de patrón de llamadas balanceadas, sabemos que la fracción  $s_i$  de esas llamadas terminarán dentro de la misma red. La segunda fuente de ingresos son las llamadas que realizan los consumidores de la red  $i$  que terminaran en la red  $j$ , las cuales son  $s_j$  del total de llamadas que se generan en la red del operador. En tercer lugar, el operador obtiene un ingreso por la tarifa que cobra a su rival por conectar las llamadas entrantes. Finalmente, el operador obtiene ingresos de la cuota de suscripción, la cual le permite recuperar sus costos fijos.

Las firmas tienen dos herramientas para poder maximizar sus beneficios. Por un lado, los precios por minuto de llamada les permiten controlar el tráfico de llamadas y, por

otro lado, la cuota de suscripción, la cual tendrá un impacto claro en la partición de mercado. El objetivo será encontrar un equilibrio perfecto en subjuegos; es decir, un perfil de estrategias caracterizado por un vector de precios por minuto y las cuotas de suscripción, que induzca un equilibrio de Nash en cada subjuego. En consecuencia, tenemos tres sistemas de ecuaciones para determinar los precios de equilibrio:

I) Cuando ambas firmas eligen un precio uniforme ( $U, U$ ) el sistema se compone por cuatro ecuaciones

$$\frac{\partial \Pi_i(p_1, p_2, m_1, m_2)}{\partial p_i} = 0, \quad \frac{\partial \Pi_i(p_1, p_2, m_1, m_2)}{\partial m_i} = 0 \quad \text{para } i = 1, 2$$

II) Cuando ambas firmas eligen discriminar precios ( $D, D$ ) el sistema consta de seis ecuaciones

$$\frac{\partial \Pi_i(p_1^{on}, p_1^{off}, p_2^{on}, p_2^{off}, m_1, m_2)}{\partial p_i^{on}} = 0, \quad \frac{\partial \Pi_i(p_1^{on}, p_1^{off}, p_2^{on}, p_2^{off}, m_1, m_2)}{\partial p_i^{off}} = 0,$$

$$\frac{\partial \Pi_i(p_1, p_2, m_1, m_2)}{\partial m_i} = 0 \quad \text{para } i = 1, 2$$

III) Cuando la firma  $i$  discrimina precios, mientras que la firma  $j$  elige un precio uniforme ( $U, D$ ) o ( $D, U$ ), el sistema está formado por cinco ecuaciones

$$\frac{\partial \Pi_i(p_i^{on}, p_i^{off}, p_j, m_1, m_2)}{\partial p_i^{on}} = 0, \quad \frac{\partial \Pi_i(p_i^{on}, p_i^{off}, p_j, m_1, m_2)}{\partial p_i^{off}} = 0,$$

$$\frac{\partial \Pi_i(p_i^{on}, p_i^{off}, p_j, m_1, m_2)}{\partial m_i} = 0, \quad \frac{\partial \Pi_j(p_i^{on}, p_i^{off}, p_j, m_1, m_2)}{\partial m_j} = 0,$$

$$\frac{\partial \Pi_j(p_i^{on}, p_i^{off}, p_j, m_1, m_2)}{\partial p_j} = 0 \quad \text{para } i \neq j$$

## 3.2 Simulación Numérica

Si bien los sistemas de ecuaciones presentados en la sección anterior pueden reducirse a sistemas de 2 o 3 ecuaciones, obtenemos expresiones no lineales, por lo que no es posible obtener una solución analítica. Por esta razón, se utiliza el método de Newton para encontrar las soluciones a los sistemas de ecuaciones de las condiciones de primer orden.

### 3.2.1 El Método de Newton

De manera concisa, el Método de Newton busca una aproximación a la solución del sistema de ecuaciones. Consideremos una función de valor real  $f$  que es diferenciable, la forma en que funciona el método es comenzar con un punto inicial  $x_0$ , que puede ser interpretado como una aproximación a la raíz de la función, e itera una secuencia de puntos de la siguiente manera  $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$ , para encontrar la aproximación la solución que aproxima la solución a cero. Con cada iteración, el método se acerca a la raíz. Kindaid y Cheney (2009) enfatizan la importancia de una buena elección de un punto inicial, ya que la convergencia del método es sensible al valor que se elija. Por ejemplo, si pensamos en una ecuación cúbica o cuadrática, el valor inicial que elijamos determinará cuál de las raíces será la que encuentra el método.

Si bien para el análisis del presente texto estaremos trabajando con sistemas de ecuaciones no lineales, la lógica del método es la misma: linealizar y resolver de forma repetida para encontrar la aproximación a cero. Consideremos un sistema de  $N$  ecuaciones  $\mathbf{F}(\mathbf{X}) = \mathbf{0}$ , donde  $\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T$ ; cada ecuación  $f_i : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $i = 1, \dots, N$ . La extensión del método para el sistema no lineal es  $\mathbf{X}^{(k+1)} = \mathbf{X}^{(k)} - [\mathbf{F}'(\mathbf{X}^{(k)})]^{-1} \mathbf{F}(\mathbf{X}^{(k)})$ , donde  $\mathbf{F}'(\mathbf{X}^{(k)})$  es la matriz Jacobiana que contiene las derivadas parciales del sistema de ecuaciones  $\mathbf{F}$  evaluada en el vector  $\mathbf{X}^{(k)}$ .

En resumen, el procedimiento que se sigue para resolver el sistema de condiciones de primer orden dado un conjunto de parámetros es elegir los valores iniciales para el método de Newton y determinar el número máximo de iteraciones permitidas, al implementar el método el número máximo de iteraciones que se permiten es  $100^2$ . Posteriormente se aplica el método de Newton para aproximar la raíz.<sup>3</sup> Si no hay candidato a solución, es decir, si el método no converge, es necesario elegir un nuevo punto inicial. En caso de obtener un candidato a solución, evaluamos que las condiciones de primer orden se satisfagan. En este análisis, los valores iniciales estarán compuestos por los precios por

---

<sup>2</sup>Este límite se establece a conveniencia del programador, ya que al realizar más iteraciones aumenta la distancia entre el valor de la raíz y la aproximación.

<sup>3</sup>En el apéndice se encuentra el código de *Python* con el que se realizó la simulación.

minuto de cada firma y por las cuotas de suscripción. Al terminar este proceso habremos obtenido el equilibrio de Nash.

### 3.2.2 Parametrización

Para poder obtener una solución numérica, es necesario dar valores a los parámetros del modelo. Para asemejar de cierta forma la estructura de mercado en México, utilizo datos de costos y de las tarifas de interconexión proporcionadas por el IFT. Como el objeto de estudio es la asimetría en costos marginales por tipo de llamada, asumiré que las firmas son simétricas en cuanto a la utilidad fija que dan al individuo  $u_1^0 = u_2^0$  y que ambas tienen los mismos costos fijos ( $f_i$ ), de esta forma nos abstraemos de problemas en la decisión de inversión.

Categoría	Parámetro	Valor
Parámetros de la demanda	$a$	0.139
	$b$	0.00045
	$Z$	41.7029
	$u_1^0 = u_2^0$	34.7524
	$n$	7,496,083
	$(s_1^0, s_2^0)$	(69.08%, 30.92%)
Parámetros de Costos	$(c_{11}, c_{21})$	(0.0153 ,0.0542)
	$(c_{12}, c_{22})$	(0.0100 ,0.0465)
	$(c_{13}, c_{23})$	(0.0053 ,0.0077)
	$f \equiv f_1 = f_2$	7.2394
Tarifas de Interconexión 2015	$\tau_1$	0
	$\tau_2$	0.2505
2018	$\tau_1$	0.028562
	$\tau_2$	0.112799

Tabla 3.3: Parámetros 2015  
Elaborado con datos del IFT.  
Unidades expresadas en pesos mexicanos.

Por un lado, de acuerdo con el Primer Informe Trimestral Estadístico del Instituto Federal de Telecomunicaciones (2015), el número de minutos de uso promedio de telefonía móvil por suscripción fue de 337 minutos. De esta forma, asumiendo que un periodo en el modelo consta de dos meses, podemos decir que la demanda aproximadamente será

$x = 226$  minutos de llamada. Por otro lado, el precio promedio por minuto de llamada en prepago en el 2015 fue  $p = \$0.04$  MXN. Casanueva-Reguart y Cantú-Díaz de León (2016) estiman que la elasticidad de la demanda por servicios móviles para México es  $\varepsilon = -0.404$ . Sabemos que la elasticidad es  $\varepsilon = -\frac{p}{a-p}$ , por lo que  $a = \frac{p(\varepsilon-1)}{\varepsilon} = 0.139$ . De la función de demanda, sabemos que  $b = \frac{(a-p)}{x} = 0.00045$ . Los valores de los parámetros están sintetizados en la Tabla 3.3. Los costos de los operadores provienen de las estimaciones de costos que realiza el IFT<sup>4</sup> para determinar la tarifa de interconexión, mientras que las tarifas de interconexión son directamente publicadas en el Diario Oficial de la Federación<sup>5</sup>.

Con los parámetros que se encuentran sintetizados en la Tabla 3.3, se simularán los equilibrios del modelo con y sin asimetría en costos para ambas estructuras de tarifas de interconexión (tarifa de interconexión cero y tarifa asimétrica basada en costos). De esta manera será posible comparar los niveles de precios que surgirían en cada mercado bajo distintas tarifas de interconexión.

---

<sup>4</sup>Banco de Información de Telecomunicaciones <https://bit.ift.org.mx/BitWebApp/>

<sup>5</sup>Diario Oficial de la Federación [http://www.dof.gob.mx/nota\\_detalle.php?codigo=5377585&fecha=29/12/2014](http://www.dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5377585&fecha=29/12/2014)

# Capítulo 4

## Resultados

En este capítulo se presentan los resultados del modelo en dos secciones. En la primera, se presentan los resultados analíticos que detallan las propiedades de equilibrio para las distintas combinaciones de las estrategias de la elección del esquema de precios. En la segunda, se muestran los resultados de las simulaciones numéricas, así como las estrategias que constituyen un equilibrio de Nash bajo las distintas combinaciones de los parámetros. Los resultados están expresados en pesos mexicanos y los beneficios, por consumidor.

### 4.1 Propiedades de Equilibrio

Recordemos que las soluciones de equilibrio resuelven las condiciones de primer orden presentadas en la sección 3.1.2, al manipular las condiciones de primer orden se obtienen las siguientes proposiciones.

**Proposición 1:** *En el equilibrio, cuando ambas firmas eligen un esquema de precio uniforme:*

$$p_i^* = s_i^* c_{i1} + s_j^* (c_{i2} + \tau_j)$$
$$m_i^* = f_i + s_i^* Z - s_i^* x(p_i^*) (c_{i2} + \tau_j - c_{i1}) + (s_i^* - s_j^*) x(p_j^*) (\tau_j - c_{i3})$$

para  $i = 1, 2$

La estrategia óptima del operador es fijar el precio en el que se ponderan los costos

marginales percibidos para los dos tipos de llamadas. Por un lado, los costos marginales para las llamadas dentro de la red son  $c_{i1}$  y están ponderados por la fracción de llamadas que serán de este tipo  $s_i$ . De forma análoga,  $c_{i2} + \tau_j$  es el costo marginal percibido de las llamadas fuera de la red. Note que cuando las firmas son simétricas en costos, la tarifa de interconexión cero le da una ventaja al operador entrante ya que le permite fijar un precio menor. Así, podrá competir con mayor facilidad para obtener mayor participación de mercado. En cuanto a la cuota de suscripción, es importante notar que depende positivamente del parámetro que captura la rigidez de la demanda del mercado ( $Z$ ). La interpretación de este resultado es que mientras menos intensa sea la competencia, las cuotas de mercado va a aumentar, ya que la facilidad con la que los consumidores cambian de operador se ve afectada, así, los operadores pueden aumentar la cuota sin sacrificar mucha proporción del mercado.

**Proposición 2:** *En el equilibrio, cuando ambas firmas eligen discriminar precios:*

$$p_i^{on*} = c_{i1}$$

$$p_i^{off*} = c_{i2} + \tau_j$$

$$m_i^* = f_i + (Z + \tilde{v}(p_i^{off*}) - \tilde{v}(p_i^{on*}) + \tilde{v}(p_j^{off*}) - \tilde{v}(p_j^{on*}))s_i^* - 2s_i^*x(p_i^{on*})(p_i^{on*} - c_{i1})$$

$$+ (s_i^* - s_j^*)x(p_i^{off*})(p_i^{off*} - c_{i2} - \tau_j) + (s_i^* - s_j^*)x(p_j^{off*})(\tau_i - c_{i3})$$

Cuando las firmas eligen discriminar precios, como en el modelo estándar de tarifa en dos partes, los precios de ambas firmas son iguales al costo marginal. De esta forma, el operador no recibirá ingresos de las llamadas que realicen los consumidores suscritos a su red. La función de beneficios de los operadores se reduce a

$$\Pi_i(p_1^{on}, p_1^{off}, p_2^{on}, p_2^{off}, m_1, m_2) = ns_i s_j x(p_j^{off})(\tau_i - c_{i3}) + ns_i(m_i - f_i)$$

Así, la competencia entre operadores se da a través de la cuota de suscripción, ya que es el instrumento con el cual los operadores atraen consumidores para que se suscriban a su red. Para el AEP la tarifa de interconexión cero implica que las llamadas que los consumidores suscritos a la red rival que terminen en su red implicarán un costo, por lo que querrá atraer

a la mayor parte de los consumidores a suscribirse a su red. Ahora bien, cuando la tarifa de interconexión es suficientemente alta (mayor que  $c_{i3}$ ) los operadores reciben ingresos de dos fuentes: de las llamadas entrantes y de las cuotas de suscripción. De aquí surge de forma endógena la externalidad de redes, ya que el operador recibe beneficios por algunas llamadas de los consumidores de la red rival y a los consumidores ponderan su utilidad de llamadas dentro y fuera de la red por la partición de mercado final.

**Proposición 3:** *Cuando el operador  $i$  elige  $D$ , mientras que el operador  $j$  elige  $U$ , en el equilibrio se cumple*

$$\begin{aligned} p_i^{on*} &= c_{i1} \\ p_i^{off*} &= c_{i2} + \tau_j \\ p_j^* &= s_j^* c_{j1} + s_i^* (c_{j2} + \tau_i) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_i^* &= f_i + (Z + \tilde{v}(p_i^{off*}) - \tilde{v}(p_i^{on*}))s_i^* - 2s_i^* x(p_i^{on*})(p_i^{on*} - c_{i1}) + (s_i^* - s_j^*)x(p_i^{off*})(p_i^{off*} - c_{i2} - \tau_j) \\ &\quad + (s_i^* - s_j^*)x(p_j^*)(\tau_i - c_{i3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_j^* &= f_j + (Z + \tilde{v}(p_i^{off*}) - \tilde{v}(p_i^{on*}))s_j^* - 2s_j^* x(p_j^*)(p_j^* - c_{j1}) - (s_i^* - s_j^*)x(p_j^*)(p_j^* - c_{j2} - \tau_i) \\ &\quad - (s_i^* - s_j^*)x(p_i^{off*})(\tau_j - c_{j3}) \end{aligned}$$

Finalmente, cuando una firma elige discriminar precios, fijará precios al costo marginal percibido. Por otro lado, la firma que elige un precio uniforme sigue cumpliendo que el precio que cobra es una ponderación por la partición de mercado y el costo marginal percibido del tipo de llamada, mismo resultado que en la Proposición 1.

## 4.2 Elección Estratégica del Esquema de Precios

En esta sección se presentan los resultados de la simulación numérica para cada uno de los esquemas de precios que pueden elegir los operadores, bajo la tarifa de interconexión



cero y la tarifa de interconexión asimétrica. Los beneficios de las firmas que se presentan en esta sección son los beneficios que se obtienen por cada consumidor. A continuación se presentan los resultados cuando se asume simetría en costos, bajo ambos niveles de la tarifa de interconexión, y posteriormente se presentan los resultados cuando este supuesto se levanta.

### 4.2.1 Simetría en Costos

Cuando los operadores son igual de eficientes, es decir, cuando hay simetría en costos, la tarifa de interconexión cero da una ventaja al reducir el costo marginal percibido de las llamadas entrantes al operador entrante. Esta ventaja es notoria cuando el operador dos decide discriminar precios, ya que puede ofrecer un precio para llamadas fuera de la red a un precio más bajo, de esta forma, el operador dos debe competir por medio de una reducción en su cuota de suscripción.

	2		
1		U	D
U		5.765, 7.779	2.256, 1.539
D		36.987, 0	13.075, 0

Tabla 4.1: Resumen de las funciones de beneficios  
 Con simetría en costos tarifa de interconexión cero  
 Nota: Elaboración con resultados propios

**Proposición 4** *El equilibrio de Nash con firmas simétricas y con tarifa de interconexión cero es  $(D, U)$*

Analizando las mejores respuestas a la matriz de pagos sintetizada en la Tabla 4.1, tenemos que la mejor estrategia para el operador 1 cuando el operador juega  $U$  es discriminar precios, mientras que la mejor respuesta del operador 2 a la acción  $D$  será jugar  $U$ . Para el operador 2, cuando el jugador 1 elige un precio uniforme, elegirá la misma estrategia, mientras que será indiferente entre discriminar y elegir un precio uniforme cuando el operador 1 elija discriminar precios. De esta forma, el equilibrio en estrategias puras es  $(D, U)$ .

	2		
		U	D
1			
	U	8.690, 11.256	6.907, 10.954
	D	6.674, 6.475	6.837, 4.988

Tabla 4.2: Resumen de las funciones de beneficios  
Con simetría en costos  
Nota: Elaboración con resultados propios

**Proposición 5** *El equilibrio de Nash con firmas simétricas es  $(U, U)$ .*

Note que elegir precio uniforme es una estrategia dominante para ambos jugadores. De tal forma que  $(U, U)$  es un equilibrio de Nash en estrategias puras. Sin tarifa de interconexión cero, la firma entrante pierde la ventaja que tenía al poder ofrecer menores precios cuando discriminaba. Por consiguiente, ambas firmas se benefician al enfrentar menor competencia al elegir un esquema de precio uniforme. De esta forma, la ausencia de la tarifa de interconexión cero relaja la competencia y modifica la estrategia de equilibrio del operador incumbente.

#### 4.2.2 Asimetría en Costos

Con asimetría en costos, la tarifa de interconexión cero busca igualar las condiciones en las que compiten los operadores. No obstante, esta situación puede no dar la suficiente ventaja al operador entrante para que pueda ofrecer precios atractivos cuando el incumbente decide discriminar precios.

	2		
		U	D
1			
	U	10.028, 10.928	9.735, 11.225
	D	38.549, 0	6.1, 0

Tabla 4.3: Resumen de las funciones de beneficios  
Nota: Elaboración con resultados propios

**Proposición 6** *Con asimetría en costos y tarifa de interconexión cero, los equilibrios de Nash en estrategias puras son  $(U, D)$  y  $(D, U)$*

De la Tabla 4.3 es posible notar que elegir un precio uniforme es una estrategia débilmente dominada por discriminar precios para el operador 2. Dado que el operador 2 elige

discriminar precios, la mejor respuesta del operador 1 será elegir un precio uniforme. De esta forma, un equilibrio en estrategias puras es  $(U, D)$ . Ahora bien, en el perfil de estrategias  $(D, U)$  ninguno de los operadores tiene incentivos unilaterales a desviarse, por lo que este perfil también es un equilibrio de Nash. A diferencia del modelo con simetría en costos, ahora existen dos equilibrios de Nash. En el equilibrio  $(D, U)$  la tarifa de interconexión cero no es suficiente para permitir al operador entrante competir contra el incumbente. Como el operador incumbente elige discriminar precios, las llamadas *on-net* son más baratas para quienes están suscritos a su red, esto genera que todos los suscriptores elijan esta red. Ahora bien, en el equilibrio  $(U, D)$  el operador entrante fija precios igual al costo marginal y el operador entrante, al ser más eficiente, logra competir aún con una tarifa uniforme. Esto resulta en una partición de mercado que más razonable que en el otro equilibrio (44.7% para el incumbente).

	2		
		U	D
1			
U		9.396, 8.228	8.277, 8.295
D		9.532, 4.486	9.848, 3.383

Tabla 4.4: Resumen de las funciones de beneficios  
 Nota: Elaboración con resultados propios

**Proposición 7** *El equilibrio de Nash con asimetría en costos es  $(D, U)$*

Cuando los operadores con costos simétricos compiten con una tarifa de interconexión asimétrica, discriminar precios es una estrategia dominada por precio uniforme para el operador dos. Además, discriminar precios es una estrategia dominante para el operador uno. De esta forma, el equilibrio en estrategias puras es  $(D, U)$ . A diferencia del resultado del caso con asimetría en costos y con tarifa de interconexión cero, el precio de las llamadas fuera de la red que fija el incumbente son menores. Esto permite que el operador entrante pueda competir con una tarifa uniforme y que pueda atraer consumidores a su red.

Es importante destacar que la tarifa de interconexión afecta la forma de competencia dependiendo de la estructura de costos que impere en el mercado (simétrica o asimétrica).

Bajo tarifa de interconexión cero,  $(D, U)$  es un equilibrio de Nash para ambas estructuras de costos, aunque la asimetría permite la existencia de un equilibrio distinto. No obstante, con el cambio en la tarifa de interconexión, la elección del esquema de precio de las firmas cambia con la estructura de precios. Cuando las firmas son simétricas, ambas se benefician con un precio uniforme, ya que disminuye la competencia por el mercado a través de las cuotas de mercado y ambas obtienen beneficios. No obstante, cuando el incumbente es más eficiente que el entrante, el no tener una tarifa de interconexión cero le otorga una ventaja al poder fijar precios por tipo de llamada más bajos.

Como se mencionó en el planteamiento del modelo, estos resultados dependen del supuesto de patrón de llamadas balanceadas, por lo que es interesante plantearse qué pasaría al levantar este supuesto. En primer lugar, con la externalidad de redes que surge de la discriminación de precios, consumidores que están conectados entre sí, pensemos en un grupo de amigos o en un grupo de compañeros de trabajo, podrían aprovechar los bajos precios *on-net* para coordinarse y suscribirse a una misma red. Esto impactaría de forma más fuerte a las particiones de mercado finales, pero no afectaría los precios de equilibrio, ya que se seguiría cumpliendo la condición de precio igual a costo marginal. En segundo lugar, pensemos que hubiera un patrón de llamadas que estuviera sesgado hacia la red a la que pertenece. En esta situación, cada operador tendría un monopolio sobre sus consumidores y la tarifa de interconexión no sería relevante si los consumidores solo realizaran llamadas *on-net*. Finalmente, pensemos en un patrón de llamadas que estuviera sesgado hacia alguna de las redes. En ese caso, pensaríamos que los operadores disminuirían los precios de la red hacia la cual es más probable que se realicen llamadas, lo que generaría un aumento en el precio de las llamadas hacia la otra red. Para modelar formalmente la posibilidad de interacción entre los consumidores para modificar el patrón de llamadas, se podría incluir un modelo de redes.

### 4.2.3 Predicciones del modelo

A continuación se presentan los precios y las cuotas de mercado de equilibrio, obtenidas a partir de la simulación numérica. Únicamente se presentan las variables de interés para los equilibrios de Nash en la elección estratégica del esquema de precios. Como se mencionó en la introducción del texto, una hipótesis es que los efectos de la Reforma se vieron reducidos por el cambio en la tarifa de interconexión que cobraba el Agente Económico Preponderante. Así, en esta sección se comparan los resultados obtenidos en el modelo, con la finalidad de probar si esta hipótesis es válida.

Tarifa interconexión Cero		Tarifa interconexión Asimétrica	
$p_1^{on}$	0.015	$p_1$	0.064
$p_1^{off}$	0.240	$p_2$	0.028
$m_1$	44.226	$m_1$	20.575
$m_2$	42.251	$m_2$	22.059
$s_1$	1	$s_1$	0.543
$s_2$	0	$s_2$	0.457

Tabla 4.5: Precios de equilibrio con simetría en costos  
Nota: Elaboración con resultados propios

En el modelo con simetría en costos, bajo tarifa de interconexión cero en el equilibrio todos los consumidores terminan en la red del operador incumbente y pagan un precio por minuto de llamada de \$0.015 pesos. Ahora bien, al considerar una tarifa asimétrica, el mercado se divide casi en partes iguales entre el operador entrante y el incumbente, pero los precios que pagan los consumidores son mayores. Al incorporar simetría en costos al modelo de elección del esquema de precios hay distintos resultados. Por un lado, si el equilibrio  $(D, U)$  la predicción del modelo es similar al modelo con simetría en costos: los precios promedio aumentan más de 100%, mientras que la concentración del mercado se reduce aproximadamente un 40%. Por otro lado, si nos encontramos en el equilibrio  $(U, D)$ , el modelo predice una reducción de aproximadamente 19% en los precios por minuto de llamada que enfrentan los consumidores, aunado a un aumento de la concentración de mercado de aproximadamente 29%.

Tarifa interconexión Cero (D, U)		Tarifa interconexión (U, D)		Tarifa interconexión Asimétrica	
$p_1^{on}$	0.015	$p_1$	0.151	$p_1^{on}$	0.015
$p_1^{off}$	0.217	$p_2^{on}$	0.054	$p_1^{off}$	0.123
$p_2$	0.100	$p_2^{off}$	0.047	$p_2$	0.066
$m_1$	45.789	$m_1$	29.640	$m_1$	22.128
$m_2$	45.496	$m_2$	30.462	$m_2$	15.647
$s_1$	1	$s_1$	0.447	$s_1$	0.578
$s_2$	0	$s_2$	0.553	$s_2$	0.422

Tabla 4.6: Precios de equilibrio con asimetría en costos  
Nota: Elaboración con resultados propios

### Excedente del Consumidor

Un resultado interesante es que el excedente del consumidor aumenta con el cambio en la regulación de la tarifa de interconexión. Esto se debe, por un lado, a la reducción de precios que genera el cambio de estrategia óptima. Por otro lado, la competencia por las cuotas de mercado se intensifica. Esto genera una disminución de las cuotas de suscripción. Estos dos efectos permiten que el operador entrante pueda permanecer en el mercado y genera un aumento en los excedentes del consumidor.

Costos	Tarifa interconexión Cero	Tarifa interconexión Asimétrica
Simétricos	4.991	22.807
Asimétricos	8.925	23.646

Tabla 4.7: Excedente del Consumidor  
Nota: Elaboración con resultados propios

En cuanto al debate sobre el excedente del consumidor cuando ambas firmas discriminan precios, encuentro que esta estrategia es la que mayor bienestar genera a los consumidores (bajo las distintas combinaciones de costos y tarifa de interconexión, el menor excedente que se obtiene es de 25.024). Como se muestra en la proposición 2, cuando ambas firmas discriminan precios, toda la competencia se da a través de las cuotas de suscripción. Como los precios se igualan al costo marginal percibido las firmas deben disminuir sus cuotas de suscripción para atraer a la mayor cantidad de consumidores. Ahora bien, cuando una sola firma discrimina precios, la firma con el precio uniforme también puede

buscar atraer consumidores a través de su precio. Es por esto que cuando ambas firmas compiten con discriminación de precios los consumidores se benefician de la disminución en las cuotas de suscripción. Si bien este resultado parecería indicar que la mejor opción sería lograr que ambos competidores discriminaran, no se podrá lograr ya que no es una estrategia de equilibrio. En esta situación el incumbente siempre tendrá menores beneficios, por lo que buscaría desviarse de un acuerdo en el que deba discriminar precios para poder disminuir la competencia.

### **El mercado mexicano**

Recordemos que en el mercado mexicano del 2014 al 2017 se mantuvo la tarifa de interconexión asimétrica que se modificó en el 2018. En la figura 4.1 se muestra la evolución del Índice Nacional de Precios de telecomunicaciones, así como el Índice de Precios para Servicio de Telefonía Móvil. En el gráfico es posible notar el estancamiento de efecto de la Reforma en la reducción de precios. A finales del 2015, el índice de precios, cuya base es el año diciembre del 2013, se encontraba en 71.14 y durante mediados del 2016 era únicamente 60. Ahora bien, la tarifa de interconexión asimétrica comenzó en el 2018, el valor promedio del índice de precios de año previo fue de en promedio 60.27 y para finales del 2018 se encontraba en 59.53. Es decir, hubo una caída pequeña de los precios de telefonía móvil. Es así, que podemos pensar que el modelo que incorpora asimetría en costos explica de mejor manera lo que ocurrió en el mercado mexicano, particularmente si nos encontramos en el equilibrio  $(U, D)$ , ya que es el que predice una disminución de precios moderada.

En la Figura 4.2 se muestra la evolución de las cuotas de mercado de América Móvil, el Agente Económico Preponderante, y de otros operadores de telefonía. Si bien la partición de mercado no ha mostrado tanta varianza como el índice de precios, se observa una tendencia a la baja en el porcentaje de suscriptores del AEP. Si bien, en los datos se observa que con el cambio en la tarifa de interconexión, la partición de mercado del operador incumbente únicamente disminuyó en un punto porcentual, el modelo no logra capturar

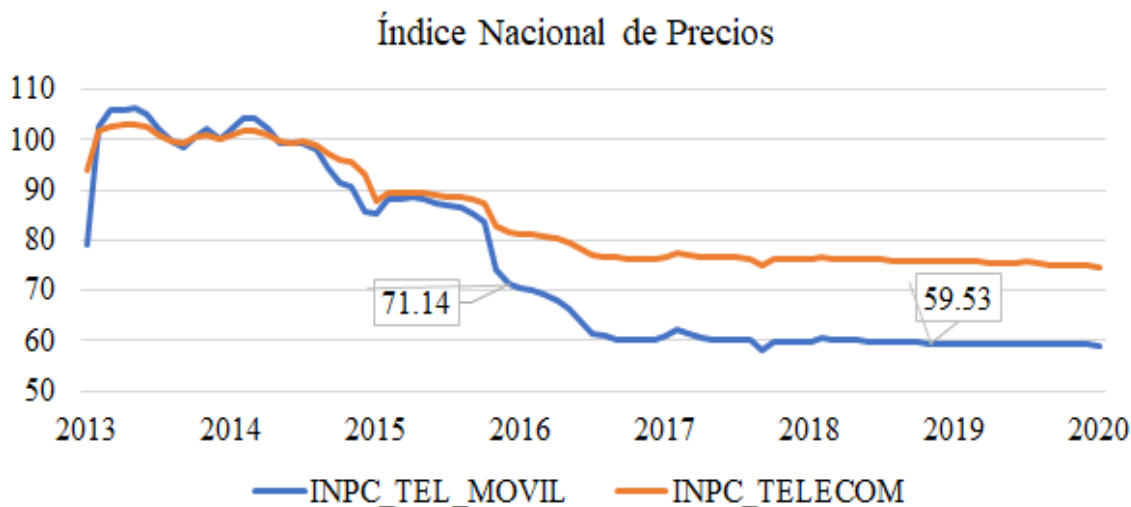


Figura 4.1: Índice Nacional de Precios: Telecomunicaciones y Telefonía Móvil  
Elaboración propia con datos del IFT.

este efecto. Por un lado, el modelo con simetría en costos predice una disminución drástica de la cuota de mercado del incumbente, mientras que el modelo con asimetrías en costo predice un ligero aumento. Esto puede deberse al supuesto que no permite que se incorporen nuevos consumidores a la red, si bien es un supuesto que facilita modelar el cambio de suscripción entre operadores, no permite capturar el efecto que se observa en la realidad.

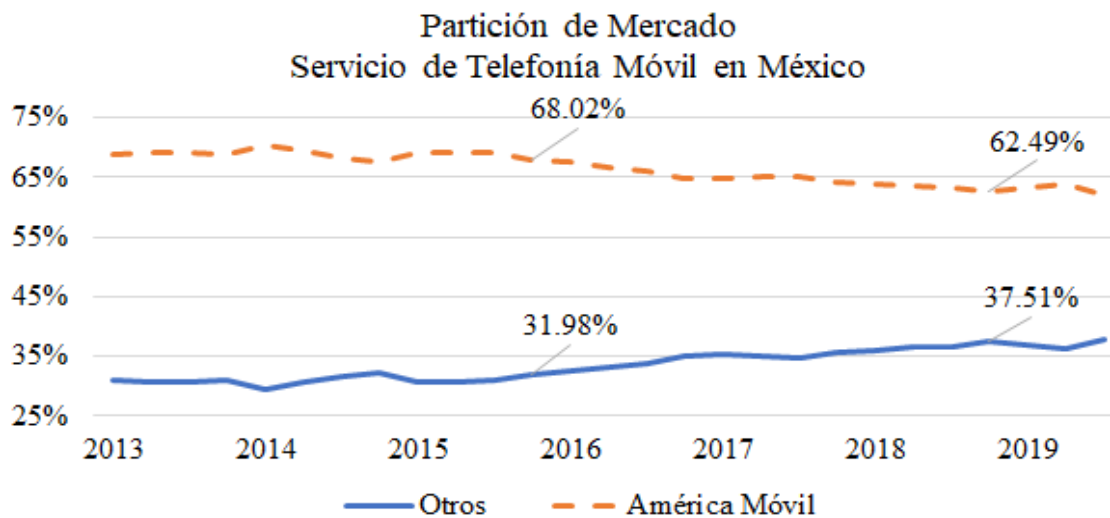


Figura 4.2: Concentración de Mercado  
Elaboración propia con datos del IFT.



# Capítulo 5

## Conclusión

El objetivo del trabajo fue analizar la elección estratégica de precios de los operadores ante distintas tarifas de interconexión. Esto permitió analizar cómo cambian el nivel de precios y la concentración del mercado. Los resultados sugieren que la tarifa de interconexión modifica la forma de la competencia entre los operadores y que el impacto que tiene sobre los precios y la partición de mercado depende de los supuestos sobre los costos de los operadores. Esto es, cuando las firmas son simétricas la tarifa da una ventaja en costos que permite al operador entrante competir más agresivamente. No obstante, cuando las firmas son asimétricas, las tarifas de interconexión pueden fallar al no permitir al operador entrante fijar precios competitivos. De esta forma, la elección estratégica del esquema de precios se ve directamente afectada por el tipo de tarifa de interconexión.

Al comparar las predicciones del modelo con los datos observados en el mercado mexicano, se concluye que incorporar asimetría en costos permite explicar de mejor forma el cambio en el nivel de precios que cuando se asume simetría en costos. No obstante, ninguno de los dos modelos logra explicar la dinámica de las cuotas de mercado. Por ello, próximos análisis podrían relajar el supuesto de la inclusión de consumidores al mercado. Otra posible extensión de la investigación es permitir que las firmas elijan la tarifa de interconexión que cobran a sus rivales, para analizar el efecto que esto tendría sobre la forma en que compiten los operadores.

# Apéndice

## Apéndice 1

A continuación se presenta el programa implementado en *Python* para obtener los precios y las cuotas de mercado de equilibrio.

```
import numpy as np
from random import random
from numpy import *
from numpy import linalg
import matplotlib as plt
from sympy import*
import sympy as sp
import sympy.printing.latex as printing
import math

sp.init_printing(use_latex = 'mathjax')

#Constantes

a = 0.139009901
b = 0.000443105
Z = 41.7029703
u_1__0 = 34.75247525
u_2__0 = 34.75247525
```

```

n = 87496083
s_1__0 = 0.6908
s_2__0 = 0.3092
c_11 = 0.015358872
c_21 = 0.05422057
c_12 = 0.010036024
c_22 = 0.04652057
c_13 = 0.005322848
c_23 = 0.0077
f_1= 7239.46
f_2 = 7239.46
tau_1 = 0
tau_2 = 0.2505

#Variables
p1, p2, m1, m2 = sp.symbols('p_1 p_2 m_1 m_2')
PI = sp.Function('\Pi')

#Funciones de Demanda
x_p1 = (a-p1)/b
x_p2 = (a-p2)/b

#Funciones de Utilidad Indirecta
v_1 = u_1__0 + (0.5*(p1-a)**2)/b - m1
v_2 = u_2__0 + (0.5*(p2-a)**2)/b - m2

#Partición de Mercado
s_1 = s_1__0 + (v_1 - v_2)/Z

```

```
s_2 = s_2__0 + (v_2 - v_1)/Z
```

```
#Beneficios
```

```
p_1 = s_1 * s_1 * x_p1 * (p1-c_11) + s_1 * s_2 * x_p1 * (p1 - c_12 - tau_2)  
      + s_1 * s_2 * x_p2 * (tau_1 - c_13) + s_1 * (m1-f_1)
```

```
p_2 = s_2 * s_2 * x_p2 * (p2-c_21) + s_2 * s_1 * x_p2 * (p2 - c_22 - tau_1)  
      + s_2 * s_1 * x_p1 * (tau_2 - c_23) + s_2 * (m2-f_2)
```

```
#CPO
```

```
cpo_1 = p_1.diff(p1)
```

```
cpo_2 = p_1.diff(m1)
```

```
cpo_3 = p_2.diff(p2)
```

```
cpo_4 = p_2.diff(m2)
```

```
#Método de Newton
```

```
J_1_x = lambdify([p1, p2, m1, m2], cpo_1.diff(p1), "numpy")
```

```
J_1_y = lambdify([p1, p2, m1, m2], cpo_1.diff(p2), "numpy")
```

```
J_1_z = lambdify([p1, p2, m1, m2], cpo_1.diff(m1), "numpy")
```

```
J_1_w = lambdify([p1, p2, m1, m2], cpo_1.diff(m2), "numpy")
```

```
J_2_x = lambdify([p1, p2, m1, m2], cpo_2.diff(p1), "numpy")
```

```
J_2_y = lambdify([p1, p2, m1, m2], cpo_2.diff(p2), "numpy")
```

```
J_2_z = lambdify([p1, p2, m1, m2], cpo_2.diff(m1), "numpy")
```

```
J_2_w = lambdify([p1, p2, m1, m2], cpo_2.diff(m2), "numpy")
```

```
J_3_x = lambdify([p1, p2, m1, m2], cpo_3.diff(p1), "numpy")
```

```
J_3_y = lambdify([p1, p2, m1, m2], cpo_3.diff(p2), "numpy")
```

```
J_3_z = lambdify([p1, p2, m1, m2], cpo_3.diff(m1), "numpy")
```

```
J_3_w = lambdify([p1, p2, m1, m2], cpo_3.diff(m2), "numpy")
```

```
J_4_x = lambdify([p1, p2, m1, m2], cpo_4.diff(p1), "numpy")
```

```
J_4_y = lambdify([p1, p2, m1, m2], cpo_4.diff(p2), "numpy")
```

```
J_4_z = lambdify([p1, p2, m1, m2], cpo_4.diff(m1), "numpy")
```

```
J_4_w = lambdify([p1, p2, m1, m2], cpo_4.diff(m2), "numpy")
```

```
J_1_x = cpo_1.diff(p1)
```

```
J_1_y = cpo_1.diff(p2)
```

```
J_1_z = cpo_1.diff(m1)
```

```
J_1_w = cpo_1.diff(m2)
```

```
J_2_x = cpo_2.diff(p1)
```

```
J_2_y = cpo_2.diff(p2)
```

```
J_2_z = cpo_2.diff(m1)
```

```
J_2_w = cpo_2.diff(m2)
```

```
J_3_x = cpo_3.diff(p1)
```

```
J_3_y = cpo_3.diff(p2)
```

```
J_3_z = cpo_3.diff(m1)
```

```
J_3_w = cpo_3.diff(m2)
```

```
J_4_x = cpo_4.diff(p1)
```

```
J_4_y = cpo_4.diff(p2)
```

```
J_4_z = cpo_4.diff(m1)
```

```
J_4_w = cpo_4.diff(m2)
```

```
#Valor inicial
```

```

pp1 = c_11 + (1-0.96*s_1__0)*(tau_2 - c_13)
pp2 = c_21 + 0.96*s_1__0*(tau_1 - c_23)
mm1 = f_1 + 0.96*s_1__0*Z - 0.96*s_1__0 * ((a-pp1)/b) *(c_12 + tau_2 - c_11)
mm2 = f_2 + (1-0.96*s_1__0)*Z - (1-0.96*s_1__0) * ((a - pp2)/b)
        *(c_22 + tau_1 - c_21)

punto_inicial = np.array([[pp1],[pp2],[mm1],[mm2]])

v_i = punto_inicial
error = 0.0001

ev = np.array([
    [cpo_1.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])])],
    [cpo_2.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])])],
    [cpo_3.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])])],
    [cpo_4.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])])],
    ], dtype=np.float64)

jacobiana = np.array([
    [J_1_x.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])]),
    J_1_y.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])]),
    J_1_z.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])]),
    J_1_w.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])])],
    [J_2_x.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])]),
    J_2_y.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])]),
    J_2_z.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])]),
    J_2_w.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])])],
    [J_3_x.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])]),

```

```

        J_3_y.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])]),
        J_3_z.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])]),
        J_3_w.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])])]),
        [J_4_x.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])]),
        J_4_y.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])]),
        J_4_z.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])]),
        J_4_w.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])])])
    ], dtype=np.float64)

```

```

norma = np.linalg.norm(ev, ord = 2)

```

```

iteraciones = 0

```

```

while abs(norma) > error and iteraciones < 100:

```

```

    for j in range(len(v_i)):

```

```

        if abs(v_i[j]) <=0.0001:

```

```

            v_i[j] = 0

```

```

        delta = np.linalg.solve(jacobiana, -ev)

```

```

    v_i = np.add(v_i, delta)

```

```

    ev = np.array([[cpo_1.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]),
        (m2, v_i[3])])]),

```

```

                    [cpo_2.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]),
                        (m2, v_i[3])])]),

```

```

                    [cpo_3.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]),
                        (m2, v_i[3])])]),

```

```

                    [cpo_4.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]),
                        (m2, v_i[3])])])

```

```

    ], dtype=np.float64)

jacobiana = np.array([
    [J_1_x.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])]),
      J_1_y.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])]),
      J_1_z.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])]),
      J_1_w.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])])]),
    [J_2_x.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])]),
      J_2_y.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])]),
      J_2_z.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])]),
      J_2_w.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])])]),
    [J_3_x.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])]),
      J_3_y.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])]),
      J_3_z.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])]),
      J_3_w.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])])]),
    [J_4_x.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])]),
      J_4_y.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])]),
      J_4_z.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])]),
      J_4_w.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])])])
  ], dtype=np.float64)

```

```

norma = np.linalg.norm(ev, ord = 2)
iteraciones += 1

```

```

#Output

```

```

print("El punto inicial es:")

```

```

print(punto_inicial)

```

```

print("Las soluciones son")

```



```

print("p1 = ", v_i[0])
print("p2 = ", v_i[1])
print("m1 = ", v_i[2])
print("m2 = ", v_i[3])

print("Para comprobar, las CPO evaluadas en este punto arrojan los valores:")
print(ev)
print("Que son prácticamente cero")

print("Los beneficios de la empresa 1 con estos precios son:")
print(p_1.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])]))
print("Los beneficios de la empresa 2 con estos precios son:")
print(p_2.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]), (m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])]))

print("El valor de s_1 en equilibrio ", s_1.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]),
(m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])]))
print("El valor de s_2 en equilibrio ", s_2.subs([(p1, v_i[0]), (p2, v_i[1]),
(m1, v_i[2]), (m2, v_i[3])]))

```

# Referencias

- Aradillas-López, A. (2019). “Estudio del impacto económico de la reforma en telecomunicaciones en México.”
- Baranes, E., Behringer, S., y Poudou, J.-C. (2017). “Mobile access charges and collusion under asymmetry.” *Annals of Economics and Statistics/Annales d'Économie et de Statistique*(127), 33–60.
- Casanueva-Reguart, C., y Cantú-Díaz de León, L. (2016). “Mexico’s telecommunications reform: Market concentration, prices, investment, and consumer welfare (2013-2015).” *Prices, Investment, and Consumer Welfare (2013-2015)*(March 31, 2016).
- Castañeda Sabido, A. (2020). *Análisis de la interconexión en México.pdf* (Tech. Rep.). Ciudad de México: El Colegio de México A.C.
- Cherdrón, M. (2002). “Interconnection, Termination-Based Price Discrimination, and Network Competition in a Mature Telecommunications Market at Mannheim This version: October 2002.” *October*, 1–45.
- Cricelli, L., Di Pillo, F., Levialdi, N., y Gastaldi, M. (2005). “The mobile telecommunications industry: The competition under the hypothesis of price discrimination strategy.” *Software Engineering and Advanced Applications, 2005. 31st EUROMICRO Conference, 2005*, 372–379. doi: 10.1109/EUROMICRO.2005.58
- De Bijl, P. W., y Peitz, M. (2002). *Regulation and entry into telecommunications markets*. Cambridge University Press. doi: 10.1017/CBO9780511493218
- De Bijl, P. W., y Peitz, M. (2004). “Dynamic regulation and entry in telecommunications markets: A policy framework.” *Information Economics and Policy*, 16(3), 411–437.

doi: 10.1016/j.infoecopol.2004.01.008

- Edmond Baranes, Stefan Behringer, y Jean-Christophe Poudou. (2017). “Mobile Access Charges and Collusion under Asymmetry.” *Annals of Economics and Statistics*, 127(127), 33. doi: 10.15609/annaeconstat2009.127.0033
- Fjell, K., Foros, Ø., y Pal, D. (2010). “Endogenous average cost based access pricing.” *Review of Industrial Organization*, 36(2), 149–162. doi: 10.1007/s11151-010-9238-8
- Gehrig, T., Shy, O., y Stenbacka, R. (2011, jun). “History-based price discrimination and entry in markets with switching costs: A welfare analysis.” *European Economic Review*, 55(5), 732–739. doi: 10.1016/j.euroecorev.2010.09.001
- Hoernig, S. (2007). “On-net and off-net pricing on asymmetric telecommunications networks.” *Information Economics and Policy*, 19(2), 171–188.
- Holahan, W. L. (1975). “The Welfare Effects of Spatial Price Discrimination.” *American Economic Review*, 65(3), 498–503.
- Instituto Federal de Telecomunicaciones. (2015). *Primer Informe Trimestral Estadístico 2015* (Tech. Rep.).
- Jacques-François, y Anderson, S. (1988, jan). “Price discrimination in spatial competitive markets.” *European Economic Review*, 32(2-3), 578–590.
- Jorge, S. F., y Pires, C. P. (2008). “Delivered versus mill nonlinear pricing with endogenous market structure.” *International Journal of Industrial Organization*.
- Laffont, J.-J., Rey, P., y Tirole, J. (1998). “Network Competition: II. Price Discrimination.” *The RAND Journal of Economics*, 29(1), 38. doi: 10.2307/2555815
- Mariscal, E. V., y Cave, M. (2017). “The impact of asymmetrical regulation on less well-off mexican households.” *Available at SSRN 3251035*.
- OCDE. (2012). *Estudio de la ocde sobre políticas y regulación de telecomunicaciones en méxico*. OECD Publishing.
- Peitz, M. (2005, feb). “Asymmetric access price regulation in telecommunications markets.” *European Economic Review*, 49(2), 341–358. doi: 10.1016/S0014-2921(03)00046-1

- Stole, L. A. (2007). *Chapter 34 Price Discrimination and Competition*.
- Stühmeier, T. (2013). “Access regulation with asymmetric termination costs.” *Journal of Regulatory Economics*, 43(1), 60–89. doi: 10.1007/s11149-012-9192-5
- Stühmeier, T. (2013). “Access regulation with asymmetric termination costs.” *Journal of Regulatory Economics*, 43(1), 60–89.
- Thisse, J.-F., y Vives, X. (1988). “On the strategic choice of spatial price policy.” *The American Economic Review*, 122–137.
- Trifunović, D., y Mitrović, D. (2016). “Price discrimination, entry, and switching costs in network competition.” *Economic Annals*, 61(209), 129–159. doi: 10.2298/EKA1609129T
- Weijde, A. H. V. D. (2014). “Price differentiation and discrimination in transport.” .., 1–26.
- Yang, Z., y Muñoz-García, F. (2018). “Can Banning Spatial Price Discrimination Improve Social Welfare?” *Journal of Industry, Competition and Trade*, 223-243.
- Zhang, M., y Sexton, R. J. (2003). “FOB or Uniform Delivered Prices: Strategic Choice and Welfare Effects.” *The Journal of Industrial Economics*.