CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DOCENCIA ECONÓMICAS, A.C.

CIDE

PAGAR O NO PAGAR: EL DILEMA DEL CONDÓMINO.

UNA APROXIMACIÓN DE TEORÍA DE JUEGOS

TESINA

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

LICENCIADO EN ECONOMÍA

PRESENTA

LUIS ARTURO TREJO JUÁREZ

DIRECTOR DE LA TESINA: DR. VÍCTOR GERARDO CARREÓN RODRÍGUEZ

MÉXICO, D.F. MAYO, 2007

Agradecimientos

- A mis padres: Gracias por darme la vida, porque lo que soy es gracias a ustedes. Siempre me han dado todo, y lo más importante amor y comprensión. Mejores padres no pude haber tenido. Ustedes son mi ejemplo a seguir. Los amo, los admiro y siempre les voy a estar agradecido.
- A Ana Martha: Hermana gracias por tu apoyo y tu cariño, por siempre estar preocupada por mí. Te extraño mucho, pero a pesar de la distancia, nuestra relación se ha fortalecido. Te quiero mucho.
- A Gaby: Hermana, gracias por todo. A pesar de ser tan diferentes, siempre has sido un gran apoyo para mí. Te quiero mucho.
- A Mauricio: Gracias porque más que un amigo eres un hermano. Gracias por todas las veces que me has regañado cuando lo he necesitado. Siempre me has apoyado y escuchado, en las buenas y en las malas. Eres el mejor amigo que alguien pueda tener.
- A Sylvia: Gracias por tu amistad y tu cariño. Gracias porque en mi peores crisis una sola llamada tuya era suficiente para regresarme la sonrisa. Gracias por tu optimismo, pero más que nada gracias por ser una super amiga.
- A mi tío Carlos Trejo (+): Te extraño mucho, pero sé que desde donde estés, te sentirás orgulloso de verme acabar este proyecto que tanto esfuerzo me costó. Gracias por siempre darme ánimos.
- A Mauricio González G.: Gracias por permitirme tener mi primer encuentro con la economía y el mundo laboral. Gracias por estar siempre al pendiente de mi desempeño en la universidad y en el trabajo. Gracias por todo, y más que nada porque más que un jefe, eres para mí un gran amigo.

- A la familia González Ojanguren (Mauricio, Mary Carmen, Mauricio, Diego y Pipis): Gracias por todo su apoyo y cariño, ustedes para mí son mi segunda familia.
- A Gus: Gracias por tu amistad y por enseñarme tanto de la vida independiente.
- A Hilda: Gracias por ser mi amiga, por siempre ayudarme, tanto en lo personal como en la escuela, gracias por hacer de tu casa el centro de estudios más divertido. Sin ti mi paso por el CIDE no hubiera sido lo mismo.
- A Ken: Gracias por tu amistad, gracias por echarme la mano en los estudios, sin mucha de tu ayuda no habría podido graduarme del CIDE.
- A Andrés: Gracias por ayudarme a estudiar para los exámenes y los trabajos, pero más que nada gracias por ser un gran amigo.
- A Linh: Gracias por tu amistad y por ser siempre tan buena persona y tenerme tanta paciencia.
- A Nadia Gabriela: Gracias por tu amistad y porque aún antes de ser mi amiga me ofreciste tu ayuda desinteresadamente.
- A Xime: Gracias por tu amistad.
- A Lola: Gracias por ser una gran amiga y por apoyarme siempre.
- A Bianca: Gracias, porque, tal vez por el hecho de ser ambos piscis, me entiendes muy bien y tenemos una conexión muy especial, gracias por todo. Te extraño.
- A Jona: A pesar de que la vida laboral nos ha llevado por caminos distintos y no nos vemos mucho, sigues siendo un gran amigo.
- A Gerardo Morán: Gracias por tu amistad, gracias por hacer el trayecto al CIDE ameno. Gracias por todas nuestras horas de largas conversaciones.

- Agradezco a Víctor Carreón, porque sin su apoyo esta tesina nunca hubiera visto la luz, y tal vez yo nunca hubiera concluido mis estudios en el CIDE.
- A mis amigos del alemán que ha estado a mi lado, la mayoría de ellos desde hace más de 20 años, gracias por su amistad: Dany, Gabi, Jadranka, Jürgen, Wini y Axel.
- A mis amigos del CIDE con los que compartí 9 semestres de sufrimientos y estudios, pero también de alegrías y de fiestas: Amadeo, Luis, Malena, Robbie, Alex, Paula, Christopher, Diana, Maria José, Inés, Luzca y Ximena.

1. Introducción

El objetivo de este trabajo es analizar el comportamiento de los condóminos al momento de decidir si pagan su cuota de mantenimiento o no. Esta es una situación que se puede modelar con *Teoría de Juegos* con una estructura similar al juego del *Dilema del Prisionero*. Así, su decisión dependerá de los incentivos existentes; es decir, de los costos y beneficios asociados a sus acciones. También se intentará, en función de los resultados obtenidos, proponer cambios para modificar las leyes que rigen a los condominios, con el objetivo de que todos los condóminos se vean obligados a pagar las cuotas correspondientes.

Para efectos de este trabajo, supondré que la cuota que tiene que pagar cada condómino permite cubrir exactamente los gastos de vigilancia y limpieza de las áreas comunes del condominio.

Según Andreoni y Millar (1993) de acuerdo a varios experimentos han podido comprobar que el ser humano tiende a ser cooperativo cuando sabe que está creando una reputación, sobre todo al principio del juego la gente coopera y al final es cuando deja de cooperar. Aunque el hecho de crear reputación hace a las personas más cooperativas también encuentran resultados de que existen individuos que son cooperativos por naturaleza. Un importante resultado es que con el simple hecho de hacer creer a las personas que sus oponentes son cooperativos, eso los hace ser más cooperativos. Este resultado parece tomar importancia para este trabajo, ya que el hecho de que las personas observen que se mantienen los servicios por los cuales están pagando (limpieza y vigilancia), puede lograr que ciertas personas que no pagaban comiencen a pagar al darse cuenta que los demás condóminos pagan.

Por otra parte, Ellison (1994) encuentra que un equilibrio cooperativo puede mantenerse si existe un número finito de repeticiones e información incompleta. Esto se logra imponiendo una cantidad de castigos al momento de no cooperar, pues existe un tipo de “contagio” que logra que se llegue a un equilibrio de cooperación sin importar el número de jugadores y el nivel de impaciencia de estos. Este resultado será de relevancia para mi tesina, pues es el caso de mis juegos, ya que existe información incompleta, pues durante el año nadie conoce cual es la situación de pago de cada condómino, y podría tratarse de un número finito si el corte se hace cada año.

Me parece que es importante estudiar este tema, pues presenta, para mi punto de vista, un excelente ejemplo para aplicar teoría de juegos y, en particular, el dilema del prisionero.

Asimismo, me parece que en el hecho de pagar o no pagar la cuota de mantenimiento, surge un problema de *free-rider*, puesto que al tratarse de un bien público (la limpieza y la vigilancia) existen incentivos a no pagar; es decir, a que haya free-riders que no están dispuestos a pagar pues al hacer esto de igual manera se ven beneficiados con los bienes recibidos.

El presente trabajo se divide en 10 secciones. En la siguiente, se presentan los antecedentes del problema. Luego, en la Sección 3 se discute la Ley del Condómino. En la Sección 4 se da una primera aproximación con los juegos en forma estratégica. En la Sección 5 se da una segunda aproximación con los juegos en forma extensiva. En la Sección 6 se presentan los datos, y en la Sección 7 se calibran los juegos. En la 8 se discuten los equilibrios. En la 9 se proponen modificaciones a la Ley y en la 10 se da una conclusión general.

2. Antecedentes

El interés por este tema surge a partir de mi experiencia como condómino, al observar que en los años que tengo viviendo en el mismo condominio siempre existen vecinos que no están dispuestos a pagar la cuota de mantenimiento. A pesar de este comportamiento, existen otros condóminos que si cumplen con su obligación de pagar la cuota, lo que permite seguir solventando los gastos comunes de vigilancia y limpieza.

Al paso de los años, mi padre ha asumido durante dos períodos (de aproximadamente 18 meses de duración cada uno) la figura del administrador del condominio y, es por eso, que pude obtener datos sobre el patrón de pagos de todos los condóminos y constatar que lo observado por mi era real. Es decir, algunos vecinos pagan y otros no.

Así, para analizar a los condóminos de mi condominio, construiré un modelo general para entender los incentivos que están atrás del comportamiento de ellos, al momento de decidir si pagan o no. Una vez que tenga resultados teóricos, calibraré el modelo con los datos provenientes de mi condominio, para el cual tengo información de los dos últimos años con respecto a las cuotas pagadas por cada uno.

Antes de plantear un modelo teórico, discutiremos las leyes que rigen a los condominios, para entender la interacción entre los condóminos.

3. Ley del Condominio

Para poder estudiar los aspectos legales de un condominio debo remontarme a la *Ley de Propiedad en Condominio de Inmuebles para el Distrito Federal,* que es la ley responsable de regular dicha propiedad.

De acuerdo con esta Ley, los derechos y obligaciones de los condóminos se regirán con dicha Ley, el Código Civil del Distrito Federal, la Escritura Constitutiva del Régimen, el Contrato de Translación de Dominio y el Reglamento Particular de cada Condominio. Por Escritura Constitutiva del Régimen se entiende "*el acto jurídico formal que el propietario o propietarios de un inmueble, instrumentarán ante Notario Público declarando su voluntad de establecer esa modalidad de propiedad para su mejor aprovechamiento, y en el que, dos o más personas teniendo un derecho privado, utilizan y comparten áreas o espacios de uso y propiedad común, asumiendo condiciones que les permiten satisfacer sus necesidades de acuerdo al uso del inmueble, en forma conveniente y adecuada para todos y cada uno, sin demérito de su propiedad exclusiva*"[1]. El Reglamento particular es el instrumento jurídico de cada condominio que ayuda a complementar a la Ley y fija las disposiciones de la ley específicamente para cada condominio en particular

De acuerdo con el **Artículo 8.-**[2] "En el régimen de propiedad en condominio, cada titular disfrutará de sus derechos en calidad de propietario, en los términos previstos en el Código Civil para el Distrito Federal. Por tal razón, podrá venderlo, darlo en arrendamiento, hipotecarlo, gravarlo y celebrar, respecto de la unidad de propiedad exclusiva, todos los contratos a los que se refiere el derecho común, con las limitaciones y modalidades que establecen las leyes. El derecho de copropiedad sobre los elementos comunes del inmueble es accesorio e indivisible del derecho de propiedad privativo sobre la unidad de propiedad exclusiva, por lo que no podrá ser enajenable, gravable o embargable separadamente de la misma unidad."

De acuerdo al Artículo 18 de la Ley, cada condómino podrá hacer uso de los

---

[1] *Ley de Propiedad en Condominio de Inmuebles para el Distrito Federal, artículo 4l*
[2] *Ley de Propiedad en Condominio de Inmuebles para el Distrito Federal*

espacios comunes, utilizándolos debidamente, sin que se le prohíba o se le restrinja el derecho. De lo contrario, el que impida el uso de los bienes comunes se hará acreedor a las sanciones que se prevén en esta Ley. Esta disposición es un fuerte incentivo para que los condóminos no paguen su cuota de mantenimiento, ya que no se les puede amenazar con prohibirles el uso de algún bien común, pues se estaría infringiendo la ley. La única posibilidad de lograrlo sería mediante un Reglamento Interno del condominio, para lo cual se requiere de la participación de todos, o al menos de la mayoría, de los condóminos.

Por otra parte, el Artículo 20 de la Ley dice que aunque algún condómino renuncie al uso de algún bien común (estacionamiento, áreas verdes, etc.), esto no lo exenta de las obligaciones que le impone la Ley. Desde esta perspectiva, todos los condóminos tienen que para pagar la cuota sin ningún pretexto.

Por otra parte, la Asamblea General de cada condominio deberá fijar la cuota de mantenimiento que se obligarán a pagar los condóminos; así como fijar las tasas de interés moratorias en casa de incumplimiento con el pago o, en su defecto, las penalizaciones en que incurrirán los morosos. Entre estas se pueden incluir no tener acceso a las áreas comunes, no poder utilizar el gimnasio, la cancha de tenis, etc. Igualmente, la Asamblea puede decidir sobre la restricción de energía eléctrica, gas y otros servicios debido a la falta de pago, pero nunca podrá restringir el uso de agua potable, esto debido a que es considerado un elemento necesario para la supervivencia. La amenaza de la Asamblea de implementar estos castigos debería ser un buen incentivo para que los condóminos paguen su cuota, ya que de no hacerlo se corre el riesgo de quedarse sin estos servicios de primera necesidad.

Por otro lado, en el Artículo 36 se establece que en caso de que un condómino tenga adeudo de más de dos cuotas, perderá su derecho a voto en las asambleas, lo que obliga a las personas que deseen participar en la toma de decisiones del condominio a pagar sus cuotas. Éste debería ser un incentivo más para que todos estuvieran al corriente en sus pagos.

Por todo lo anterior, se deberá crear un Reglamento Interno para el condominio, en dónde se establezcan claramente los derechos y obligaciones, particulares a cada caso, de los condóminos. La única restricción es que éste no podrá contraponerse con la Ley. Esta restricción deja al Administrador y a la Asamblea General con un reducido margen de maniobra para poder sancionar a quienes no cumplan con sus obligaciones.

Asimismo, la Ley obliga a cada condómino a pagar las cuotas ordinarias y extraordinarias, lo cual se debe cumplir en todo momento y sin consideraciones personales. Cualquier violación a la Ley será sancionada por la Procuraduría Social del D.F., por violaciones se entiende: perturbar la tranquilidad del condominio, afectar el estado físico de este, poner en riesgo la seguridad del mismo, no pagar a tiempo las cuotas obligatorias, La multa por no pagar las cuotas no podrá ser mayor a 100 días del salario mínimo vigente en el DF. En caso de que la falta en la que incurra el condómino sea grave o repetitiva, se le podrá demandar ante un Juez Civil y la sanción podría llegar hasta la enajenación del inmueble.

Así, con estas Leyes y Reglamentos, analizaré los incentivos que tienen los condóminos para pagar o no la cuota de mantenimiento, considerando los derechos, obligaciones y castigos que se mencionaron anteriormente. Este análisis lo realizaré construyendo diversos juegos para encontrar el comportamiento óptimo (el equilibrio del juego) de los condóminos ante los premios y castigos que se puedan implementar en cada uno de los contextos analizados. Cada uno de estos modelos se calibrará para analizar, como un caso particular, a mi condominio, el cual es un conjunto de 55 casas. La cuota mensual de mantenimiento es de $400.00, la cual permite cubrir los servicios de limpieza y vigilancia.

Para el resto de este trabajo me referiré específicamente al caso de mi condominio.

4. Primera Aproximación: Juegos en Forma Estratégica.

Para entender claramente los incentivos que se encuentran atrás de cada decisión, inicio mi análisis con los juegos más simples, los llamados *Juegos en Forma Estratégica*. Éstos me permitirá encontrar un primer resultado, en donde se supone que todos los jugadores deciden que estrategia jugar, sin conocer las estrategias que utilizaron los demás jugadores. Una vez que se conoce que estrategia eligió cada uno de ellos, se encuentra el resultado del juego y, en función de éste, cada jugador recibe su pago.

Definición 4.1[3]: Defino un *Juego en Forma Estratégica*, Γ, como la tripleta

$$\Gamma = \left\{ N, \{A_n\}_{n=1}^{N}, \{u_n\}_{n=1}^{N} \right\}$$

donde:

1) N={1,2,…,N} es el conjunto de jugadores.

2) A_n, es el conjunto de acciones del jugador $n \in N$

3) $U_n : A \rightarrow R$ es la función de pagos del jugador $n \in N$ donde

- [3] A partir de esta definición las definiciones que aparecen en este trabajo fueron basadas en las del libroOsborne, Martin y Ariel Rubinstein, *A course in Game Theory,* 1994, MIT.

$$A = \mathop{X}_{n=1}^{N} A_n$$

.

Definición 4.2: Sea Γ un juego en forma estratégica. Se dice que la combinación de estrategias $a \in A$, es un *Equilibrio de Nash* si:

$$U_n(a_n, a_{\_n}) \geq U_n(a_n^{/}, a_{\_n}), \ \forall n \in N, \forall a_n^{/} \in A_n$$

Aplicando la Definición 4.1 a mi problema, supondré, para simplificar el juego, que existen solamente 2 vecinos, que pagan simultáneamente la cuota de mantenimiento, sin saber si el otro ha pagado o no. Luego, aplicaré la Definición 4.2 para encontrar un equilibrio.

Así, para mi juego tengo lo siguiente. El juego en forma estratégica será:

$$\Gamma = \{\{V_1, V_2\}, \{A_1, A_2\}, \{U_1, U_2\}\}$$

dónde:

1) V_1 y V_2 representan al vecino uno y al vecino dos, respectivamente.
2) A_1 y A_2 representan el conjunto de estrategias del vecino uno y del vecino 2, respectivamente, con $A_1 = \{P, NP\}$ y $A_2 = \{P, NP\}$, donde P representa a la estrategia de pagar y NP a la estrategia de no pagar.
3) U_1 y U_2 son las funciones de utilidad de cada uno de los jugadores y son representadas en la siguiente matriz de pagos:

		V2			
		P		NP	
V1	P	$B(c_1+c_2)-c_1$	$B(c_1+c_2)-c_2$	$B(c_1)-c_1$	$B(c_1)$
	NP	$B(c_2)$	$B(c_2)-c_2$	$B(0)$	$B(0)$

donde $B(c_1+c_2)$ es el beneficio que obtiene cada vecino cuando ambos pagan $B(c_n)$ es el beneficio que obtiene cada vecino cuando solamente paga el vecino n, c_n es el costo que tiene cada vecino por pagar y $B(0)$ es el beneficio que obtiene cada vecino cuando ninguno de los dos paga.

Sin pérdida de generalidad, consideraré dos casos posibles para los valores que tomará $B(0)$.

Caso 4.1: $B(0)=0$

Caso 4.2: $B(0)<0$

Además, supongo que $B(c_1+c_2)>B(c_1)=B(c_2)>B(0)$, $c_n > 0$, $c_1=c_2$. Esto implica que el beneficio que recibe un vecino cuando los dos pagan es mayor que cuando sólo uno paga y obviamente mayor que si ninguno de los dos paga. Por otra parte, supongo que el costo (en este caso, la cuota de mantenimiento) que tiene cada vecino por pagar es positivo y que el costo es el mismo para el vecino 1 que para el vecino 2.

Caso 4.1:

En este caso, supongo que $B(0)=0$. Es decir, cuando ningún vecino paga, no reciben ningún beneficio; pero, tampoco se ven perjudicados (la basura acumulada no les genera ningún daño, por ejemplo).

Caso 4.1.1:

Asimismo, supongo para el primer juego de este caso que $B(c_n) = c_n$, $\forall n \in N$; es decir, que el beneficio que recibe el vecino que paga (y el otro vecino no paga) vale exactamente la cuota que paga. Así, su utilidad neta por pagar la cuota cuando el vecino no paga es cero.

Supongo que $B(c_1 + c_2) - c_2 < B(c_1)$ y que $B(c_1 + c_2) - c_1 < B(c_2)$, puesto que si este supuesto no se cumpliera, implicaría que todos los individuos pagarían, pues su utilidad sería mayor aun cuando podría no pagar, por lo tanto de este juego los equilibrios son {NP NP, NP P, P NP}.

Caso 4.1.2:

En este caso supondré que $B(c_n) > c_n$, lo que implica que para el vecino que paga, el valor del beneficio que obtiene es mayor que lo que paga de cuota, por lo que pagando se garantiza una utilidad neta estrictamente positiva. La matriz queda de la siguiente forma:

Supondré que $B(c_1 + c_2) - c_1 > B(c_2)$ y $B(c_1 + c_2) - c_2 > B(c_1)$, en este caso supongo que el beneficio cuando ambos pagan es mucho mayor al beneficio cuando solo uno paga y por lo tanto al restarle el costo, el cual es mayor al beneficio de que solo uno pague, la utilidad de cada uno cuando ambos pagan sigue siendo mayor que cuando solo uno paga y obtengo el equilibrio {PP, PP}.

Caso 4.1.3:

Para el tercer juego, supongo que $B(c_n) < c_n$; es decir, aquel vecino que paga, el beneficio que recibe vale menos que su cuota, por lo que su utilidad neta será negativa si él es único que paga.

Supongo que $B(0) > B(c_1) - c_1$ y $B(0) > B(c_2) - c_2$ y con los supuestos anteriores el único equilibrio de Nash es {NP, NP}.

Al suponer que los vecinos no sufren ningún daño cuando nadie paga, llego a tres diferentes conclusiones:

1. Cuando el beneficio por pagar de un sólo individuo es igual al costo por pagar, obtengo que el equilibrio es que uno pague y otro no, o que ninguno pague.
2. Cuando el beneficio por pagar es mayor al costo, obtengo el equilibrio más deseado, es decir, que todos pagan.
3. Cuando el costo por pagar es mayor que el beneficio cuando sólo uno paga, obtengo que el equilibrio es que ninguno pague.

Caso 4.2:

En este caso, supondré $B(0) < 0$; esto es, cuando ninguno paga, ambos se ven perjudicados, pues el condominio estará lleno de basura y la delincuencia hará de las suyas al no existir vigilancia.

Caso 4.2.1:

Para un primer juego supondré que $B(c_n) = c_n$ para $\forall n \in N$.

Aquí los equilibrios de Nash son {P NP, NP P}, es decir que uno paga y el otro no. Estos equilibrios se cumplen si y solo si $B(c_1 + c_2) - c_n < B(c_n)$.

Caso 4.2.2:

Ahora asumo $B(c_n) > c_n$.

Por lo tanto el equilibrio de Nash es {P, P}. Este equilibrio se cumple si y solo si $B(c_1 + c_2) - c_n > B(c_n)$ y $B(c_n) > B(0)$.

Caso 4.2.3:

Ahora tomando el supuesto $B(c_n) < c_n$.

De donde obtenemos que el equilibrio de Nash es {NP NP}, es decir ninguno paga.

Este equilibrio se cumple si y solo si:

(i) $B(c_n) - c_n < B(0)$

(ii) $B(c_1 + c_2) - c_n < B(c_n)$.

En esta sección obtengo, resultados similares a los de la sección 4.1, es decir, que el resultado no varía entre que los beneficios se vean perjudicados cuando nadie paga o no.

Por lo tanto, de los juegos anteriores (secciones 4.1 y 4.2) puedo concluir que siempre que el beneficio que obtiene uno de los vecinos al pagar es mayor que el costo de su cuota, puedo obtener el equilibrio socialmente óptimo. En ese caso, no importa lo que haga el otro vecino. Tampoco importa si el beneficio que se obtiene cuando ninguno de los dos paga es negativo o cero; es decir, si se ven perjudicados o son indiferentes ante la ausencia total de pagos.

Cabe destacar que el supuesto que el beneficio cuando sólo un vecino paga es mayor que el costo de pagar, es realista solamente en un modelo de pocos jugadores, puesto que cuando aumenta el número de estos, el hecho de que solamente un vecino pague obviamente no otorga un gran beneficio a toda la comunidad.

5. Segunda aproximación: Juegos en Forma Extensiva.

Una vez que analicé el efecto de los incentivos sobre la decisión de los vecinos, paso a modelar el comportamiento estratégico de los vecinos bajo otro contexto. Ahora, veré como se comportan cuando, al momento de decidir, uno de los vecinos conoce lo que hizo el otro; es decir, cuando el vecino uno decide si paga o no, sabe si el dos pagó o no.

5.1 Juego en dos etapas

Definición 5.1: Defino un Juego en Forma extensiva, Γ^e, como el conjunto

$$\Gamma^e = \{N, \{A_n\} n \in N, \{U_n\} n \in N, P, H\}$$

donde:

1) N es el conjunto de jugadores

2) A_n es el conjunto de acciones para el jugador $n \in N$

3) U_n es la función de pagos para el jugador $n \in N$

4) H es el conjunto de historias

5) P es la función jugador tal que $P: H \setminus Z \to N$, denotamos a Z como el conjunto de historias terminales donde P(a1, a2, …, an)=n y $U_n : Z \longrightarrow \Re$ para todo $n \in N$.

En este juego sigo suponiendo que tengo solo dos jugadores, pero a diferencia de los anteriores se juega en dos etapas, en la primera etapa el primer vecino decide si paga o no, en la segunda etapa el segundo vecino sabe si el primero pagó o no pagó y decide si paga o no. En este caso es irrelevante si el vecino uno es quien juega primero, ya que los incentivos son idénticos para ambos.

Así, tenemos lo siguiente. N={1,2}, A_1={P,NP}=A_2, H={ϕ, P, P NP, P P, NP, NP P, NP NP}. Z={PNP, P P, NP P, NP NP}.

$P : H \setminus Z \to N$,:

$$
\begin{array}{lll}
\phi & \to & 1 \\
P & \to & 2 \\
NP & \to & 2
\end{array}
$$

$U_1 : Z \to \Re$

$$
\boxed{
\begin{array}{lll}
PP & \to & B(c_1 + c_2) - c_1 \\
PNP & \to & B(c_1) - c_1 \\
NPP & \to & B(c_2) \\
NPNP & \to & B(0)
\end{array}
}
$$

$U_2 : Z \to \Re$

$$
\boxed{
\begin{array}{lll}
PP & \to & B(c_1 + c_2) - c_2 \\
PNP & \to & B(c_{1)} \\
NPP & \to & B(c_2) - c_2 \\
NPNP & \to & B(0)
\end{array}
}
$$

De este juego obtengo la matriz:

		V2			
		PP	PNP	NPP	NPNP
	P	$B(c_1+c_2)-c_1$ $B(c_1+c_2)-c_2$	$B(c_1+c_2)-c_1$ $B(c_1+c_2)-c_2$	$B(c_1)-c_1$ $B(c_1)$	$B(c_1)-c_1$ $B(c_1)$
V1	NP	$B(c_2)$ $B(c_2)-c_2$	$B(0)$ $B(0)$	$B(c_2)$ $B(c_2)-c_2$	$B(0)$ $B(0)$

Caso 5.1.1:

Al igual que antes, primero supongo que $B(0) = 0$.

Caso 5.1.1.1:

Para el primero de estos juegos supongo $B(c_n) = c_n$.

Supongo que $B(c_1 + c_2) - c_2 < B(c_1)$ y que $B(c_1 + c_2) - c_1 < B(c_2)$, y obtengo los equilibrios de Nash del juego en forma estratégica :{NP PP, NP NPP}.

Caso 5.1.1.2:

Ahora suponiendo $B(c_n) > c_n$.

Supondré que $B(c_1 + c_2) - c_1 > B(c_2)$ y $B(c_1 + c_2) - c_2 > B(c_1)$ y tengo que los equilibrios de Nash son: {PPP, PNPP }

Caso 5.1.1.3:

Ahora asumiendo que $B(c_n) < c_n$.

Supongo que $B(0) > B(c_1) - c_1$ y $B(0) > B(c_2) - c_2$ y aquí los equilibrios son {NP NPNP}.

Caso 5.1.2:

Ahora en un segundo caso de juegos supongo $B(0) < 0$.

Caso 5.1.2.1:

En el primero de estos juegos supongo $B(c_n) = c_n$.

Aquí obtengo los equilibrios {NP PP, NP NPP, P PNP}, sí y solo sí $B(c_1 + c_2) - c_n < B(c_n)$.

Caso 5.1.2.2:

Con el supuesto de $B(c_n) > c_n$ deduzco que el equilibrio es {P PP, P NPP}, sí y sólo sí $B(c_1 + c_2) - c_n > B(c_n)$ y $B(c_n) > B(0)$.

Caso 5.1.2.3:

Y por último suponiendo $B(c_n) < c_n$, obtengo los equilibrios: {P PNP, NP NPNP}. Estos equilibrios se cumplen si y solo si:

(i) $B(c_n) - c_n < B(0)$

(ii) $B(c_1 + c_2) - c_n < B(c_n)$.

De todo lo anterior concluyo que cuando el beneficio que se obtiene por pagar es menor a su costo, el equilibrio será que nadie pague, cuando sea al contrario el equilibrio será que todos paguen y cuando el costo sea igual al beneficio el equilibrio será que algunos paguen y otros no.

Ahora veremos cuales de los equilibrios de Nash anteriores se mantienen como equilibrios de Nash de subjuego perfecto. Para esto, tenemos la siguiente definición.

Definición Equilibrio de Subjuego Perfecto: Un Equilibrio de Nash $(f_1,\ldots,f_N)$ de $\Gamma E = \{N,(A_n)_{n\in N},(U_n)_{n\in N},H,P\}$ es un Equilibrio de Nash de Subjuego Perfecto si para toda $h \in H/Z$, la combinación de estrategias $(f_1|h,\ldots,f_N|h)$ es un Equilibrio de Nash para $\Gamma E|h = \{N,(A_n|h)_{n\in N},(U_n|h)_{n\in N},H|h,P|h\}$ donde:

Sea $h = (a_1,\ldots,a_k) \in H/Z$

i. $A_n|h$ es el conjunto de acciones que puede elegir el jugador n después de la historia h

ii. $U_n|h$ satisface $U_n|h(a_{k+1},\ldots,a_L) = U_n(a_1,\ldots,a_k,a_{k+1},\ldots,a_L)$

iii. $H|h = \{(a_{k+1},\ldots,a_L):(a_1,\ldots,a_k,a_{k+1},\ldots,a_L) \in H\}$

iv. $P|h$ satisface $P|h(a_{k+1},\ldots,a_L) = P(a_1,\ldots,a_k,a_{k+1},\ldots,a_L)$

v. $f_n|h(a_{k+1},\ldots,a_L) = f_n(a_1,\ldots,a_k,a_{k+1},\ldots,a_L)$.[4]

En el caso 5.1.1.1 el equilibrio perfecto en subjuego es que cuando el vecino uno no paga, el segundo pagará independientemente de lo que haga el otro. En el caso 5.1.1.2 elequilibrio es subjuego perfecto es donde el vecino que juega primero paga y el segundo siempre pagará, mientras que el caso 5.1.1.3 el equilibrio lo es también en subjuego perfecto.

Por su parte para los casos 5.1.2, obtengo que, en el caso 5.1.2.1 los equilibrios en subjuego perfecto son aquellos en donde el jugador uno no paga, y el jugador dos siempre paga, o paga solo si el uno pagó. Para el caso 5.1.2.2 el equilibrio en subjuego perfecto es aquel en el que el vecino uno decide pagar y el dos paga independientemente de lo que el uno haga, y por último en el caso 5.1.2.3 ningún equilibrio es en subjuego perfecto.

5.2 Juego con más de dos estrategias

Ahora, supondré que los jugadores tienen tres acciones posibles que son pagar (P), no pagar (NP) y pagar parcialmente (PP). Así, cada jugar tiene una opción más. Podemos justificar esta nueva acción de dos maneras posibles. Por un lado, los vecinos pueden pagar solo una fracción del pago total. Por otro lado, si pienso en un horizonte de un año, algunos vecinos pagan unos meses y otros no pagan, dando como resultado que, en promedio, pagan cada mes un porcentaje del pago total.

[4] Definición tomada de Osborne, M.J. and Rubinstein, A. (1994). A Course in Game Theory. The MIT Press

Los supuestos que mantendré durante todos los juegos son $B(c_1 + c_2) > B(c_1) = B(c_2) > B(0)$, c_n > 0, $c_1 = c_2$. Esto implica que el beneficio que recibe un vecino cuando los dos pagan es mayor que cuando sólo uno paga y, obviamente, mayor que si ninguno de los dos paga. Por otra parte, supongo que el costo que tiene cada vecino por pagar es positivo y que el costo es el mismo para el vecino 1 que para el vecino 2. Supongo también que x es la proporción que se paga del total, para el vecino 1 x=a donde 0<a<1 y para el vecino 2 x=b con 0<b<1. a y b serán 1 cuando el pago sea total, y a y b serán 0 cuando no haya pago.

Caso 5.2.1:

Para el primer caso supondré que B(0)=0, esto es que al momento en que ningún vecino paga, no reciben ningún beneficio para ninguno pero tampoco se ven perjudicados.

Caso 5.2.1.1:

Supongo para el primer juego de este caso que $B(c_n) = c_n$; es decir, que el beneficio que se reciben cuando solo uno de los dos vecinos pagan es igual al costo que este vecino tiene, por lo que su utilidad es cero. La matriz de pagos de ese juego es:

		V2					
		P		**PP**		**NP**	
	P	**B(c1+c2)-c1**	**B(c1+c2)-c2**	**B(c1+bc2)-c1**	**B(c1+bc2)-bc2**	**0**	**B(c1)**
V1	**PP**	**B(ac1+c2)-ac1**	**B(ac1+c2)-c2**	**B(ac1+bc2)-ac1**	**B(ac1+bc2)-bc2**	**B(ac1)-ac1**	**B(ac1)**
	NP	**B(c2)**	**0**	**B(bc2)**	**B(bc2)-bc2**	**0**	**0**

Aquí los equilibrios son {NP PP, PP NP}, es decir algunos no pagan y otros pagan parcialmente, suponiendo que $B(ac_1) > B(ac_1 + bc_2) - bc_2 > B(ac_1 + c_2) - c_2$ y

$B(bc_2) > B(ac_1 + bc_2) - ac_1 > B(c_1 + bc_2) - c_1$, $B(ac_1) - ac_1 > 0$ y $B(bc_2) - bc_2 > 0$. Estos supuestos son debido a que cuando solo un vecino paga parcialmente, el que no pagó lo hace probablemente, porque estará mejor de cualquier forma, siempre y cuando el no deba pagar más. De nueva cuenta este supuesto solamente es válido para pocos jugadores.

Caso 5.2.1.2:

En este caso el supuesto es $B(c_n) > c_n$, lo que implica que para el vecino que paga su beneficio es mayor a su costo, por lo que si obtendrá alguna utilidad.

Aquí el equilibrio es (PP), es decir, todos pagan, si se cumplen los supuestos $B(ac_1) < B(ac_1 + bc_2) - bc_2 < B(ac_1 + c_2) - c_2$ y

$B(bc_2) < B(ac_1 + bc_2) - ac_1 < B(c_1 + bc_2) - c_1$.

Caso 5.2.1.3:

Para el tercer caso supongo que $B(c_n) < c_n$, es decir, aquel vecino que paga tiene un costo mayor a su beneficio por lo que su utilidad será negativa, es decir se verá perjudicado si paga.

Como era de esperarse con el supuesto anterior el equilibrio de Nash es {NP, NP}, si supongo que $0 > B(ac_1) - ac_1 > B(c_1) - c_1$ y $0 > B(bc_2) - bc_2 > B(c_2) - c_2$

Caso 5.2.2:

Para un segundo conjunto de juegos supondré $B(0) < 0$, esto es, que al momento de no pagar ninguno de los dos vecinos no reciben beneficio, pero si ven perjudicados, pues se llenan de basura, delincuencia y demás peligros.

Caso 5.2.2.1:

Para un primer juego supondré $B(c_n) = c_n$. Aquí los equilibrios son {NP PP, NP PP}, suponiendo que $B(ac_1) > B(ac_1 + bc_2) - bc_2 > B(ac_1 + c_2) - c_2$ y $B(bc_2) > B(ac_1 + bc_2) - ac_1 > B(c_1 + bc_2) - c_1$

Caso 5.2.2.2:

Ahora asumiendo $B(c_n) > c_n$. Por lo tanto el equilibrio de Nash es {PP}, es decir ambos pagan, bajo los supuestos supuestos $B(ac_1) < B(ac_1 + bc_2) - bc_2 < B(ac_1 + c_2) - c_2$ y $B(bc_2) < B(ac_1 + bc_2) - ac_1 < B(c_1 + bc_2) - c_1$.

Caso 5.2.2.3:

Ahora tomando el supuesto $B(c_n) < c_n$. De donde obtengo que el equilibrio de Nash es {NP NP}, es decir ninguno paga, si supongo que $0 > B(ac_1) - ac_1 > B(c_1) - c_1$ y $0 > B(bc_2) - bc_2 > B(c_2) - c_2$.

La diferencia con el juego cuando solo había dos estrategias es cuando el beneficio por pagar es igual al costo, se obtiene que algunos no pagan y otros solo cubrirán una parte de la cuota.

5.3 Juegos Repetidos

De acuerdo a las estadísticas de mi condominio, la mayoría de los condominos han vivido por más de 5 años en el mismo lugar, por lo que creo que es relevante el hecho de incluir juegos repetidos, pues para los vecinos será conveniente generar una buena reputación, es decir, será importante que los demás sepan que ellos son vecinos pagadores.

Definición. *Sea* $\Gamma = \{N, \{A_N\} n \in N, \{U_n\} n \in N\}$ *un juego en forma estratégica. Al juego* Γ *repetido* **R** *veces, denotado por* Γ^R *y se define como*

$$\Gamma^R = \left\{N, \{A_n\}_{n \in N}, \{U_n^R\}_{n \in N}\right\}$$

donde

(i) $U_n^R : A^R \to \Re$ *es la función de pagos del jugador* $n \in$ *N, con*

$$A^R = \mathop{X}_{n=1}^{R} A$$

definida como $U_n^R\left(f^R\right) = \sum_{r=1}^{R} \delta^{r-1} U_n\left(a^r\right)$ *,* $0 \le \delta \le 1$ *a su vez*

(ii) $a^r = \left(a_1^r, a_2^r, ..., a_n^r\right)$ *es el perfil de acciones tomadas por los jugadores* 1,…,*n en la repetición r,* $a_n^r \in A_n$ *para todo* $n \in \{1,..., N\}$

(iii) $f^R = f_1^R f_2^R ,..., f_N^R$ *es la combinación de estrategias seguidas durante el juego por los jugadores* 1,…, *n con* $f_n^R = \left(a_n^1, a_n^2, ..., a_n^R\right)$ *la estrategia seguida por el jugador* $n \in$ *N a lo largo del juego* Γ^R

Definición. *Cuando el juego en forma estratégica Γ se repite infinitas veces, denotado por* Γ^∞*, y se define como*

$$\Gamma^\infty = \left\{N, \{A_n\}_{n \in N}, \{U_n^\infty\}_{n \in N}\right\}$$

donde

(i) $U_n^\infty\left(f^\infty\right) = \sum_{r=1}^{\infty} \delta^{r-1} U_n\left(a^r\right)$*, con*

(ii) $f^{\infty} = \left(f_1^{\infty},...,f_N^{\infty}\right)$ *es la combinación de estrategias de todos los jugadores a lo largo del juego infinito y* $f_n^{\infty} = \left(a_n^1, a_n^2,...\right)$ *es la combinación de estrategias seguido por el jugador n* $\in N$.

Supongo que para cada jugador n del conjunto {1,2,…,N} existe una estrategia en donde habrá T posibles jugadas, con las acciones pagar (P) o no pagar (NP). Al final del juego la utilidad total para el jugador n será:

$$\bigcup_n = (1-\delta)\sum_{t=1}^{T}\delta^{t-1}U_n(\in)$$

donde δ es un factor de descuento que puede ser calculado como δ=1/(1+r) donde r es la tasa de interés.

Para simplificar los cálculos supondré que solo existen dos vecinos y 24 periodos y calcularé cual es δ que se necesita para que los vecinos paguen. Para todos los casos supongo que $B(0) < 0$. Utilizaré los valores de la función de utilidad que estimé y presento en el capítulo 7.

Caso 5.3.1:

En este primer caso supondré que el vecino uno siempre paga su cuota. Es decir, paga siempre 400 pesos.

Caso 5.3.1.1:

En este subcaso supongo que el vecino 2 paga parcialmente, es decir, 260 pesos.

Para este caso tengo:

$\mho_1 = (1-\delta)\,(U_1$(P)+$\delta$ U_1(P)+δ^2 U_1(P)+…+δ^{23} U_1(P)).

$\mho_2 = (1-\delta)\,(U_2$(PP)+$\delta$ U_1(PP)+δ^2 U_2(PP)+…+δ^{23} U_2(PP)).

Al hacer algunas simplificaciones obtengo:

$\mho_1 = (1-\delta^{\wedge 24})U_1(P)$ y $\mho_2 = (1-\delta^{\wedge 24})U_2(PP)$.

Tomando los pagos que obtengo al estimar la función en la sección 7.3.2, tengo que $U_1(P) = 1501$ y $U_2(PP) = 1641$. Al sustituir los valores en las ecuaciones y resolver para δ, obtengo:

$\delta = \left[1 - \frac{\mho_1}{1501}\right]^{\frac{1}{24}}$ y $\delta = \left[1 - \frac{\mho_2}{1641}\right]^{\frac{1}{24}}$, pero $\delta = \frac{1}{1+r}$. Para un primer caso supondré que r es la tasa cetes 28 días que actualmente es de 7.05%, es decir r=0.0705, por lo tanto:

$\delta_c = 0.934$ por lo que obtengo: $\mho_{1c} = 1208$ y $\mho_{2c} = 1321$.

Ahora bien si supongo que r es la TIE 28, es decir r=0.074, obtengo lo siguiente:

$\delta_t = 0.931$ y $\mho_{1c} = 1230$ y $\mho_{2c} = 1345$.

Por lo tanto, la utilidad que obtiene un vecino que pagó completamente durante los 24 meses es de 1208, si supongo la tasa cetes, y 1230, con la TIE 28, mientras que la utilidad del vecino que paga parcialmente es de 1321 y 1345, respectivamente, es decir a largo plazo el vecino que se ve más favorecido es el que paga parcialmente.

Caso 5.3.1.1:

Para este subcaso, supongo que el vecino dos nunca paga durante los 24 meses. Por lo tanto $U_1 = 1059$ y $U_2 = 1459$. Aplicando los mismos pasos del subcaso anterior, obtengo para la tasa cetes: $\bigcup_{1c} = 852$ y $\bigcup_{2c} = 1174$, y para la TIE: $\bigcup_{1t} = 868$ y $\bigcup_{2t} = 1196$.

En este caso, nuevamente a largo plazo, se ve beneficiado el vecino que no paga.

6. Datos

A continuación presento los datos de mi condominio, los cuales utilizaré para calibrar los distintos juegos que se plantearon en las secciones anteriores. En mi condominio existen 55 predios, de los cuáles 6 son terrenos baldíos; 2 son casas rentadas; 4 son casas deshabitadas; 43 son casas habitadas por sus propietarios.

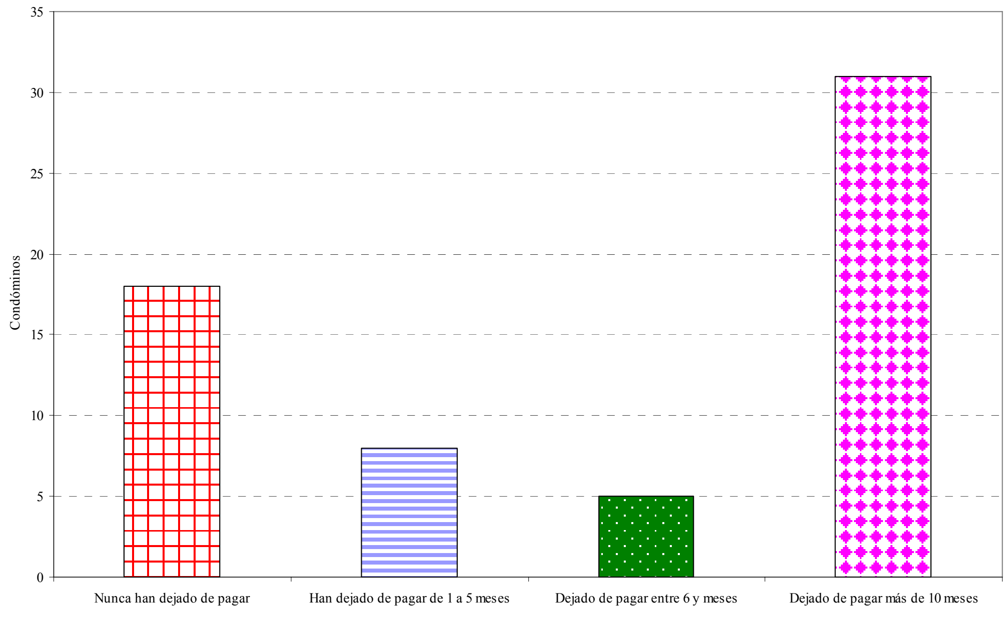
De los 6 terrenos baldíos, ninguno paga el mantenimiento, de las 2 casas rentadas pagan la cuota parcialmente, 1 de las casas deshabitadas paga la cuota, y de las 43 casas habitadas 3 no pagan la cuota.

Con respecto al tiempo de residencia, tenemos que de las 6 casas rentadas, 2 llevan un año rentadas; una casa lleva más de 3 años deshabitada y las otras tres menos de uno. Por otra parte, de las habitadas tenemos que 35 casas llevan más de 15 años habitadas por las mismas personas; 1 lleva entre 15 y 10 años; 3 llevan entre 10 y 5 años; y solamente 6 llevan menos de 5 años.

Actualmente la cuota de mantenimiento es de $400 pesos al mes por condómino. Durante 2005 y 2006 los patrones de pago de los vecinos son los que se presentan en la Tabla 1.

De la Tabla 1, se desprende que el pago promedio por vivienda en los últimos dos años ha sido de $260 al mes. Tenemos 18 casas que nunca han dejado de pagar, 8 que han dejado de pagar entre 1 y 5 meses, 5 que han dejado de pagar entre 6 y 10, y 24 que han dejado de pagar más de 10 meses.

. **Gráfica 1. Histograma de Pagos, 2004-2005**



Fuente: Elaboración propia con información del condominio.

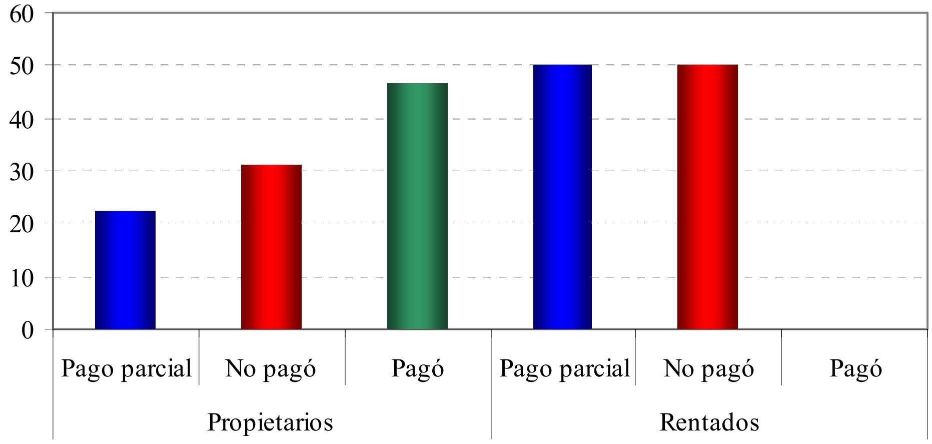
ESTADÍSTICAS DE PAGOS PARA EL CONDOMINIO DURANTE 2004 Y 2005

Casa	Regimen de Propiedad	Años de residencia	Meses pagados	2004	2005	Total pagado	Pago promedio
1	Propietario	30	8	2,400	0	2,400	300
2	Propietario	15	18	2,000	4,800	6,800	378
3	Desocupada	0	7	2,100	0	2,100	300
4	Propietario	16	24	3,200	4,800	8,000	333
5	Propietario	30	24	3,200	4,800	8,000	333
6	Propietario	30	16	1,600	4,800	6,400	400
7	Propietario	30	24	3,400	4,800	8,200	342
8	Propietario	2	23	2,900	4,800	7,700	335
9	Propietario	25	0	0	0	0	0
10	Propietario	13	17	1,400	3,600	5,000	294
11	Propietario	22	1	400	0	400	400
12	Propietario	30	4	3,200	0	3,200	800
13	Propietario	5	20	2,400	4,400	6,800	340
14	Propietario	15	22	1,250	4,000	5,250	239
15	Propietario	20	7	2,100	0	2,100	300
16	Propietario	3	24	3,200	4,800	8,000	333
17	Propietario	1	9	2,100	800	2,900	322
18	Propietario	25	16	1,200	4,800	6,000	375
19	Propietario	30	24	2,400	3,600	6,000	250
20	Propietario	30	24	1,200	3,600	4,800	200
21	Propietario	27	23	2,100	4,800	6,900	300
22	Desocupada	0	0	0	0	0	0
23	Propietario	30	24	2,400	4,800	7,200	300
24	Propietario	30	24	2,400	4,800	7,200	300
25	Propietario	30	24	2,400	4,800	7,200	300
26	Desocupada	0	0	0	0	0	0
27	Propietario	26	20	1,400	3,000	4,400	220
28	Propietario	8	24	2,400	4,800	7,200	300
29	Propietario	28	24	2,400	4,800	7,200	300
30	Propietario	30	24	3,600	4,800	8,400	350
31	Propietario	26	24	2,400	4,800	7,200	300
32	Propietario	30	11	600	2,400	3,000	273
33	Propietario	20	3	300	600	900	300
34	Desocupada	0	0	0	0	0	0
35	Propietario	15	0	0	0	0	0
36	Propietario	17	19	2,700	3,000	5,700	300
37	Propietario	25	4	1,150	0	1,150	288
38	Propietario	16	24	3,200	4,800	8,000	333
39	Propietario	29	24	3,200	4,800	8,000	333
40	Propietario	22	24	3,200	4,800	8,000	333
41	Propietario	26	23	2,900	4,800	7,700	335
42	Rentada	1	2	600	0	600	300
43	Rentada	3	5	0	2,000	2,000	400
44	Propietario	7	24	3,200	4,800	8,000	333
45	Propietario	18	24	3,800	4,800	8,600	358
46	Propietario	20	7	3,200	0	3,200	457
47	Propietario	30	3	1,200	0	1,200	400
48	Propietario	23	2	600	0	600	300
49	Propietario	27	0	0	0	0	0
50	Baldío	0	0	0	0	0	0
51	Baldío	0	0	0	0	0	0
52	Baldío	0	0	0	0	0	0
53	Baldío	0	0	0	0	0	0
54	Baldío	0	0	0	0	0	0
55	Baldío	0	0	0	0	0	0
						Cuota promedio	**260**

Fuente: Elaboración propia con información del condominio.

La Gráfica 2 muestra los porcentajes de cumplimiento de los condóminos para el 2005, divididos entre dueños e inquilinos, sin incluir los predios baldíos.

Gráfica 2. Comportamiento de Pagos, 2005 (% del total por tipo de propiedad)



Fuente: Elaboración propia con información del condominio

De la gráfica anterior, se observa que las propiedades que son rentadas tienen tendencia a no pagar ya que al no ser ellos los dueños del inmueble no parecen mostrar mucho interés por la seguridad y limpieza del condominio. Este comportamiento cambia sustancialmente al comparar a los propietarios de los condominios, pues más de 40% pagó siempre, cerca de 30% nunca pagó durante el año y solamente un poco más del 20% pagó parcialmente. Sin embargo, estadísticamente estos porcentajes son diferentes debido a que la cantidad de casas rentadas (3.6% del total de casas) es menor a la de casas propias (80.0%).

7. Calibración de los Juegos

En esta sección buscaré los equilibrios en los diferentes tipos de juegos, utilizando datos mostrados en la sección anterior. Para todos los casos consideraremos que c_n = 400 (es decir, el costo del mantenimiento es el único costo que tiene cada condómino)

7.1 Juegos Simples

Caso 7.1.1:

Para el primer conjunto de juegos supondré $B(0) = 0$, esto es que al momento en que ningún vecino paga, no reciben ningún beneficio para ninguno pero tampoco se ven perjudicados.

Caso 7.1.1.1:

En este caso $B(c_n) = c_n$ =400, $B(c_1 + c_2)$=700. Estos pagos los supongo así para lograr que la utilidad que obtiene el vecino que no paga cuando el otro paga sea mayor que el que reciben cuando ambos pagan. Por lo tanto la matriz de pagos es:

		2			
		P		**NP**	
1	**P**	**300**	**300**	$\underline{\mathbf{0}}$	$\underline{\mathbf{400}}$
	NP	$\underline{\mathbf{400}}$	$\underline{\mathbf{0}}$	$\underline{\mathbf{0}}$	$\underline{\mathbf{0}}$

Por lo que podemos ver que los equilibrios son {P NP, NP P, NP NP}.

Caso 7.1.1.2:

Para este caso supongo $B(c_n) > c_n$, $B(c_n)$ =410, $B(c_1 + c_2)$=900. Por lo tanto tenemos que:

		2			
		P		NP	
1	P	500	500	10	410
	NP	410	10	0	0

En este caso existe un equilibrio, el cual sería el deseado, {P P}.

Caso 7.1.1.3:

Para este caso supongo $B(c_n) < c_n$, $B(c_n)$ =300, $B(c_1 + c_2)$ =600. Por lo tanto tenemos que:

		2			
		P		NP	
1	P	200	200	-100	300
	NP	300	-100	0	0

En este caso obtengo el equilibrio no deseado, es decir, {NP, NP}.

Caso 7.1.2:

Para el primer conjunto juego supondré $B(0) < 0$, $B(0) = -50$, esto es, que al momento en que ningún vecino paga, no reciben ningún beneficio para ninguno pero tampoco se ven perjudicados.

Caso 7.1.2.1:

En este caso $B(c_n) = c_n$ =400, $B(c_1 + c_2)$ =700. Por lo tanto la matriz de pagos es:

		2			
		P		NP	
1	P	300	300	0	400
	NP	400	0	-50	-50

Aquí obtengo el equilibrio en el cual se obtiene el equilibrio más real, {P NP, NP P}.

Caso 7.1.2.2:

Para este caso supongo $B(c_n) > c_n$, $B(c_n)$ =410, $B(c_1 + c_2)$ =900. Por lo tanto tenemos que:

		2			
		P		**NP**	
1	**P**	**500**	**500**	**10**	**410**
	NP	**410**	**10**	**-50**	**-50**

Aquí obtengo el equilibrio socialmente óptimo, donde todos pagan, {P P}.

Caso 7.1.2.3:

Para este caso supongo $B(c_n) < c_n$, $B(c_n)$ =300, $B(c_1 + c_2)$ =600. Por lo tanto tengo que:

		2			
		P		**NP**	
1	**P**	**200**	**200**	**-100**	**300**
	NP	**300**	**-100**	**-50**	**-50**

Aquí obtengo el peor equilibrio, donde nadie paga, {NP, NP}.

7.2 Juegos avanzados

Caso 7.2.1:

Para el primer conjunto de juegos supondré $B(0) = 0$, esto es que al momento en que ningún vecino paga, no reciben ningún beneficio para ninguno pero tampoco se ven perjudicados.

Caso 7.2.1.1:

En este caso $B(c_n) = c_n$ =400, $B(c_1 + c_2)$ =700. Por lo tanto la matriz de pagos es:

		2			
		P		**NP**	
	PP	**300**	**300**	$\underline{\mathbf{0}}$	$\underline{\mathbf{400}}$
1	**PNP**	**300**	**300**	$\underline{\mathbf{0}}$	$\underline{\mathbf{400}}$
	NPP	$\underline{\mathbf{400}}$	$\underline{\mathbf{0}}$	$\underline{\mathbf{0}}$	$\underline{\mathbf{0}}$
	NPNP	$\underline{\mathbf{400}}$	$\underline{\mathbf{0}}$	$\underline{\mathbf{0}}$	$\underline{\mathbf{0}}$

Los equilibrios aquí son {PP NP, PNP NP, NPP NP, NPP NP, NPNP P, NPNP NP}.

Caso 7.2.1.2:

Para este caso supongo $B(c_n) > c_n$, $B(c_n)$ =410, $B(c_1 + c_2)$ =900. Por lo tanto tenemos que:

		2			
		P		**NP**	
	PP	$\underline{\mathbf{500}}$	$\underline{\mathbf{500}}$	**10**	**410**
1	**PNP**	$\underline{\mathbf{500}}$	$\underline{\mathbf{500}}$	**10**	**410**
	NPP	**410**	**10**	**0**	**0**
	NPNP	**410**	**10**	**0**	**0**

Los equilibrios en este juego son {PP P, PNP P}.

Caso 7.2.1.3:

Para este caso supongo $B(c_n) < c_n$, $B(c_n)$ =300, $B(c_1 + c_2)$ =600. Por lo tanto tengo que:

			2		
		P		NP	
1	PP	200	200	-100	300
	PNP	200	200	-100	300
	NPP	300	-100	<u>0</u>	<u>0</u>
	NPNP	300	-100	<u>0</u>	<u>0</u>

Los equilibrios en este juego son {NPP NP, NPNP NP}.

Caso 7.2.2:

Para el primer conjunto juego supondré $B(0) < 0$, $B(0) = -50$, esto es, que al momento en que ningún vecino paga, no reciben ningún beneficio para ninguno pero tampoco se ven perjudicados.

Caso 7.2.2.1:

En este caso $B(c_n) = c_n$ =400, $B(c_1 + c_2)$ =700. Por lo tanto la matriz de pagos es:

		2			
		P		NP	
1	PP	300	300	0	400
	PNP	300	300	0	400
	NPP	400	0	-50	-50
	NPNP	400	0	-50	-50

Aquí los equilibrios son {PP NP, PNP NP, NPP P, NPNP P}.

Caso 7.2.2.2:

Para este caso supongo $B(c_n) > c_n$, $B(c_n)$=410, $B(c_1 + c_2)$=900. Por lo tanto tengo que:

		2			
		P		NP	
1	PP	500	500	10	410
	PNP	500	500	10	410
	NPP	410	10	-50	-50
	NPNP	410	10	-50	-50

Los equilibrios son {PP P, PNP P}.

Caso 7.2.2.3:

Para este caso supongo $B(c_n) < c_n$, $B(c_n)$=300, $B(c_1 + c_2)$=600. Por lo tanto tengo que:

		2			
		P		NP	
1	PP	200	200	-100	300
	PNP	200	200	-100	300
	NPP	300	-100	-50	-50
	NPNP	300	-100	-50	-50

Aquí los equilibrios son {NPP NP, NPNP NP}.

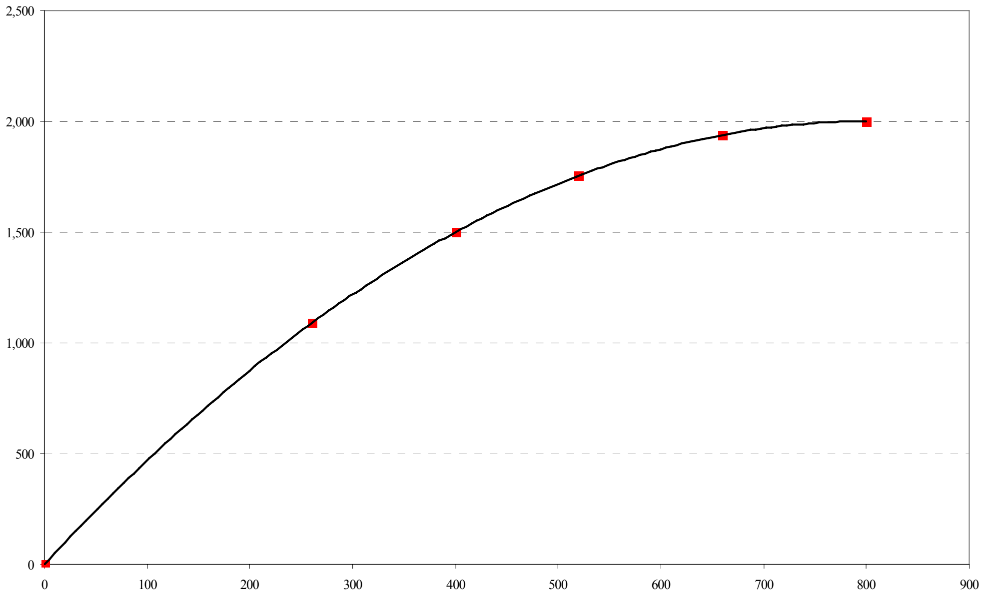
7.2 Juegos con múltiples estrategias

Al retomar el juego planteado en el punto 5.3, donde supongo que en realidad existen 3 posibles estrategias; es decir, pagar, no pagar o pagar parcialmente, observo que necesitamos estimar una función de beneficios, para poder obtener los pagos o utilidades. Para ese caso de nueva cuenta tendré dos casos. Primero, B(0)=0, lo que implica que la gente es indiferente entre tener o no tener seguridad y limpieza. Segundo, B(0)<0, donde al nadie pagar se obtiene una "externalidad negativa". Supondré, además, para todos los casos que el pago parcial es de 260 y el pago total de 400, debido a que estos son los números que obtuve para mi condominio.

Caso 7.3.1:

En este caso no se cuentan con suficientes condiciones para estimar una función de beneficios, pues solo tenemos B(0)=0 y B'(800)=0. Así, supondremos que la función de beneficios es $B(c_1 + c_2) = 5(c_1 + c_2) - 0.003(c_1 + c_2)^2$. Con estos datos, obtenemos la Gráfica 122.

Gráfica 3. Función de Beneficios para el Caso 7.3.1



Al sustituir en la matriz de pagos obtenemos:

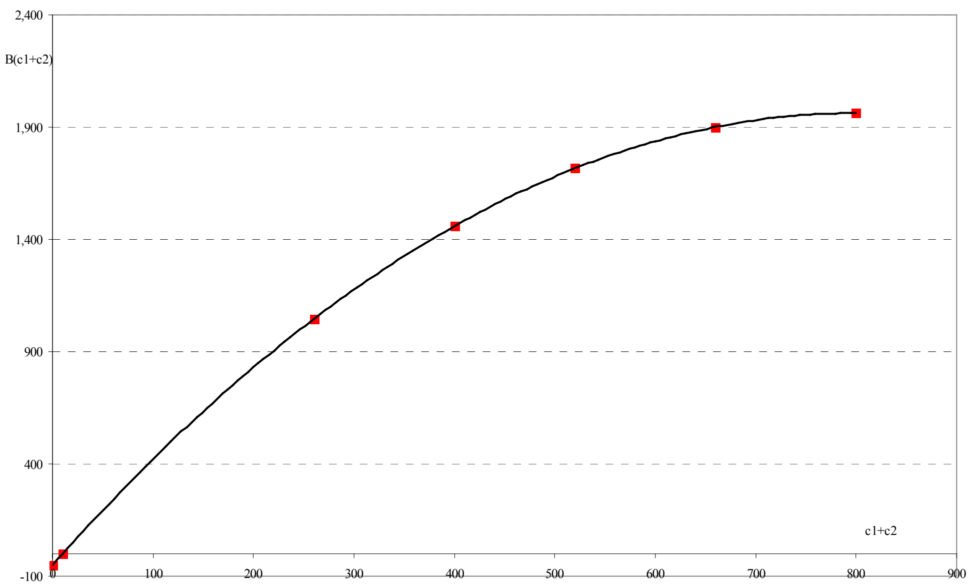
				V2			
		NP		PP		P	
	NP	0	0	1089	829	1500	1100
V1	PP	829	1089	1495	1495	1679	1539
	P	1100	1500	1539	1679	1600	1600

Lo que me lleva a los equilibrios {PP P, P PP}, donde algunos vecinos pagan en su totalidad la cuota y otros solo parcialmente.

Caso 7.3.2:

En este caso supongo B(0)<0 y específicamente B(0)=-50. Supondremos que la función $B(c_1 + c_2)$, es una ecuación de segundo grado que cumple con las condiciones, $B^{'}(c_1 + c_2) > 0$ y $B^{''}(c_1 + c_2) < 0$, lo que implica que los beneficios son decrecientes. Las tres condiciones son B(0)=-50, B'(0)=800 y B(10)=0. Al resolver este sistema de ecuaciones se obtiene la siguiente función de beneficios, la cual se presenta en la Gráfica 222, $B(c_1 + c_2) = -50 + 5.03(c_1 + c_2) - 0.006(c_1 + c_2)^2$

Gráfica 4.Función de Beneficios para el caso 7.3.2.



Al sustituir en la matriz de pagos obtengo:

				V2			
		NP		**PP**		**P**	
	NP	**-50**	**-50**	**1046**	**786**	**1459**	**1059**
V1	**PP**	**786**	**1046**	**1456**	**1456**	**1641**	**1501**
	P	**1059**	**1459**	**1501**	**1641**	**1563**	**1563**

Donde los equilibrios son {PP P, P PP}, es decir que algunos pagan la cuota completa y otras la pagan parcialmente, lo que es consistente tanto con el ejemplo de mi condominio como los equilibrios estimados con los parámetros.

De lo anterior se puede deducir, que tal vez, en el caso de mi condominio, la cuota que se paga por los servicios de mantenimiento y vigilancia es demasiado alta a comparación con los servicios que se obtienen a cambio; es decir, el costo por pagar en comparación con el beneficio obtenido es mayor, y por eso la gente pague parcialmente.

8. Equilibrios

De acuerdo a los resultados de todos los juegos, en general, encuentro tres diferentes tipos de equilibrios: en donde todos pagan, en donde algunos pagan y otros no y en donde nadie paga. Estos tres tipos de equilibrios parecen ser independientes de sí el beneficio cuando nadie paga es menor a cero o igual a cero, es decir, si cuando nadie paga los vecinos no obtienen ningún perjuicio o si lo obtienen.

El primer tipo de equilibrio donde todos pagan se obtiene cuando supongo que el beneficio por pagar de cada vecino es mayor al costo en el que incurre por pagar y además la utilidad que obtiene cada vecino cuando todos pagan es mayor al beneficio que obtiene cuando sólo uno paga.

El conjunto de equilibrios donde algunos pagan y otros no, que de acuerdo a los datos analizados en este trabajo es el más factible, se obtiene cuando el beneficio que obtiene el vecino que paga es igual al costo en el que incurre y la utilidad que obtiene cada vecino cuando todos pagan es menor al beneficio que obtiene cuando sólo uno paga.

Por último el equilibrio donde nadie paga se logra cuando el beneficio que obtiene el vecino que paga es menor al costo en el que incurre por pagar y la utilidad que obtiene cada vecino cuando todos pagan es menor al beneficio que obtiene cuando sólo uno paga.

9. Modificaciones a la ley

Al revisar la ley del condómino observó que la cuestión principal que debe observarse es el hecho que dicha ley le da una gran libertad a los condóminos al otorgarle a la escritura interna de cada condominio el poder de decir las sanciones y multas para los condóminos que no cumplan con sus obligaciones, es decir, aquellos que no paguen su cuota. Este hecho puede ser visto como algo positivo, ya que permite al administrador de cada condominio aplicar sanciones de acuerdo al contexto interno, pero a mi parecer puede ser visto como algo negativo ya que al no sancionar la ley directamente a los infractores, estos tienen más libertad de incumplir con sus pagos.

Es por esto que la primera propuesta que tengo, es que la ley sancione directamente a los condóminos morosos, efectivamente con sanciones tan grandes como el hecho de multarlo económicamente e incluso el hecho de despojarlo de su vivienda al no cumplir con una cantidad especificada de cuotas.

Dentro de las sanciones se podrían imponer algunas como, no limpiar el espacio común adyacente al espacio privado de los condóminos morosos, el hecho de no abrirles la reja o pluma de la entrada al condominio, lo cual ayudaría a que el beneficio por pagar fuera mayor al costo por pagar para lograr que todos los condóminos se vieran obligados a pagar.

Otro punto que debería observar la ley, es obligar a los administradores a publicar periódicamente un boletín donde se expusiera que condóminos no paga y que condóminos pagan, pues al jugar repetidamente y con información menos imperfecta se lograría. Probablemente llegar al equilibrio socialmente deseado, es decir donde todos los condóminos pagaran.

10. Conclusiones

Lo que este trabajo pretendió fue encontrar el equilibrio entre pagar o no pagar la cuota de mantenimiento en un condominio y ver como sería posible modificar las leyes que rigen este tipo de propiedad.

Se tomaron principalmente dos diferentes supuestos, uno donde el costo de que ninguno pague su cuota es igual a cero, es decir los individuos son indiferentes a tener o no tener vigilancia y limpieza, y el otro donde el costo cuando nadie paga es menor a cero, es decir el hecho de no tener limpieza o vigilancia trae consigo una cantidad de efectos negativos para todo el condominio.

Personalmente, me parece más lógico el primer supuesto pues el hecho de vivir en la Ciudad de México trae consigo una gran cantidad de riesgo que no permitiría a los condóminos ser indiferentes entre tener o no tener vigilancia.

Tomando en cuenta los resultados que obtengo cuando hago la aplicación de los subjuegos perfectos, obtengo que el equilibrio más frecuente que se da es que al jugarse repetidamente, siempre habrá individuos que pagarán independientemente de lo que hagan los demás jugadores, al igual que individuos que no pagarán independientemente de lo que hagan los otros jugadores, pero el equilibrio más común será que una parte de los vecinos paguen y la otra no.

La principal conclusión a la que llegué en esta tesina es que para lograr el equilibrio socialmente óptimo, es decir, aquel en donde todos paguen se debe lograr que la utilidad que se obtiene cuando todos pagan sea mayor que el costo de no pagar.

Sin embargo existen individuos, que cooperan siempre independientemente de lo que hagan los otros, y el hecho de jugar un juego repetidamente, como es el caso en el hecho de pagar o no pagar la cuota mensualmente de mantenimiento, llevo a muchos a preocuparse por crear una reputación y los hace ser cooperadores. Igualmente existe el caso del “free-rider”, es decir aquellos individuos que no pagan su cuota, pero saben que el resto la pagará. Por lo tanto, creo que alcanzar el equilibrio socialmente óptimo será complicado, y generalmente se llegará al equilibrio más real, es decir, aquel en el que algunos condóminos pagan y otros no.

Sin embargo, en este trabajo creo que falta tomar en cuenta algunas variables que pueden afectar a la decisión de pagar o no pagar, como es el hecho de la convivencia o no convivencia con los demás condóminos, la situación económica y laboral de cada condómino. Pero, debido, a que dichas variables parecen ser muy difíciles de medir, no se han tomado en cuenta en esta tesina.

Bibliografía

- Andreoni, James y John H. Millar, *Rational Cooperation in the finitely repeated prisioner´s dilema: experimental evidence,* The Economic Journal, 1993, UK, p. 570-585.
- Ellison, Glenn, *Cooperation in the Prisoner’s Dilemmas with Anonymous Random Matching,* Review of Economic Studies, 1994, p. 567-588.
- Gibbons, Robert, *Un primer curso de teoría de juegos*, Antoni Bosch editores, España, 1993.

- *Ley de Propiedad en Condominio de Inmuebles para el Distrito Federal.*

- Osborne, Martin y Ariel Rubinstein, *A Course in Game Theory*, MIT, EUA, 1994.