

CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DOCENCIA ECONÓMICAS, A.C.



EVALUACIÓN DEL MONITOREO DEL RIESGO DE
INCUMPLIMIENTO EN EL MERCADO DE CRÉDITO.
**UNA APROXIMACIÓN MEDIANTE MODELOS DE REGRESIÓN
CAMBIANTE**

TESINA

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

LICENCIADO EN ECONOMÍA

PRESENTA

JORGE LARA ALVAREZ

DIRECTOR DE LA TESINA: DR. RICARDO SMITH RAMÍREZ

MÉXICO D.F., MARZO 2008

Dedicatorias

A mis padres, quienes me han dado todo y a quienes les debo todo. Mi papá mi ídolo, mi mamá mi ejemplo de esfuerzo y dedicación.

A mi hermano, mi inspiración en la infancia.

A mi familia (incluyendo a los dos con los que vivo), mi soporte.

A mi mentor, Dr. Ricardo Smith, por sus consejos, por brindarme liberalmente su tiempo y conocimientos, por mostrarme el lado de la economía que me apasiona y por permitirme trabajar a su lado.

A los buenos profesores y amigos que me alentaron.

A la nueva luz en mi vida.

A Dios, por estar conmigo.

ÍNDICE

1. Introducción	5
2. El mercado de crédito	8
a. La información en el mercado de crédito	9
b. Riesgo moral y selección adversa	11
c. Monitoreo de mercado	12
d. Análisis económico del mercado	13
e. Clasificación de los prestatarios	13
3. La literatura teórica de la asimetría de información	14
4. Modelos teóricos	16
a. El modelo de Bester	16
b. El modelo de Stiglitz y Weiss	23
c. Comparación entre los modelos	25
5. Modelo econométrico	26
a. Justificación del modelo empírico	27
b. Descripción de las ecuaciones	27
c. Contribuciones al logaritmo de verosimilitud	28
d. Modelos de ecuaciones cambiantes con punto de cambio no observado	29
6. Simulación	30
a. Generación de las observaciones simuladas	30
i) Población equilibrio separador	
b.1) Elección de los parámetros para el equilibrio separador	30
c.1) Creación de las variables dependientes para el equilibrio separador	31
d.1) Agrupación de la población simulada para el equilibrio separador	32
e.1) Estimación del equilibrio separador	32
ii) Población homogénea	
b.2) Elección de los parámetros para la	33

población homogénea	
c.2) Creación de las variables dependientes para la población homogénea	34
d.2) Agrupación de la población simulada para la población homogénea	34
e.2) Estimación para la población homogénea	35
f) Conclusiones de la simulación	35
7. Comprobación de los resultados empíricos	35
a. Comprobación de un equilibrio separador	36
b. Comprobación de un equilibrio a la Bester	36
8. Selección de datos	37
a. Selección de variables	38
9. Conclusiones finales	40
10. Bibliografía	45
Anexo 1	48
Anexo 2	50
Anexo 3	51

1. Introducción

Es importante estudiar el mercado de crédito por las implicaciones que su desempeño tiene en la teoría y en la práctica económica. En este sentido, Levine (1997) argumenta que la evidencia empírica demuestra una relación positiva entre el desarrollo del mercado de crédito y el crecimiento económico de un país, y sostienen también que el nivel de desarrollo financiero afecta a los determinantes últimos del crecimiento: capital físico, capital humano y cambio tecnológico. Por lo tanto, es necesario desarrollar un modelo empírico que analice el grado de desarrollo del mercado de crédito en un determinado país porque, de acuerdo a Levine, el desarrollo de éste impactará su crecimiento económico.

El modelo neoclásico tradicional no es el más conveniente para analizar el mercado de crédito porque requiere de información perfecta, supuesto que no es posible mantener. La teoría económica sostiene que el mercado de crédito disminuye los costos de transacción del capital financiero, dichos costos son provocados por la información privada que los prestatarios poseen. Esta información privada provoca a su vez una asimetría de información entre oferentes y demandantes. Por lo tanto, un modelo más adecuado para analizar el mercado de créditos es aquel en el que todos los agentes maximicen sus ganancias en el equilibrio y no existan incentivos para desviarse de él¹. Sin embargo, es la asimetría de información la que ocasiona que contratos benéficos para el oferente y el demandante no se lleven a cabo. No obstante, existen mecanismos para lidiar con estos problemas. Este trabajo presentará un modelo empírico capaz de evaluar la calidad de los mecanismos que clasifican a los individuos de acuerdo a su riesgo de incumplimiento. Debido a la poca o nula disponibilidad de datos reales, el modelo empleará datos simulados para corroborar su eficacia. No obstante, se indican

¹ Esto no necesariamente implica que el mercado se vacíe.

todos los pasos a seguir durante la estimación y comprobación de resultados en caso de que se contara con datos reales.

A partir del trabajo teórico clásico de Stiglitz y Weiss (1981) se han realizado estudios sobre los mecanismos de monitoreo en el mercado de crédito que lidian con los problemas de información mencionados anteriormente, destacándose el modelo de Bester (1985)². Este trabajo presentará algo novedoso en esa literatura: con base en el modelo de Bester se desarrollará un modelo empírico que evalúe si los prestamistas pueden monitorear *a priori* y eficientemente el riesgo de incumplimiento de los prestatarios. El propósito fundamental de esta tesina es plantear una metodología econométrica que permita determinar el tipo de equilibrio (separador o mezclador respecto al riesgo) que predomina en el mercado de crédito. En algunos casos, como argumenta Bester (1985), los bancos identifican el riesgo de los prestatarios y se observa un equilibrio separador. En otros, los bancos no tienen la capacidad necesaria para identificar el riesgo de cada prestatario e inducen un equilibrio mezclador, es decir, agentes con diferente tipo de riesgo reciben el mismo tipo de contrato. El equilibrio dependerá del grado de asimetría de la información y de qué tan bien los bancos usen las herramientas disponibles para monitorear el mercado. En particular, la principal contribución de esta tesina será plantear una metodología econométrica que pruebe empíricamente uno de los modelos más discutidos de equilibrio en el mercado de crédito: el modelo de Bester (1985), e identifique si existe un equilibrio separador o uno mezclador. Esto es de suma importancia porque identificar el equilibrio existente permitirá evaluar la calidad de los monitoreos de riesgo que los bancos hacen de sus agentes, y esto puede ser utilizado, sin lugar a dudas, como una proxy del desarrollo del sistema bancario.

² Entre las más importantes refinaciones teóricas a estos modelos se encuentran: Stiglitz (2000), Bester (1987), Gale y Hellwig (1985), Milde y Riley (1988) y Bensako y Thakor (1987)

Dado el limitado acceso a la información del sector bancario, debe quedar claro que la intención del presente trabajo es plantear un modelo que lidie con el problema de asimetría de información en el mercado de crédito. Aún así, se describirá detalladamente cómo debería emplearse este modelo con datos reales. Para este ejercicio se utilizará la “Encuesta basal sobre ahorro, crédito popular y microfinanzas rurales: Cuestionario para socios y no socios de Sociedades de Ahorro y Crédito Popular y BANSEFI”³. Esta encuesta, levantada en 2004, se realizó a hogares que poseen créditos con Sociedades de Ahorro y Crédito Popular. Pese a las deficiencia de los datos de la encuesta, se utilizará para argumentar cuáles variables deberían tomarse en cuenta y para plantear los pasos a seguir al estimar y comprobar los resultados del modelo.

Este trabajo está organizado de la siguiente manera: la segunda sección detalla el mercado de crédito, el tipo de información que en él existe y las implicaciones que trae al modelo; la tercera, discute cómo se clasifican los prestatarios en la literatura teórica; y las últimas secciones se refieren al planteamiento del modelo. En particular, la cuarta sección detalla el modelo teórico que se analiza empíricamente y en la quinta, se formula el modelo empírico. Posteriormente, en la sexta sección se explica cómo se efectuó la simulación que demuestra que la metodología propuesta efectivamente determina si se trata de un equilibrio separador o mezclador. En la séptima sección se discuten algunas consideraciones finales para la interpretación de los resultados. Y en la octava se argumenta las variables que deberían utilizarse en un caso real. Por último, en la novena sección se presentan las conclusiones.

³ Elaborada por Berumen

2. El mercado de crédito

El mercado de crédito se compone de dos tipos de agentes: los que demandan préstamos, prestatarios, y quienes los ofrecen, prestamistas. En la vida real, los intermediarios financieros desempeñan un papel muy importante pues son, entre otras cosas, el principal oferente de préstamos. El sistema financiero concentra los recursos de millones de ahorradores que tienen excedentes de liquidez y los canaliza hacia agentes que desean realizar proyectos de inversión pero que no cuentan con la totalidad de los recursos para llevarlos a cabo. Entonces se le llamará intermediario financiero a la institución que facilita la transacción de fondos entre los demandantes y oferentes de dinero. Para fines prácticos, en lo sucesivo al decir prestamista se hará referencia a un intermediario financiero.

La relación entre crecimiento económico con el mercado de crédito es, de acuerdo al enfoque neoclásico, la siguiente: para aumentar la cantidad de capital físico y humano es necesario ahorrar una fracción del ingreso corriente y dedicarlo a inversión. El mercado de crédito establece la conexión o la intermediación entre los individuos que gastan por debajo de sus ingresos y los que lo hacen por encima de sus posibilidades. Entonces, la transformación, por así decirlo, del ahorro en inversión se logra en el sistema financiero. Por lo tanto, resulta fundamental estudiar el mercado de crédito para vislumbrar posibles fallas y proponer cambios que permitan reducir estas fallas y hacer el mercado más eficiente y así impactar el crecimiento económico.

El pacto que establecen el prestatario y el prestamista se denomina contrato crediticio. Éste es un acuerdo con respecto al monto del préstamo, los plazos a pagar, la tasa de interés y el colateral⁴. Teóricamente, en los contratos deberían especificarse, en cada posible contingencia y en cada fecha, todas las obligaciones que adquieren ambas

⁴ Todo bien o activo dado en prenda por un prestatario al prestamista, según la Comisión Nacional Bancaria y de Valores.

partes, por ejemplo: el monto de repago, el monto de un préstamo adicional, la tasa de interés de la deuda restante, un posible ajuste en el colateral y las decisiones de inversión que necesitan ser tomadas por el prestatario (Freixas, 1997). En la práctica los contratos son menos complejos por lo costoso que sería redactar un contrato de esa naturaleza. Por otra parte, si el contrato crediticio es incumplido por el prestatario se dice que éste incurre en *default*, y cuando esto sucede los prestamistas enfrentan el problema de la *cartera vencida*. Según la Comisión Nacional Bancaria y de Valores, la cartera vencida “es la parte del activo constituida [...] por todos los créditos que no han sido pagados a la fecha de su vencimiento”. El aumento de la cartera vencida supone una serie de problemas, desde especulaciones hasta incluso ser factor de una crisis económica. Un ejemplo real de este problema es la crisis que México enfrentó en 1994 (Mishkin, 1996): en 1991 se elevó el crecimiento del crédito en el sistema bancario mexicano y los bancos tuvieron poco (o nulo) control sobre la calidad de sus prestatarios, esta situación produjo el problema de cartera vencida. Es un hecho que si se mejoraran los mecanismos bancarios de monitoreo del riesgo de los prestatarios, la cartera vencida sería un problema que estaría bajo control. Por esta razón, esta investigación es relevante en términos de política económica.

a) La información en el mercado de crédito

La información asimétrica es una característica muy importante del proceso de intermediación financiera pues sólo el prestatario conoce sus preferencias de prepago y el verdadero riesgo de su proyecto. Además, el nivel de esfuerzo para pagar el crédito es también información privada de los prestatarios y los prestamistas no pueden hacer un contrato que involucre el nivel esfuerzo, por lo que no todos los agentes se esforzarán de la misma manera para pagar su crédito. Además, al acreedor le es imposible saber *a priori* si el acreditado utilizará los recursos crediticios en la forma acordada en el

contrato, cuáles decisiones de inversión tomará o si los empleará para gasto de consumo. La magnitud del impacto que este fenómeno puede tener en el funcionamiento del mercado de crédito depende del grado de asimetría en la distribución de información y de las acciones que los agentes tomen para minimizar esta asimetría.

La crisis financiera de 1994 en México nos permite ejemplificar lo expuesto en el párrafo anterior. Mishkin (1996) argumenta que la gran asimetría de información que existía, sumada a la inexperiencia de los banqueros para establecer mecanismos de monitoreo que controlaran este problema y la falta de una regulación eficiente fueron los detonantes de la crisis. Por otra parte, Harber (2004) establece que el comportamiento de los bancos al otorgar créditos fue irresponsable debido al poco esfuerzo realizado para monitorear el riesgo de *default* de los prestatarios. En la actualidad, a pesar de que el gobierno mexicano ha intentado reformar muchas de las instituciones que provocaron la crisis, Harber (2004) argumenta que hoy en día el sistema bancario mexicano prefiere invertir en bonos del gobierno u otorgar deuda a éste porque tiene menos información privada que los individuos y, por ende, el monitoreo del riesgo es más sencillo. Para evitar otra crisis bancaria como la citada, es indispensable que los bancos actúen responsablemente y sean capaces de obtener información sobre el verdadero nivel de riesgo de los posibles prestatarios. Es decir, que desarrollen tecnologías crediticias que lidien de una manera eficiente con los problemas de información presente en el mercado. La crisis de principio de los noventa nos conmina a realizar análisis empíricos que evalúen la capacidad de los bancos para identificar adecuadamente el riesgo de los individuos antes de otorgarles un crédito.

b) Riesgo moral y selección adversa

El problema de información asimétrica se deriva de la existencia del riesgo moral y la selección adversa. El riesgo moral se refiere a los incentivos⁵ erróneos que el contrato aprobado brinda al prestatario para modificar sus decisiones iniciales. Por ejemplo, una vez que se le ha otorgado el crédito el prestatario puede percibir que el costo de declararse en *default* ha disminuido si lo compara con dicho costo *ex ante*. En términos generales, el nivel de riesgo de los prestatarios es endógeno debido al monto del colateral, de la tasa de interés, del monto del préstamo, del plazo a pagar o de cualquier instrumento que sirva como incentivo para modificar las decisiones del prestatario. Éstos pueden tomar acciones que afecten la utilidad del banco y éste no puede hacer un monitoreo perfecto por lo que no identificará este problema. Es decir, si el prestatario considera que es “más barato” no pagar el crédito incumplirá con el contrato o, por el contrario, si considera que se ha vuelto “más caro” no pagar el crédito posiblemente modifique las acciones que tenía planeadas y haga lo necesario para pagarlo.

El problema de selección adversa se refiere a que sólo los prestatarios conocen su propio riesgo, el banco no posee *ex ante* esa información. Si el “precio” del contrato es muy bajo individuos de alto y bajo riesgo estarán interesados en obtenerlo; si el “precio” del contrato aumenta, los individuos de bajo riesgo perderán interés y éste continuará disminuyendo a la par que el precio aumente. Bester (1985) afirma que los individuos de bajo riesgo son los que más ganancias generan a los bancos debido a la concavidad de la función de retornos del banco respecto a las ganancias esperadas de la inversión. Debido a esto, a los bancos no les convendría ofrecer un contrato en el que estuviesen interesados sólo agentes de alto riesgo.

⁵ Por ejemplo, la combinación de crédito y colateral

c) Monitoreo de mercado

Para enfrentar el problema de selección adversa los bancos diferencian sus contratos. Éstos ofrecen diferentes combinaciones de colateral y tasa de interés con la intención que los prestatarios, al elegir un contrato de acuerdo a sus preferencias, revelen su verdadero nivel de riesgo de *default*. De esta forma, los prestatarios revelarán información al banco (mecanismo revelador) en el momento que eligen un contrato crediticio. En otras palabras, los prestatarios de bajo riesgo estarán dispuestos a cubrir un colateral lo suficientemente alto para recibir una baja tasa de interés diferenciándose así de los prestatarios de alto riesgo, quienes no están dispuestos a pagar un alto colateral pues tienen una alta posibilidad de perderlo. Lo anterior permite suponer en el modelo que los prestamistas son racionales y buscan maximizar su beneficio. Entonces cada prestamista se diferenciará si y sólo si $\pi_{i \text{ diferenciándose}} > \pi_{i \text{ sin diferenciarse}}$, donde π_i representa el beneficio del agente i . Los bancos ofrecerán la gama de contratos que les permita conocer el nivel de riesgo de los agentes antes de tomar la decisión de otorgar o no el crédito, realizando así un monitoreo de la demanda de crédito. En síntesis, los bancos pueden usar contratos crediticios para monitorear el riesgo de *default* de los prestatarios.

Los bancos intentan evitar la falla del mercado ocasionada por la información asimétrica utilizando herramientas de monitoreo para tener una variable *proxy* del riesgo de los prestatarios. De tal manera que cada contrato t_i del conjunto de contratos que ofrece el banco es la combinación de un monto específico de colateral $c_i \geq 0$ y una tasa de interés $r_i > 0$ y éste considerará los efectos de la selección de cada uno de ellos, colateral y tasa de interés, para monitorear el posible comportamiento y riesgo de los prestatarios. Lo óptimo para el banco sería que cada contrato ofrezca al prestamista los incentivos para concretar su proyecto de inversión y elevar la probabilidad de pagar el crédito.

En general, el empleo del colateral es costoso. No obstante, aún con los costos que implica, bajo información imperfecta, éste puede servir para revelar información acerca del riesgo de *default* del prestatario. En esta investigación se asumirá, como propone Bester (1985), únicamente como costo del colateral un monto proporcional (entre cero y uno) al colateral de cuantía fija, k^6 . El costo de colaterización proporcional al monto del colateral es el costo de oportunidad asociado al bien.

d) Análisis económico del mercado

El análisis clásico de oferta y demanda no funciona para el mercado de crédito porque la curva de oferta puede tener la forma *backward bending*⁷ para un nivel de interés alto⁸, y este nivel afecta la probabilidad de *default* (Stiglitz y Weiss, 1981) y provocaría, además, que las curvas de oferta y demanda no se interceptaran. No habría equilibrio Walrasiano. En este mercado el equilibrio puede darse en un nivel de demanda menor al que determinaría el cruce de las curvas de oferta y demanda.

Dentro de los modelos económicos desarrollados para estudiar la naturaleza del equilibrio en el mercado de crédito, destacan los modelos de Stiglitz y Weiss (1981) y de Bester (1985). Los dos modelos se enfocan en el racionamiento del crédito y en la identificación del riesgo de los prestatarios. La especificación del modelo econométrico permitirá abordar este último tema.

e) Clasificación de los prestatarios

En este trabajo se planteará un modelo empírico capaz de categorizar los diferentes tipos de prestatarios. De acuerdo a la teórica, se debería clasificarlos por su nivel de riesgo. Además, se asume que existen dos tipos de riesgo de *default*: alto y bajo. Se

⁶ Se podría asumir un costo fijo pero éste sólo desplazaría las curvas, obteniéndose el mismo resultado.

⁷ Curva que gira hacia atrás.

⁸ Una situación similar se presenta en el mercado de trabajo.

establece como supuesto que todos los prestatarios son neutrales al riesgo⁹: buscarán obtener un préstamo mientras que la ganancia esperada sea no negativa. Por otra parte, se asume que los prestamistas o bancos son idénticos y que existe competencia perfecta entre ellos. También suponemos que los bancos enfrentan un conjunto de prestatarios con características observables similares pero que no revelan el riesgo. El presente estudio se limita únicamente al análisis de *default* involuntario, es decir, el modelo implica que el prestatario pagará el crédito cuando su proyecto le produzca las ganancias suficientes para pagar¹⁰.

3. La literatura teórica de la asimetría de información en el mercado de crédito

En las últimas tres décadas ha habido un gran avance en la literatura teórica del mercado de crédito, en particular, el problema de la información asimétrica ha recibido gran atención desde diferentes enfoques. Por un lado, están los estudios cuyo punto de partida es la información asimétrica *a priori*¹¹. Bester (1985) supone que los agentes deciden los proyectos de inversión antes de tomar en cuenta la solicitud del crédito, por ende, el monto de inversión necesario para cada proyecto está fijo y no depende de la probabilidad de recibir el crédito. De igual forma, en equilibrio no ocurre el racionamiento del crédito, esto como respuesta a la existencia de mecanismos de autoselección utilizados por los bancos; en particular, el colateral. De manera similar, Besanko y Thakor (1987) argumentan que el racionamiento del crédito puede explicarse si todos los agentes son neutrales al riesgo, y esto ocurre sólo cuando los prestatarios tienen como dotación inicial los fondos suficientes para cubrir los requisitos del colateral. Finalmente, Gale y Hellwig (1985) incluyen consideraciones sobre los

⁹ Es importante no confundir neutral al riesgo con neutral al riesgo de *default*.

¹⁰ La ganancia necesaria para pagar el préstamo es la diferencia entre el total a pagar y el colateral. Esto se aclarará más adelante.

¹¹ Bester (1985, 1987), Besanko y Thakor (1987) y Gale y Hellwig (1985).

proyectos de inversión, por ejemplo: que puedan ser financiados con los fondos prestables existentes o que los proyectos de inversión tengan un beneficio positivo desde un punto de vista social.

Tabla1 La literatura teórica

	B85	GH	MR	B87	BT	SW	SH
Aversión al riesgo		X		X		X	X
Tasa de interés endógena	X	X	X	X	X	X	X
Colateral endógeno	X	X		X	X		
Volumen de inversión endógeno			X		X		X
Mercado competitivo	X		X	X	X	X	X

X indica que ese trabajo discute ese tema. B85: Bester (1985); GH: Gale y Hellwig (1985); MR: Milde y Riley (1988); B87: Bester (1987); BT: Besanko y Thakor(1987); SW: Stiglitz y Weiss (1981); SH: Stiglitz y Hellman (2000).

Por otro lado, están los estudios que se enfocan en el racionamiento del crédito visto *a posteriori*, como el trabajo clásico de Stiglitz y Weiss (1981) y el estudio de Stiglitz y Hellman (2000). Estos autores toman un colateral preestablecido y elaboran un modelo teórico basado en el impacto de los cambios en la tasa de interés sobre las ganancias del banco. El racionamiento de créditos sucederá, según Stiglitz y Weiss (1981) cuando, dentro de un conjunto dado de aspirantes crediticios con características observables similares¹², algunos reciben crédito y otros no. Según estos autores, dado un colateral fijo, aún si los aspirantes que no recibieron crédito están dispuestos a pagar una tasa de interés mayor no se les otorgará el crédito¹³. Otro trabajo que trata el racionamiento del crédito es el de Milde y Raley (1988), ellos demuestran que si los

¹² Me refiero a las características que el banco puede observar. Por ejemplo: las que cada individuo ofrece al llenar la aplicación para el crédito.

¹³ Debido a que ésta tasa estaría por encima de la tasa que maximiza las ganancias del banco. Se abordará esto más adelante en detalle.

proyectos de inversión son divisibles, el banco puede racionar parte del total del crédito pedido por el prestatario.

Los modelos teóricos de Stiglitz y Weiss (1981) y Bester (1985) no han sido probados empíricamente con datos reales de los prestatarios. El objetivo de esta investigación es proveer un modelo empírico capaz de verificar o refutar la tesis fundamental de Bester: el uso adecuado del colateral junto con la tasa de interés provoca una reducción en la asimetría de información. Al hacer esto se probará cuál de los dos modelos es más cercano a la realidad. Por lo tanto, este trabajo se enfocará en la forma que se monitorea el mercado de crédito para la revelación de la información privada.¹⁴

4. Modelos teóricos

Ahora se detallarán los dos modelos que se han enfatizado a lo largo de la investigación, el de Bester y el de Stiglitz y Weiss. Esto permitirá esclarecer las diferencias entre ellos y plantear lo más relevante de esta investigación, el modelo econométrico.

a) El modelo de Bester

El modelo de Bester consta de dos períodos, $t = 1, 2$, y de dos tipos de agentes: prestamistas y prestatarios. En él habrá N_i prestatarios de tipo $i = a, b$ y cada uno puede decidir si realiza o no un proyecto de inversión. Los prestatarios tienen una riqueza inicial de $W < I$ ¹⁵. Cada proyecto de inversión necesita una cantidad fija de dinero I . El retorno asociado a esta inversión está dado por una variable aleatoria $0 \leq \tilde{R}_i \leq \hat{R}_i$ con una función de distribución $F_i(R)$. Finalmente, el modelo asume que,

¹⁴ Para futuros estudios he dejado temas sobresalientes como racionamiento del crédito, problemas de riesgo moral y cantidad necesaria de riqueza inicial para lograr una diferenciación.

¹⁵ La dotación de riqueza inicial es totalmente observable por todos los agentes.

una vez completado el proyecto, R_i es plenamente observado y, por lo tanto, no existe la posibilidad de reportar otro monto de retorno que no sea el real. En $t=1$ los agentes maximizan su utilidad y deciden si solicitarán un préstamo o invertirán su riqueza inicial W a una tasa de interés r . En $t=2$ los prestatarios que recibieron el préstamo deben pagarlo o incurrirán en *default*.

El riesgo de *default* del agente b es mayor que el riesgo de a . Por lo tanto, \tilde{R}_b representa un mayor riesgo que \tilde{R}_a para el prestamista. Por lo tanto, \tilde{R}_b representa un mayor riesgo que \tilde{R}_a para el prestamista en el sentido de *mean-preserving spread*. Esto implica que la esperanza de \tilde{R}_a es igual a la esperanza de \tilde{R}_b , es decir,

$$E\{\tilde{R}_a\} = E\{\tilde{R}_b\}, \int_0^y [F_b(R) - F_a(R)] dR \geq 0, \text{ para todo } y \geq 0 \text{ (es decir, } F_i(R) \text{ preserva la}$$

media aunque la varianza es diferente para $F_a(R)$ que para $F_b(R)$, siendo la primera menor). Finalmente, se asume que $F_i(R) > 0$ para todo $R > 0$, $i = a, b$. Esta condición garantiza que la probabilidad de que haya ganancias insuficientes para pagar el préstamo sea positiva.

Los prestatarios que decidan hacer un proyecto de inversión financian su respectivo proyecto pidiendo prestado: $B = I - W$. El contrato de crédito se define en el modelo como $\iota = (r, c)$, es decir, una combinación de la tasa de interés r y del colateral c . Como se había mencionado, los prestatarios enfrentan también un costo de colaterización proporcional al monto, llamado k (donde $k < 1$). El agente i incurrirá en *default* si $c + R_i < (1+r)B$. Si esto sucede, el banco se convierte en dueño del colateral, del proyecto de inversión y de los retornos asociados a éste.

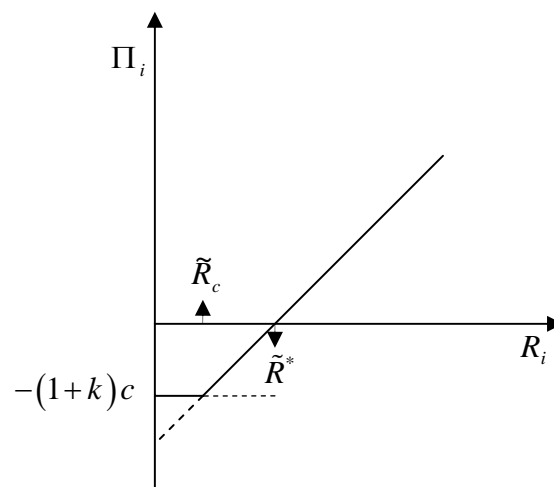
Las ganancias esperadas del agente i cuando decide tomar el contrato ι están dadas por el máximo esperado de los rendimientos asociados a la inversión menos el pago del préstamo y el pago del colateral, dado por

$$\Pi_i(\iota) = E \left\{ \text{Max} \left[\tilde{R}_i - (1+r)B - kc, \quad -(1+k)c \right] \right\}^{16}$$

Ahora se definirá $\tilde{R}_c = (1+r)B - c$ y $\tilde{R}^* = (1+r)B + kc$. Si el agente i tiene rendimientos menores a \tilde{R}_c , la empresa no puede pagar el préstamo y se dice que está en bancarrota; en cambio, si los rendimientos son mayores o iguales a \tilde{R}_c es posible pagar el préstamo. \tilde{R}_i^* representa el monto del rendimiento mínimo necesario para conservar el colateral y pagar el préstamo. Entonces, dado el rendimiento del proyecto de inversión del prestatario se pueden presentar las siguientes situaciones:

$R_i < \tilde{R}_c$	Bancarrota
$\tilde{R}_c \leq R_i < \tilde{R}^*$	Se pierde el colateral y kc pero se paga el préstamo
$R_i > \tilde{R}^*$	Se conserva el colateral, se paga el préstamo y hay ganancias positivas

Figura 1. Función de Ganancias del prestatario



¹⁶ Ver Figura 1

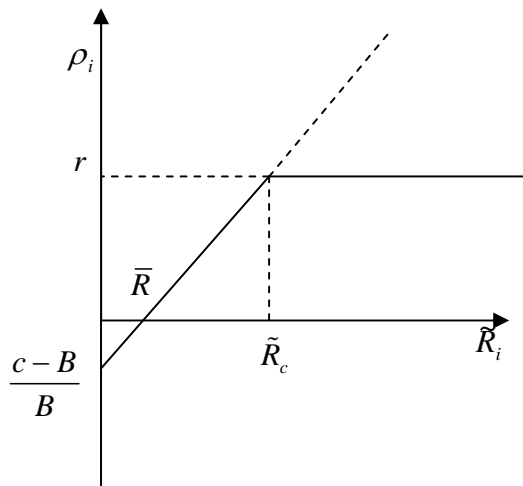
Como se observa en la Figura 1, la función de ganancias (línea continua) es cóncava respecto a los retornos, y es necesario un retorno mayor a \tilde{R}_i^* para tener ganancias netas.

Al otorgar el préstamo ι al agente i , el banco recibe los siguientes retornos esperados:

$$\rho_i(\iota) = E\{\min[(1+r)B, \tilde{R}_i + c] - B\} / B$$

La Figura 2 nos muestra que el retorno de la inversión que obtiene el prestatario determina si el prestamista tiene rendimientos positivos o negativos.

Figura 2. Tasa de rendimiento del banco a diferentes retornos del prestatario



La tasa de rendimiento del banco será igual a $\frac{c-B}{B}$ si los rendimientos del prestatario son iguales a cero, es decir, lo único que recibirá el banco como pago por el préstamo es el colateral que como habíamos dicho es estrictamente menor al préstamo. El prestamista necesita que el prestatario obtenga de su proyecto de inversión $R_i = \bar{R}$, (donde $\bar{R} = B - c$) para que al menos su ganancia sea igual a cero, en caso de que $R_i < \bar{R}$ el banco tendrá ganancias negativas. Cabe recalcar que aunque en este punto la ganancia sea no negativa el prestamista estaría perdiendo el costo de oportunidad

asociado a invertir la cantidad que prestó (B) en un proyecto de inversión que le generara rB de ganancia. Tal como se aprecia en la Figura 1, si el prestatario obtiene retornos menores al retorno crítico ($R_i < \tilde{R}_c = (1+r)B - c$), éste incurrirá en pérdidas y el prestamista no tendrá su mayor retorno posible. Cualquier retorno $R_i > \tilde{R}_c$, no hace diferencia en $\rho_i(i)$ debido a la forma de la función pues lo más que puede conseguir el prestamista es r .

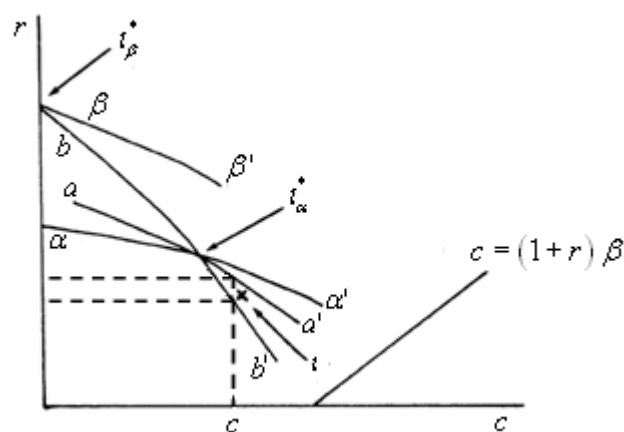
Dado que la función de retornos del banco es cóncava respecto al riesgo de los prestatarios, al banco le conviene separar a los agentes de alto riesgo de los de bajo riesgo. Por otro lado, el prestatario de menor riesgo no estará dispuesto a pagar una tasa de interés r_b , pues prefieren una tasa de interés más baja y un colateral más alto. Además, por la Tasa Marginal de Sustitución (TMS) del colateral y la TMS de la tasa de interés, tal como lo demuestra Bester (1985), los agentes de alto riesgo prefieren un colateral bajo y una tasa de interés alta. Por ello, el colateral podría servir como mecanismo revelador del riesgo de los agentes.

La Figura 3 muestra las curvas de isotasa de retorno esperado del banco para los agentes a y b , además de las curvas de indiferencia de los agentes. Nótese que la pendiente de la curva de indiferencia es la tasa de sustitución colateral-tasa de interés. El hecho de que, como se muestra en la Figura 3, la curva de indiferencia bb' del agente b tenga una pendiente absoluta mayor que la curva de indiferencia aa' del agente a , da la posibilidad de diferenciar los contratos.

Los puntos de cruce entre las curvas de indiferencia y las curvas de isotasa de rendimiento son los contratos de equilibrio en el modelo. Para el agente b existe una solución de esquina. En el equilibrio la curva de indiferencia del agente a se cruza con la curva de indiferencia del tipo b ; si el cruce se encontrara a la izquierda de este punto,

todos los agentes tipo a se irían a ese contrato; por otro lado, si este cruce estuviera a la derecha del punto de equilibrio, los agentes de alto riesgo preferirían el contrato del agente a al suyo. Debido a que los agentes tipo a le dan más beneficios al banco, este sólo ofrecerá dos tipos de contratos.

Figura 3 Isotasa de rendimiento



Fuente: Bester (1985)

Así, el equilibrio de este modelo está en (i_β^*, i_α^*) , donde no existe un racionamiento de crédito. Se demostrará primero que en i_α^* no existe un racionamiento del crédito. Por contradicción, se supondrá que sí existe un racionamiento de crédito. Si esto sucede, un banco podría entrar al mercado otorgando préstamos a una tasa ligeramente mayor a r_a^* . De este modo, los agentes a los que no recibieron el crédito anteriormente solicitarían este préstamo y entonces el banco tendría beneficios positivos, porque sus beneficios serían mayores a los otros bancos con beneficio cero. Contradiciendo así los argumentos de equilibrio.

El mismo procedimiento se hace para demostrar que en i_β^* no existe un racionamiento del crédito. Si se supone que sí existe, la cantidad racionada de agentes riesgosos en i_β^* solicitaría el crédito en i_α^* ; no obstante, los agentes riesgosos le dan

menos beneficios al banco que los agentes menos riesgosos. Entonces, si el beneficio del banco en equilibrio es cero no puede existir la posibilidad de que agentes riesgosos entren al equilibrio en t_α^* .

Por último, queda pendiente demostrar que (t_β^*, t_α^*) es el único equilibrio. Para esto supongamos un punto diferente de equilibrio llamado t . Si este punto también fuera equilibrio atraería a todos los agentes tipo a y a los agentes tipo b que fueron rechazados tanto en t_β^* como en t_α^* . Por lo tanto, en t habría una proporción mayor de agentes tipo a en comparación con agentes tipo b que en t_α^* ; por lo anterior, las ganancias de t serían mayores a las de t_α^* . Por definición de equilibrio eso no es posible.

Bajo estas condiciones, existe un solo equilibrio separador y no hay racionamiento de crédito. Los prestatarios de bajo riesgo están dispuestos a incurrir en un costo para no mezclarse con los de alto riesgo y obtener así un mejor contrato. El instrumento usado para mandar la señal del riesgo es el colateral ya que es más “barato” para el agente de menor riesgo.

En este equilibrio ningún banco tiene beneficios diferentes de cero. Para comprobarlo, suponga por contradicción que los beneficios del banco son negativos: el banco entonces saldría del mercado.

Suponga ahora que los beneficios son positivos, entonces se observarían dos escenarios:

1. Un racionamiento de crédito para cierto agente tal que su contrato de crédito le reditúe al banco un rendimiento $\rho_i(t) > 0$.

2. Que no exista racionamiento y que aún así un banco tenga $\rho_i(t) = E\{\min[(1+r)B, \tilde{R}_i + c] - B\} / B > 0$.

En el primer caso más bancos entrarían al mercado hasta que no existiesen este tipo de agentes. En el segundo caso, de igual manera, entrarían nuevos bancos al mercado ofreciendo contratos más atractivos hasta que $\rho_i(t) = 0 \forall i \in N$.

Como se dijo previamente: los contratos pueden ser usados como herramientas de monitoreo para revelar el verdadero nivel de riesgo de los prestatarios (Bester, 1985). La combinación óptima entre tasa de interés y colateral varía con el nivel de riesgo. En síntesis, los inversionistas de alto riesgo son más propensos a aceptar un alza en la tasa de interés a cambio de una reducción en el monto del colateral y, por el contrario, los individuos con bajo riesgo están más dispuestos a aceptar un colateral mayor a cambio de una reducción en la tasa de interés. Por lo tanto, el banco puede ofrecer un “abanico” de contratos con diferentes combinaciones de interés y colateral y permitir que los solicitantes elijan libremente el que más se acomode a sus preferencias, y así ellos mismo revelarán su verdadero nivel de riesgo. Lo anterior permitirá al banco distinguir el riesgo de sus prestatarios y reducirán la selección adversa sin necesidad de recurrir al racionamiento del crédito, como sugieren Stiglitz y Weiss.

b) El modelo de Stiglitz y Weiss

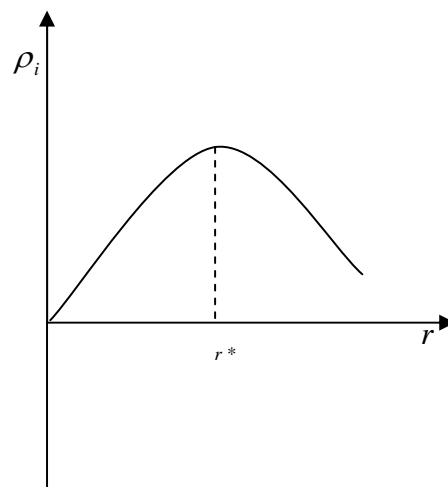
El planteamiento de este modelo es similar al de Bester: existen N_i prestatarios de tipo i , cada uno puede decidir realizar un proyecto de inversión y deben, de igual forma, financiarlo contrayendo deuda. El monto de la deuda necesario para cada individuo es el mismo y cada prestatario posee el mismo monto de colateral.

En este modelo el mercado puede usar el llamado “racionamiento del crédito” como un mecanismo para controlar la selección adversa. El modelo se basa en el siguiente supuesto: los prestamistas no pueden distinguir entre prestatarios de diferente nivel de riesgo y sólo conocen la distribución estadística del riesgo entre la población

potencial de prestatarios (Freixas, 1997). A diferencia de Bester, Stiglitz y Hellmann consideran que la asimetría de información es demasiado grande para que el uso del colateral y la tasa de interés revelen suficiente información del prestatario (Hellmann y Stiglitz, 2000). Por lo tanto, los contratos crediticios no pueden ser usados como mecanismo de autoselección para distinguir los tipos de prestatarios.

El banco establece una tasa de interés r^* que maximiza sus ganancias. Existen individuos que ofrecen pagar una tasa mayor que r^* , ante lo cual el banco los cataloga como individuos de alto riesgo, con menores posibilidades de pagar el crédito y se les rechaza (racionamiento de crédito). Por la concavidad de la función de retornos, cualquier retorno a una tasa mayor a r^* es menor que el retorno esperado en r^* , tal y como se aprecia en la Figura 4.

Figura 4. Tasa óptima



Sin embargo, la elevada tasa de interés puede incidir negativamente en algunos proyectos cuya rentabilidad o beneficio esperado no alcanza a cubrir dicha tasa de interés. Entonces, algunos prestatarios de bajo riesgo a no aplicarían por un crédito si su beneficio esperado fuese negativo. Esto se debe a que los proyectos de inversión de los prestamistas de bajo riesgo son proyectos con una alta probabilidad de éxito pero con un margen de ganancias menor a un proyecto de alto riesgo. De este modo, aumentar la

tasa de interés afecta las ganancias de los prestamistas de bajo riesgo desproporcionalmente.

Mientras la tasa de interés aumenta, la distribución de prestatarios mueve su centro de masas hacia la derecha, donde se localizan los agentes de más alto riesgo. Bajo este esquema, sólo proyectos con una rentabilidad suficientemente alta y un riesgo más alto generarían las ganancias necesarias para pagar los intereses cobrados por el prestamista. El banco reduce el valor esperado de sus ganancias al aumentar el riesgo en sus prestatarios y por ello, opta por racionar el crédito y provoca, posiblemente, un exceso de demanda en el mercado de crédito.

c) Comparación de los modelos

Stiglitz y Weiss suponen que los bancos y prestatarios determinan la tasa de interés y el colateral separadamente, y Bester supone que esto sucede simultáneamente. Stiglitz y Weiss presentan un modelo en el que el banco no es capaz de averiguar *a priori* el tipo de riesgo de sus prestatarios. Por su parte, Bester presenta un modelo en el que el banco emplea mecanismos de autoselección (una combinación de colateral y tasa de interés) para reducir los problemas generados por la información asimétrica. Si los bancos compiten escogiendo el colateral y la tasa de interés para monitorear el riesgo de los inversionistas, no habrá racionamiento del crédito en el equilibrio. En el modelo de Stiglitz y Weiss esto no sucede porque existe cierta cantidad de información privada que no puede ser revelada. Así, al banco no le conviene otorgar un préstamo aunque exista un agente que esté dispuesto a pagar a una tasa más alta que su tasa de máximo retorno r^* .

La distribución asimétrica de información entre los participantes del mercado impacta el equilibrio. Sin mecanismos de autoselección, no habría intercambios ni

beneficios tanto para el prestatario como al prestamista. Por lo tanto, el mecanismo de autoselección en el mercado de crédito bajo información asimétrica produce una mejora de Pareto. No obstante, los agentes de bajo riesgo no obtienen el contrato óptimo (*first best*) que obtendrían si la información fuera perfecta, obtendrán un *second best* pues cubrirán un costo para diferenciarse.

De acuerdo al modelo de Bester, la tasa de interés y el colateral son componentes clave del contrato, los cuales son elegidos simultáneamente por el prestamista al elegir uno de los contratos ofrecidos por la institución financiera. Hasta ahora, sin embargo, la literatura empírica ha tratado la elección de estos componentes en forma independiente (Edelberg, 2004). En otras palabras, cuando se modela la tasa de interés se considera el monto del colateral como exógeno. Este trabajo se aparta de la literatura empírica tradicional debido a que modela la determinación de la tasa de interés y el colateral simultáneamente; es decir, ambos componentes son tratados como variables endógenas, como sugirió Bester originalmente.

5. Modelo econométrico

Este trabajo expondrá un modelo econométrico que determinará si combinaciones tasa de interés y colateral son realmente usadas como instrumento revelador del riesgo de los prestatarios. El modelo empírico requiere que el riesgo del prestatario pueda determinarse por medio de características de los prestatarios y de la combinación tasa de interés y colateral. Dicho modelo es una versión multivariada de ecuaciones cambiantes con puntos cambiantes no observados. La ecuación de selección separa a los prestatarios de acuerdo a su riesgo esperado. Dos ecuaciones de respuesta modelan los niveles elegidos de interés y colateral, respectivamente. Los parámetros a estimar en cada una de estas ecuaciones difieren dependiendo del riesgo, alto o bajo, de un individuo. Esto

permite controlar por diferencias estructurales que pudieran existir en las preferencias de ambos tipos. El sistema completo es estimado simultáneamente por máxima verosimilitud.

a) Justificación del modelo empírico

La teoría sugiere que existe una relación directa entre el contrato de crédito elegido por el prestatario y su nivel de riesgo. Pese a que la ecuación de tasa de interés y colateral se podría estimar por medio de mínimos cuadrados; se hará cada ecuación por separado. De no hacerse así, se ignoraría la parte teórica que supone que el riesgo del prestatario determina su elección de contrato.

b) Descripción de las ecuaciones

Lo anterior sugiere que para estimar el modelo se utilice una regresión *switching* (cambiante). R_i^* se define como el nivel de riesgo del prestatario y es una variable no observada, pero se asume que tomará valores iguales o menores que un umbral si el prestatario es de bajo riesgo y mayores a dicho umbral si es de alto riesgo. Además, $k=0$ si el prestatario i es de bajo riesgo y $k=1$ en el caso contrario. El nivel de colateral, C_i^k , está censurado por debajo en cero debido a que a algunos individuos el banco pudiera no solicitarles colateral. Por último, se considera a r_i^k (totalmente observada) como la tasa de interés que los prestatarios deben de pagar. Así que tanto R_i^* , C_i^{k*} como r_i^k son funciones lineales de sus respectivos conjuntos de variables explicativas y normalmente distribuidas con ruido blanco en el término de error. También se considera que: ${}^k\sigma$, donde $\forall k=0,1$. Donde k continúa refiriéndose al riesgo del prestatario. Tenemos entonces:

$$\begin{aligned}
R_i^* &= X_{1i}\beta_{1i} + \varepsilon_i \\
C_i^{k*} &= X_{2i}\beta_{2i}^k + \zeta_i^k \\
r_i^k &= X_{3i}\beta_{3i}^k + \gamma_i^k
\end{aligned}$$

$$\text{Asumimos que } \begin{pmatrix} \varepsilon_i \\ \zeta_i^k \\ \gamma_i^k \end{pmatrix} \sim N \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & & \\ & {}^k\sigma_{\varepsilon\zeta} & \\ & & {}^k\sigma_{\varepsilon\gamma} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} {}^k\sigma_{\varepsilon\zeta} & & \\ & {}^k\sigma_{\zeta}^2 & \\ & & {}^k\sigma_{\zeta\gamma} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} & & \\ & & {}^k\sigma_{\gamma}^2 \end{bmatrix} \right)$$

donde X_{1i} , X_{2i} y X_{3i} son matrices de variables explicativas exógenas. β_{1i} , β_{2i}^k y β_{3i}^k son los parámetros a estimar y ε_i^k , ζ_i^k y γ_i^k son los términos de ruido blanco. Como se aprecia en la matriz de covarianza, los términos de error pueden estar correlacionados. En caso contrario ${}^k\sigma_{\varepsilon\zeta} = {}^k\sigma_{\zeta\gamma} = {}^k\sigma_{\varepsilon\gamma} = 0$, no obstante, se ha dejado claro teóricamente el por qué no es plausible imponer esta restricción desde el principio¹⁷. Como el riesgo del prestatario es no observado, el modelo empírico es un uno de regresiones cambiantes compuesto de tres ecuaciones simultáneas con punto de cambio no observado.

c) Contribuciones al logaritmo de verosimilitud

De acuerdo a las combinaciones de riesgo y colateral, el modelo empírico puede tomar cuatro formas:

- prestatarios de bajo riesgo con colateral censurado y su tasa de interés;
- prestatarios de alto riesgo con colateral censurado y su tasa de interés;
- prestatarios de bajo riesgo con colateral mayor a cero y su tasa de interés;
- prestatarios de alto riesgo con colateral mayor a cero y tasa de interés.

Al plantearlo en ecuaciones tenemos:

¹⁷ Si fuera este el caso la estimación se facilitaría enormemente, ver Morduch y Stern (1997).

$$L_{1i} = \Pr(R_i^* < 0, C_i^{0*} < 0, r_i^0),$$

$$L_{2i} = \Pr(R_i^* > 0, C_i^{1*} < 0, r_i^1),$$

$$L_{3i} = \Pr(R_i^* < 0, C_i^{0*}, r_i^0),$$

$$L_{4i} = \Pr(R_i^* > 0, C_i^{1*}, r_i^1)$$

d) Modelos de ecuaciones cambiantes con punto de cambio no observado

Maddala (1983) explica cómo debe tratarse un modelo cambiante y sus implicaciones econométricas. Este modelo ha sido empleado empíricamente por Dickens y Lang (1985) para el mercado de trabajo. Posteriormente, Hu y Schiantarelli (1998) estimaron también este tipo de modelo para observar si las empresas que solicitan crédito tienen que pagar una prima alta o baja cuando solicitan un préstamo. Estos autores también emplearon un modelo de dos ecuaciones, pues no observan si la empresa es “High Prime” o “Low Prime” y la otra ecuación les permitía determinar el grado de inversión. Otro estudio que propone un modelo cambiante con punto de cambiante no observado es el de Morduch y Stern (1997). Ellos determinan la importancia del sexo de los niños en una buena o mala salud, sin embargo, en su modelo imponen la restricción de que los términos de error no están correlacionados para facilitar su estimación.

El modelo que aquí se plantea estimar es más complejo en la medida que relaciona tres ecuaciones: la de riesgo que es no observada, la de colateral está censurada por debajo de cero y la ecuación de tasa de interés, observada en su totalidad.

El logaritmo de verosimilitud es¹⁸:

$$\ln L = \ln \left(\prod_{C_i^k=0} [L_{1i} + L_{2i}] \prod_{C_i^k>0} [L_{3i} + L_{4i}] \right)$$

¹⁸ Ver anexo para una explicación detallada del logaritmo de verosimilitud.

6. Simulación

A continuación se propone una simulación que evalúe la eficacia del modelo para identificar correctamente cada tipo de equilibrio. Para esto se simularan dos poblaciones, una con equilibrio separador y otra con un equilibrio mezclador. Por ende, habrá dos poblaciones: una con dos tipos de riesgo¹⁹ y otra donde el riesgo entre los individuos es homogéneo²⁰.

a) Generación de las observaciones simuladas

Para las dos poblaciones, las muestras aleatorias son extraídas de una distribución normal multivariada. Como se expuso en el modelo, habrá tres ecuaciones; cada una contará con dos regresores: una constante y una variable continua. Por simplicidad, las dos últimas ecuaciones compartirán la misma variable. Para asegurar una buena aleatorización de los datos se han simulado dos conjuntos de variables explicativas con setecientos cincuenta datos cada uno. Los valores simulados son obtenidos de una población con distribución normal, sus rangos de dispersión han sido elegidos aleatoriamente y se han mantenido constantes en todo el estudio, la media es 0 y la varianza 1. Cabe aclarar que todos los regresores se han mantenido constante durante todo el proceso de simulación.

i) Población equilibrio separador

b.1) Elección de los parámetros para el equilibrio separador

Ahora se eligen los parámetros y las matrices de covarianza para la población de las observaciones de la variable dependiente. Éstas serán elegidas cuidando que se garantice un equilibrio separador. Es decir, $\beta_2^1 \neq \beta_2^0$, $\beta_3^1 \neq \beta_3^0$, ${}^0\sigma_{13} \neq {}^1\sigma_{13}$ y ${}^0\sigma_{12} \neq {}^1\sigma_{12}$.

Estos parámetros se utilizarán para crear un vector aleatorio Y_1^0 con media $X_1\beta_1$, un

¹⁹ La llamaré población de equilibrio separador

²⁰ La llamaré población homogénea.

vector Y_2^0 con media $X_2\beta_2^0$ y otro vector Y_3^0 con media $X_3\beta_3^0$, todos con varianza Ω^0 .

Análogamente, se harán tres vectores más para el caso $k = 1$

Es decir, las variables independientes se obtuvieron de una distribución normal trivariada $N(\mu^k, \Omega^k)$, donde:

$$\mu^k = \begin{pmatrix} X_1\beta_1^k \\ X_2\beta_2^k \\ X_3\beta_3^k \end{pmatrix} \quad \beta_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \beta_2^1 = \begin{pmatrix} 0.5 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \beta_2^0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.5 \end{pmatrix} \quad \beta_3^1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \beta_3^0 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\Omega^0 = \begin{pmatrix} 1 & -0.5 & -0.5 \\ -0.5 & 1 & 0 \\ -0.5 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \Omega^1 = \begin{pmatrix} 1 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 1 & 0 \\ 0.5 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

c.1) Creación de las variables dependientes para el equilibrio separador

Las variables dependientes fueron simuladas a partir de una distribución normal multivariada. Es necesario simular un Y_1^k, Y_2^k y Y_3^k , recordando que $k = 0, 1$. La media de cada variable dependiente es el producto de su respectiva variable independiente por los betas correspondientes. La matriz de covarianza será Ω^k . Es decir, por ejemplo, Y_1^0 tendrá como media $X_1\beta_1^0$ y como matriz de covarianza Ω^0 .

Se han cuidado detalladamente las características de cada variable dependiente, por ejemplo: la variable de tasa de interés es continua. Además, se ha censurado la variable del colateral, para ello, se le permite tomar valores positivos y negativos y luego cada observación con valor negativo se iguala a cero. Por último, la variable de riesgo sólo reporta valores de cero o uno, de igual forma se simulan los datos a partir de la distribución normal multivariada y cada simulación positiva se convierte a uno y las negativas a cero.

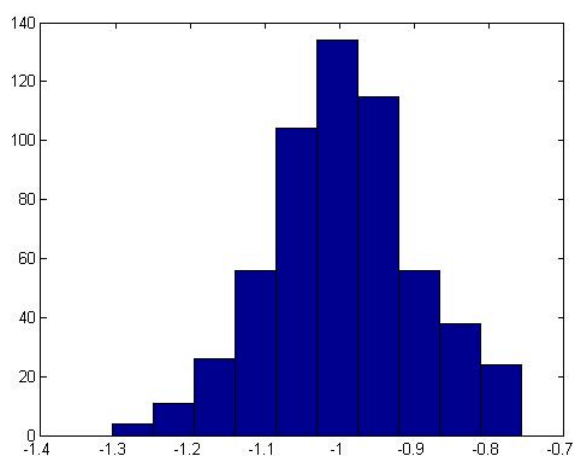
d.1) Agrupación de la población simulada para el equilibrio separador

Dado que $k = 0$ representa a los agentes de bajo riesgo, cada observación positiva del vector Y_1^0 tomará toda la información restante de ese agente simulado \hat{i} . Es decir, el vector $Y_{2\hat{i}}^0, Y_{3\hat{i}}^0, X_{1\hat{i}}^0, X_{2\hat{i}}^0, X_{3\hat{i}}^0$ de cada agente \hat{i} con observación $Y_{1\hat{i}}^0 > 0$. Análogamente, $k = 1$ representa a los agentes de alto riesgo, se utiliza para cada $Y_{1\hat{i}}^1 < 0$ su respectivo $Y_{2\hat{i}}^1, Y_{3\hat{i}}^1, X_{1\hat{i}}^1, X_{2\hat{i}}^1, X_{3\hat{i}}^1$. Por último, se agrupan todas las observaciones y de esta manera se tiene una población artificial mezclada, es decir, de bajo y de alto riesgo.

e.1) Estimación del equilibrio separador

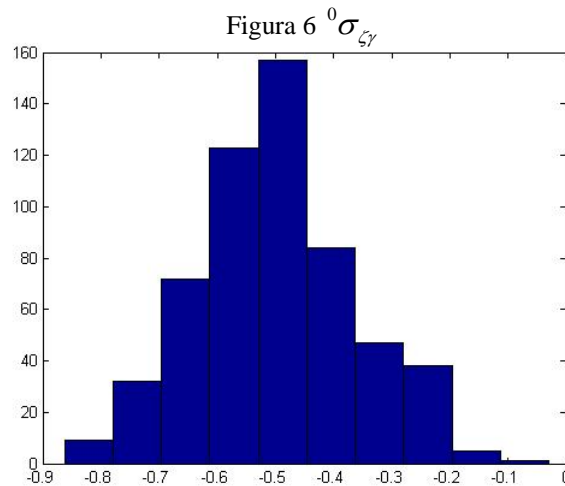
La estimación se replicó 600 veces, permitiendo conocer con mayor certeza si nuestro modelo promedia estimadores cercanos a los preestablecidos. El tiempo de la estimación varió de 6 a 9 minutos para cada simulación²¹. Los valores iniciales que se utilizaron son los de MCO para los β_2^k y β_3^k ; para β_1 se utilizaron valores aleatorios. La Figura 5 y la Figura 6 nos muestran los histogramas de dos parámetros para 600 simulaciones. El valor predeterminado para β_3^1 , mostrado en la Figura 5, fue de -1.

Figura 5 β_3^1



²¹ En un procesador Pentium D, 1GB RAM, Windows Vista, MATLAB R2007a

La Figura 6 muestra la gráfica para ${}^0\sigma_{\zeta\gamma}$, el cual fue preestablecido en -0.5.



ii) Población homogénea

b.2) Elección de los parámetros para la población homogénea

En este caso, los parámetros y las matrices de covarianza se eligen de manera que toda la población tenga sólo un tipo de riesgo. Es decir, $\beta_2^1 = \beta_2^0$, $\beta_3^1 = \beta_3^0$, ${}^0\sigma_{\varepsilon\gamma} = {}^1\sigma_{\varepsilon\gamma}$ y ${}^0\sigma_{\varepsilon\zeta} = {}^1\sigma_{\varepsilon\zeta}$. No obstante Ω^0 pudiera no ser idéntica a Ω^1 ²². De forma análoga a la población anterior, se crea un vector Y_1^1 con media $X_1\beta_1$. Vale la pena aclarar que pese a que las betas son iguales, $Y_2^0 \neq Y_2^1$ y $Y_3^0 \neq Y_3^1$ ²³.

De igual forma, las variables independientes se obtuvieron a partir de una distribución normal trivariada $N(\mu^k, \Omega^k)$, donde:

$$\mu^k = \begin{pmatrix} X_1\beta_1 \\ X_2^k\beta_2^k \\ X_3^k\beta_3^k \end{pmatrix} \quad \beta_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \beta_2^1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.4 \end{pmatrix} \quad \beta_2^0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.4 \end{pmatrix} \quad \beta_3^1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -0.3 \end{pmatrix} \quad \beta_3^0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -0.3 \end{pmatrix}$$

²² Esto debido a que no necesariamente se tiene que cumplir que ${}^0\sigma_{\zeta\gamma} = {}^1\sigma_{\zeta\gamma}$, es decir la covarianza entre la ecuación de tasa de interés y de colateral entre los individuos con $k=0$ y los individuos con $k=1$ no tiene por qué ser la misma.

²³ Debido a que $\Omega^0 \neq \Omega^1$ y a la forma en que la población se agrupa, que es idéntica al caso anterior.

$$\Omega^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0.3 & -0.5 \\ 0.3 & 1 & -0.6 \\ -0.5 & -0.6 & 1 \end{pmatrix} \quad \Omega^1 = \begin{pmatrix} 1 & 0.3 & -0.5 \\ 0.3 & 1 & 0.2 \\ -0.5 & 0.2 & 1 \end{pmatrix}$$

c.2) Creación de las variables dependientes para la población homogénea

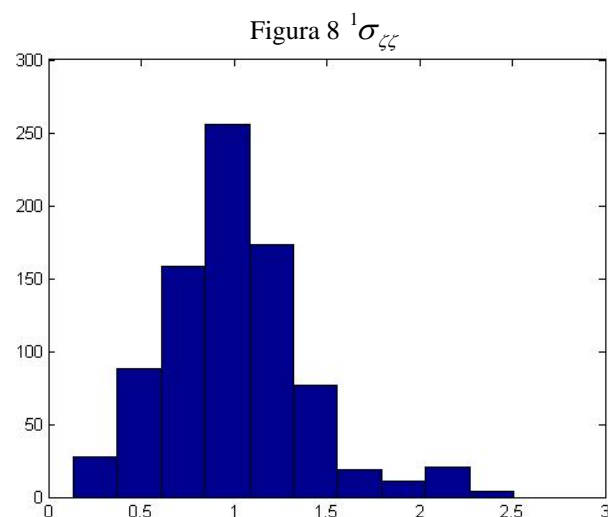
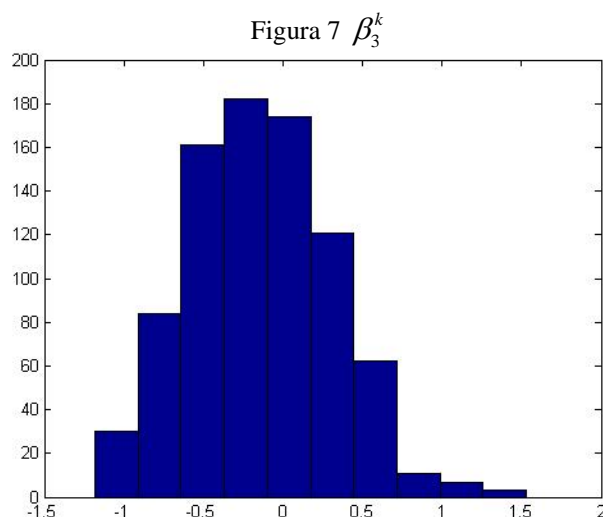
Para la creación de las variables independientes se utilizó el mismo criterio de la simulación del el caso anterior. La variable para tasa es continua. Por último, se censura la variable del colateral.

d.2) Agrupación de la población simulada para la población homogénea

La población se agrupa igual que en el equilibrio separador. Es decir, para los individuos con $k=0$ cada observación positiva del vector Y_1^0 , se toma su $Y_{2i}^0, Y_{3i}^0, X_{1i}, X_{2i}^0, X_{3i}^0$. De igual forma, para los individuos con $k=1$ se usa para cada $Y_{1i}^1 < 0$ su respectivo $Y_{2i}^1, Y_{3i}^1, X_{1i}, X_{2i}^1, X_{3i}^1$. Por último, se agrupan todas las observaciones.

e.2) Estimación para la población homogénea

La estimación se replicó el mismo número de veces que se realizó para el equilibrio separador. La Figura 7 nos muestra el histograma de β_3^k . La Figura 8 nos muestra el histograma de ${}^1\sigma_{\zeta\zeta}$.



f) Conclusiones de la simulación

Los resultados de la simulación muestran conclusiones positivas sobre el desempeño del modelo propuesto en este trabajo. Tanto los parámetros a estimar de la población del equilibrio separador como los parámetros de la población homogénea fueron estimados satisfactoriamente. Las figuras 5 a 8 en la parte de superior demuestran claramente una estimación apropiada del parámetro.

7. Comprobación de los resultados empíricos

Se ha puesto en perspectiva la capacidad del modelo para diferenciar dos tipos de equilibrios. En esta investigación, como se ha mencionado, no fue posible emplear datos reales debido a las cláusulas de confidencialidad de los bancos y a la mala calidad de los datos obtenidos de encuestas. Sin embargo, si se aplicara el modelo a datos reales sería necesario realizar una prueba de hipótesis. Ésta consistiría en ver si el equilibrio que distinguió nuestro modelo es estadísticamente diferente de otro tipo de equilibrio. Además de si es o no un equilibrio a la Bester.

a) *Comprobación de un equilibrio separador*

Entonces, si el modelo reconociera un equilibrio separador se necesitaría comprobar si estadísticamente los parámetros de $k = 0$ son diferentes a los de $k = 1$. Es decir, hacer una prueba de hipótesis con:

$$H_0 : \begin{pmatrix} \beta_2^0 = \beta_2^1 \\ \beta_3^0 = \beta_3^1 \\ \sigma_{\varepsilon\zeta}^0 = \sigma_{\varepsilon\zeta}^1 \\ \sigma_{\varepsilon\gamma}^0 = \sigma_{\varepsilon\gamma}^1 \end{pmatrix}$$

Esta prueba establece si los datos son mejor representados por un equilibrio separador o por un único equilibrio. La prueba de razón de verosimilitud consistirá en estimar de nuevo el modelo suponiendo H_0 . Luego se efectuaría dicha prueba ²⁴ de acuerdo a

Greene (2000) $-2 \ln \left(\frac{llk_R}{llk_{NR}} \right)$ ²⁵. Donde llk_R y llk_{NR} son el logaritmo de máxima

verosimilitud del modelo restringido y no restringido respectivamente. Por último, se interpretaría el resultado dependiendo de si se acepta o no la hipótesis para corroborar cuál representación del equilibrio es más adecuada para esa población.

b) *Comprobación de un equilibrio a la Bester*

El último paso para comprobar los resultados empíricos sería demostrar si el equilibrio que describen los resultados obtenidos es un equilibrio a la Bester, es decir, uno caracterizado por (t_β^*, t_α^*) , donde para t_β^* se tenga un $r_\beta^* > r_\alpha^*$ y un $c_\beta^* < c_\alpha^*$. Es necesario revisar esto pues cabe la posibilidad de un equilibrio separador con diversas combinaciones, no necesariamente con las propuestas por Bester. Es necesario

²⁴ Que se distribuye chi cuadrado con grados de libertad igual al número de restricciones impuestas

²⁵ Debido a que los parámetros en el modelo restringido se suponen igual para los dos regímenes no tendría porque existir una ecuación de cambio. Sin embargo, Xu argumenta de cualquier forma es válido usar esta prueba.

comprobar el modelo teórico de Bester para ver si los bancos hacen un monitoreo efectivo del riesgo de pago de los prestatarios.

Para realizar esto es necesario saber qué individuos pertenecen al régimen $k = 0$ y qué individuos, al otro. Sólo de esta forma identificaremos los parámetros. Necesitamos, pues, encontrar el valor esperado de las variables dependientes Y_2 y Y_3 , dado Y_1 , para determinar el régimen al que pertenece cada individuo. Es decir, se compararía $E[Y_2|Y_1 > 0]$ vs. $E[Y_2|Y_1 < 0]$ y $E[Y_3|Y_1 > 0]$ vs. $E[Y_3|Y_1 < 0]$. Sólo de esta manera sería posible de régimen que enfrenta cada individuo²⁶. Siendo, $E[Y_2|Y_1 > 0] =$, $E[Y_2|Y_1 < 0] =$, $E[Y_3|Y_1 > 0] =$ y $E[Y_3|Y_1 < 0]$.

Una vez que se obtiene esos resultados se podría hacer una prueba de *Wald*²⁷ que compare la tasa de interés del contrato i_β^* con la del contrato i_α^* . Siendo $H_0 : (r_\alpha^* = r_\beta^*)$, si esta prueba se rechaza se validaría una de las hipótesis de Bester. Por último, se haría lo mismo para el colateral, siendo $H_0 : (c_\alpha^* = c_\beta^*)$. Si ambas pruebas se rechazan, el equilibrio identificado por nuestro modelo empírico estaría de acuerdo al propuesto teóricamente por Bester. Es importante recalcar que si alguna de estas dos pruebas se acepta no sería equilibrio Bester.

8. Selección de datos

Los datos utilizados para plantear la estimación del modelo pertenecen a la “Encuesta basal sobre ahorro, crédito popular y microfinanzas rurales: Cuestionario para socios y no socios de Sociedades de Ahorro y Crédito Popular y BANSEFI”, levantada por Berumen durante el 2004. La muestra fue cautelosamente escogida para que

²⁶ Ver en anexo 2 para el desarrollo de la esperanza.

²⁷ Ver anexo 3.

características concordaran con las características descritas en la teoría. Sólo se eligió individuos que hayan pedido crédito para realizar un proyecto de inversión y se excluyó aquellos que solicitaron créditos de consumo.

La selección de datos cuenta con información de las características de los prestatarios y también incluye gran parte de las características que un banco debería obtener en las solicitudes de crédito: sexo, edad, escolaridad, estado civil, ocupación, tipo de vivienda, gasto mensual, créditos anteriores y propósito de los préstamos (compra de materia prima, compra de un animal, educación, maquinaria, entre otras). Como se mencionó, se debe reconocer la debilidad de los datos pues existen variables muy importantes como ingreso e historial de crédito que están pobremente medidas. También nuestra variable dependiente, tasa de interés, presenta muchos problemas debido a la naturaleza de los datos. Por esta razón excluimos a las tasas de interés que estuvieran por debajo de 2% y por encima de 200%.

a) Selección de variables

Dado que tratamos de modelar la relación banco-prestatario, las variables explicativas deben ser aquellas que el banco pueda observar en la solicitud de crédito. Para elegir con mayor precisión las variables se han tomado en cuenta estudios empíricos anteriores como el de Kinsey (1981), que analiza los factores que determinan la demanda de crédito tomando en cuenta variables como educación (*proxy* de ingreso), si es urbano o rural, su edad, o si posee casa propia. Un trabajo muy interesante acerca de la diferenciación en la demanda del crédito es el de Lindley y Selby (1977), ellos se cuestionan qué características determinan la demanda de diversos tipos de crédito y consideran variables como raza (negro o blanco), educación, número de hijos, ingreso, si tiene carro, si tiene casa, y si hay más de un ingreso por familia. Ahora bien, el

trabajo de Kinsey intenta determinar la demanda de crédito pero también deja en claro qué variables tienen una estrecha relación con la aplicación crediticia. El trabajo de Lindley y Selby, por su parte, al determinar la demanda de diversos tipos de crédito indirectamente están analizando las características que afectan la demanda de créditos más riesgosos. Por su parte, Chifeng (1963) realiza un estudio para determinar el riesgo crediticio de las empresas y encuentra que los principales determinantes del riesgo son las ganancias de la empresa y la razón promedio de deuda/activos. En esta misma línea, Gross y Souleles (2002) han estudiado qué características de las personas hacen que estas sean más proclives a declararse en *default* en su tarjeta de crédito. Para ello han empleando variables como edad del prestatario, límite del crédito, valuación de su riesgo, si trabaja o no, si cuenta con seguro o no y algunas otras variables macroeconómicas.

Una vez discutido el tipo de variables que he de elegir para el modelo empírico, explicaré lo que se puede hacer con las limitaciones en los datos. La muestra que he elegido incluye a 317 hogares de los cuales 127 son de un municipio urbano. La Tabla 2 presenta los principales resultados de las variables independientes, en la Tabla 3 he puesto las frecuencias de las variables dicotómicas y en la Tabla 4 presento las características de las variables dependientes:

Tabla 2. Estadística descriptiva variables continuas

Variables continuas	Promedio	Varianza	Desv est	Máximo	Mínimo	Mediana
Sueldo familiar	0.394	0.296	0.544	4.500	0.000	0.280
Edad del jefe/10	4.673	1.817	1.348	9.500	2.000	4.500
¿Cuántas personas viven?	4.703	3.899	1.974	11.000	1.000	4.500
Número de créditos en el último año	1.203	3.197	1.788	18.000	0.000	1.000
Gasto alimentos semanal per cápita cientos	0.834	0.505	0.711	400.000	1.167	66.667
Gasto en educación per cápita miles	0.807	2.646	1.627	20.000	0.029	0.500
Monto del préstamo cien miles	0.165	0.233	0.483	5.700	0.002	0.048

El *sueldo familiar* es una variable que tiene grandes limitaciones en su medición, por lo tanto he utilizado otras variables también para medir el ingreso. ¿Cuántas personas viven? refleja el número de habitantes en la casa del prestatario. *Gasto en alimentos y gasto en educación* también los he usado como proxis de ingreso.

Tabla 3. Estadística descriptiva variables dicotómicas

Variables Dummy	Frecuencia
Dummy para urbano	127
¿Terminó secundaria?	249
¿Tiene casa propia?	264
¿El jefe habla lengua indígena?	92
Dummy para teléfono	102
¿Tiene seguro de vida o de la casa?	11
Dummy para negocio no agrícola	119
¿Tiene lavadora?	155
¿Cuenta con otro préstamo?	23
¿Cuentas de ahorro con saldo positivo?	141
¿Tiene un negocio?	117
¿Alguien posee otra casa?	21

Debido a las características de México, la dummy para teléfono la considero como un proxy de capacidad para respetar contratos. La dummy para lavadora la he considerado también como Proxy de ingreso.

Tabla 4. Variables dependientes

Variables	Promedio	Prom colateral>0	Varianza	Desv est	MIn	Máx
Monto de colateral	0.45009335	1.616244318	2.115	1.4544	1900	10
Tasa anual efectiva	0.10269732		0.0459	0.21424	0.02	1.690

Al hacer este ejercicio estadístico, el autor se dio cuenta de que había muchos datos perdidos y aberrantes. En algunas ocasiones era muy claro ver que el dato que se presentaba en la escuela no podía ser real²⁸.

9. Conclusiones finales

Esta tesina ha propuesto un modelo empírico para determinar el equilibrio en el mercado de crédito y enriquecer los trabajos sobre la naturaleza y características de dicho equilibrio. La teoría sugiere que las ecuaciones de interés y colateral están relacionadas y, por lo tanto, deben de estimarse simultáneamente. De manera novedosa, esta tesina plantea un modelo cambiante con punto de cambio no observado capaz de estimar éstas ecuaciones simultáneamente y determinar el riesgo no observado de los

²⁸ Tasas de interés anuales por encima de 3500% o demasiado cercanas a cero.

prestatarios. Se asume que los prestatarios pertenecen a la población de alto o de bajo riesgo de acuerdo a una probabilidad asignada por la función cambiante. Se ha puesto en perspectiva la capacidad de nuestro modelo para diferenciar entre dos tipos de equilibrio. Además, la formulación propuesta permite controlar la decisión simultánea de tasa de interés y colateral que afecta la decisión de cada prestatario. Una vez obtenidos los parámetros, la especificación del modelo también permite comprobar el posible equilibrio.

El modelo propuesto en el presente trabajo ha sido probado con un estudio de simulación, con resultados satisfactorios: la distribución de los valores estimados giran en torno a la media del valor preestablecido para cada parámetro. No obstante, el modelo se puede ver perjudicado por valores iniciales no adecuados. Sin embargo, es posible emplear este modelo econométrico para analizar si el modelo teórico de Bester se apega o no a la realidad.

El objetivo de separar a los prestatarios por su nivel de riesgo es aumentar la eficiencia del mercado de crédito. Esto se logra estableciendo mecanismos de autoselección que permitan evitar la selección adversa. De esta manera, los prestamistas pueden otorgar un crédito con una mayor probabilidad de que los prestatarios cumplan sus obligaciones de acuerdo a lo establecido.

No cabe duda que la aproximación presentada en esta investigación representa un considerable avance en la literatura empírica del mercado de crédito. Al permitir que las ecuaciones de tasa de interés y colateral interactúe con la ecuación del riesgo de los prestatarios y descubran la distribución del riesgo, se evitan problemas de arbitrariedad que se pudieran tener si se impone la distribución del riesgo de los prestatarios exógenamente. No imponer ninguna distribución exógena *a priori* del riesgo de los prestatarios, permitir la decisión de colateral y tasa de interés se tomen al mismo tiempo

y que esta decisión pueda ser usada como mecanismo de autoselección es, sin lugar a dudas, lo propuesto de Bester en su investigación y el modelo aquí presentado permite desarrollar en un plano empírico lo propuesto en esa teoría.

Es fundamental hacer hincapié en la importancia del desarrollo del mercado financiero en este preciso momento ya que una gran preocupación mundial ha sido ocasionada por las recientes turbulencias en los mercados de crédito. De hecho, el Director Gerente del Fondo Monetario Internacional advirtió en los últimos meses sobre riesgos asociados a la “complacencia respecto del riesgo crediticio” (Rato, 2007). Durante el último año, es común observar en las noticias notas de alarma por la crisis del mercado de bienes raíces en los Estados Unidos. Incluso, Alan Greenspan menciona que la crisis fue un “accidente que se esperaba pasara”, que si no se daba en el mercado de créditos hipotecarios se daría en algún otro mercado porque el riesgo estaba bastante subvaluado (2007). Es temprano para hacer una evaluación del impacto de la crisis hipotecaria de los Estados Unidos en la economía mundial; sin embargo, los efectos y la alarma de los inversionistas ya son notables.

Nuestro país no está exento de una crisis en el mercado de crédito. Por ello es necesario revisar a detalle los créditos hipotecarios y los créditos de las tarjetas bancarias y determinar si existe o no riesgo de una crisis en nuestro país, sobre todo después del período de relativa abundancia de las tarjetas y los créditos hipotecarios. *La Jornada* (González, 2007) señala que entre el 2005 y el 2006 la cartera vencida de la banca, causada por tarjetas de crédito, registró tasas de crecimiento mayores a 100%, alcanzando niveles de casi el 6% del total de los préstamos. La misma fuente afirma que después de la crisis de 1994 la banca se mantuvo pasiva en la asignación de préstamos. Sin embargo, a partir del 2003 el crédito al consumo ha aumentado por encima del 60%. En el mismo sentido, (Castro, 2006) Enrique Arias Zamarripa, director

de Registro y Análisis Financiero de Condusef, afirma que los bancos no llevan a cabo un buen análisis del riesgo e incluso argumenta que en algunos ni siquiera se llenan un formato de solicitud de tarjeta de crédito. El riesgo de caer en una crisis crediticia es latente pero no se ha hecho un estudio empírico adecuado para confirmar esto. Por estas razones el modelo propuesto es relevante para la determinación de la política económica en México, pues permitirá tener certeza de la evaluación que realizan los bancos del monitoreo del riesgo de los prestatarios.

Alan Greenspan menciona que en los cinco años anteriores a la crisis hipotecaria en los Estados Unidos, el deseo por el riesgo financiero era insaciable y que el precio del riesgo estaba muy por debajo de su valor real (2007). Este mismo autor menciona (2007) que ha observado por más de media década que la política monetaria de los bancos centrales no puede controlar que el riesgo sea subvaluado. Entonces, si los intermediarios financieros no hacen correctamente su trabajo de monitoreo, nada evitará una crisis. Por todo lo anterior, el modelo expuesto en esta tesina es fundamental para el porvenir económico no sólo de nuestro país sino de la economía mundial.

Las ventajas de contar con mercados de crédito sólidos son conocidas. Estos mercados desempeñan una función esencial en la movilización del ahorro y su asignación a inversiones productivas. Además, mercados de crédito con un buen manejo del riesgo ofrecerán una fuente de financiamiento estable para los sectores público y privado. Como afirman los grandes teóricos de desarrollo económico, la inversión es un motor fundamental para el crecimiento económico. En gran parte, la inversión depende del crédito que los agentes puedan obtener. Entonces, la solución a la cartera vencida no es el racionamiento de los créditos. La mejor opción es que los prestamistas otorguen créditos *ad hoc* al riesgo del prestatario.

En resumen, el mercado de crédito es cada vez más importante para el desarrollo económico. Los gobiernos, los bancos centrales, las autoridades regulatorias y el sector privado deben contribuir a fomentar el establecimiento de mercados de crédito sólidos. Evaluar si los intermediarios financieros realizan monitoreo del riesgo eficientes es una tarea fundamental para el sano crecimiento de la economía. Si se desea prevenir una crisis o potenciar el crecimiento económico es necesario evaluar el monitoreo del riesgo de incumplimiento en el mercado de crédito. El modelo que se presentó en esta tesina permite evaluar dicho monitoreo del riesgo; y cuando esta evaluación se realice satisfactoriamente, las políticas económicas podrán plantear las directrices para diseñar contratos y mecanismos que palien los problemas de información en el mercado de crédito.

10. Bibliografía.

- Abbring, J., Pierre-André Chiappori, James Heckman y Jean Pinquet. 2003. Adverse Selection and Moral Hazard In Insurance: Can Dynamic Data Help to Distinguish? *Journal of the European Economic Association* 1(2-3).
- Besanko, D. y Anjan V. Thakor. 1987. Collateral and Rationing: Sorting Equilibria in Monopolistic and Competitive Credit Markets. *International Economic Review* 28(3).
- Bester, H. 1985. Screening vs. Rationing in Credit Markets with Imperfect Information. *The American Economic Review* 75(4).
- Bester, H. 1987. The Role of Collateral in Credit Markets with Imperfect Information. *European Economic Review* 31 (13).
- Boot, A. y A. V. T. 1994. Moral Hazard and Secured Lending in an Infinitely Repeated Credit Market Game. *International Economic Review* 354 (22).
- Castro, Rubén. 2006. Alza en cartera vencida ¿con consecuencias? El Universal. <http://www.eluniversal.com.mx/tudinero/1781.html> (17 de febrero, 2008)
- Comisión Nacional Bancaria y de Valores. 2006. *Glosario*. <http://www.cnbv.gob.mx> (3 de febrero de 2006)
- De Meza, D., y David C. Webb 2006. Credit Rationing: Something's Gotta Give. *Economica* 73 (16).
- Del Ángel, G. A., Stephen Haber y Aldo Musacchio. 2006. Normas Contables Bancarias en México: Una guía de los cambios para legos diez años después de la crisis bancaria de 1995. *El Trimestre Económico* 734 (23).
- Dickens, W. T., and Kevin Lang. 1985. A Test of Dual Labor Market Theory. *The American Economic Review* 754 (14).
- Edelberg, W. 2004. Testing for adverse selection and moral hazard in consumer loan markets. *Finance and Economics Discussion Paper Series, Board of Governors of the Federal Reserve System*.

- El Economista. 2007. La crisis hipotecaria en EEUU obliga a American Home Mortgage a declararse en quiebra. Agosto 6, Empresas. <http://www.eleconomista.es/empresas-finanzas/noticias/257665/08/07/Economia-Empresas-La-crisis-hipotecaria-en-EEUU-obliga-a-American-Home-Mortgage-a-declararse-en-quiebra.html> (17 de febrero, 2008)
- Freixas, X. y Rochet, J.C. 1997. *Microeconomics of banking*, MIT Press. London.
- Gale Douglas, y Hellwig, Martin. 1985. Incentive-Compatible Debt Contracts: The One-Period Problem. *Review of Economic Studies* 52.
- González, Roberto. 2007. Cartera vencida por tarjetas de crédito en 2006 triplica la de 1996. La Jornada. <http://www.jornada.unam.mx/2007/02/16/index.php?section=economia&article=028n1eco> (17 de febrero, 2008)
- Greenspan, Alan. 2007. The roots of the mortgage crisis The Wall Street Journal. <http://opinionjournal.com/editorial/feature.html?id=110010981> (17 de febrero, 2008)
- Gross, David B. y Nicholas S. Souleles. 2002. An Empirical Analysis of Personal Bankruptcy and Delinquency. *The Review of Financial Studies*. 15 (1).
- Harber, S. 2004. Mexico's Experiments with Bank Privatization and Liberalization, 1991-2003. Draft.
- Hellmann, T., y Joseph Stiglitz. 2000. Credit and equity rationing in markets with adverse selection. *European Economic Review* 44 (24).
- Hu, X. a. F. S. 1998. Investment and Capital Market Imperfections: A Switching Regression. *The Review of Economics and Statistics*.
- Jen, Frank Chifeng. 1963. The Determinants of the Degree of Insufficiency of Bank Credit to Small Business. *The Journal of Finance*. 18 (4)
- Kinsey, Jean. 1981. Determinants of Credit Card Accounts: An Application of Tobit Analysis. *The Journal of Consumer Research*. 8 (2)

- Levine, Ross. 1997. Financial Development and Economic Growth: Views and Agenda. *Journal of Economic Literature*, 35.
- Lindley, James T. y Edward B. Selby Jr. 1977. Differences between Blacks and Whites in the Use of Selected Financial Services. *American Journal of Economics and Sociology*, 36 (4)
- Maddala, G. S. 1983. *Limited-dependent and qualitative variables in econometrics*. Cambridge. New York.
- Mishkin , Frederic S. 1996. Understanding Financial Crises: A Developing Country Perspective, World Bank: Washington D.C..
- Rato, Rodrigo. 2007. Crecimiento económico y desarrollo del mercado financiero: Fortalecimiento de la integración. Fondo Monetario Internacional. <http://www.imf.org/external/np/speeches/2007/082207s.htm> (17 de febrero, 2008)
- Schmidt-Mohr, U. 1997. Rationing Versus Collateralization in Competitive and Monopolistic Credit Markets with Asymmetric Information. *European Economic Review* 41.
- Stiglitz, J. E., y Andrew Weiss 1981. Credit Rationing in Markets with Imperfect Information. *The American Economic Review* 713.
- Stiglitz, J. E., y Andrew Weiss. 1987. Credit Rationing: Reply. *The American Economic Review* 771.

Anexo 1

El logaritmo de verosimilitud está dado por

$$\ln L = \ln \left(\prod_{C_i^k=0} [L_{1i} + L_{2i}] \prod_{C_i^k>0} [L_{3i} + L_{4i}] \right)$$

donde,

tipo de agente =0,1 → k σ_ζ^2 ← exponente

μ^k ← tipo de agente =0,1

ϕ es la función de probabilidad de distribución normal estándar

ϕ_2 es la función de probabilidad de distribución bivariada normal estándar

Φ es la función de acumulada de distribución normal estándar

Φ_2 es la función de acumulada de distribución bivariada normal estándar

Recordemos que L_{1i} es la ecuación para los prestatarios de bajo riesgo con colateral censurado y su respectiva tasa de interés

$$\begin{aligned} L_{1i} &= \Pr(R_i^* < 0, C_i^{0*} < 0, r_i^0) = \Pr(\varepsilon_i < -X_{1i}B_1, \zeta_i^0 < -X_{2i}B_2^0, \gamma_i^0) = \\ & \int_{-\infty}^{-X_{1i}B_1 - X_{2i}B_2^0} \int_{-\infty}^{-X_{1i}B_1 - X_{2i}B_2^0} f(\varepsilon_i, \zeta_i^0, \gamma_i^0) d\zeta_i^0 d\varepsilon_i = \int_{-\infty}^{-X_{1i}B_1 - X_{2i}B_2^0} \int_{-\infty}^{-X_{1i}B_1 - X_{2i}B_2^0} f(\varepsilon_i, \zeta_i^0 | \gamma_i^0) f(\gamma_i^0) d\zeta_i^0 d\varepsilon_i = \\ & f(\gamma_i^0) \int_{-\infty}^{-X_{1i}B_1 - X_{2i}B_2^0} \int_{-\infty}^{-X_{1i}B_1 - X_{2i}B_2^0} f(\varepsilon_i, \zeta_i^0 | \gamma_i^0) d\zeta_i^0 d\varepsilon_i = \frac{1}{\sigma_\gamma} \phi\left(\frac{\gamma_i^0}{\sigma_\gamma}\right) \Phi_2\left(\frac{-X_{1i}B_1 - \mu^0}{1}, \frac{-X_{2i}B_2^0 - \mu^0}{\sqrt{\sigma_\zeta^2}}, \rho_{\varepsilon\zeta}^0\right) \end{aligned}$$

Recordemos que L_{2i} es la ecuación para los prestatarios de alto riesgo con colateral censurado y su respectiva tasa de interés

$$\begin{aligned} L_{2i} &= \Pr(R_i^* > 0, C_i^{1*} < 0, r_i^1) = \Pr(\varepsilon_i > -X_{1i}B_1, \zeta_i^1 < -X_{2i}B_2^1, \gamma_i^1) = \\ & \int_{-X_{1i}B_1}^{-\infty} \int_{-\infty}^{-X_{2i}B_2^1} f(\varepsilon_i, \zeta_i^1, \gamma_i^1) d\zeta_i^1 d\varepsilon_i = \int_{-X_{1i}B_1}^{-\infty} \int_{-\infty}^{-X_{2i}B_2^1} f(\varepsilon_i, \zeta_i^1 | \gamma_i^1) d\zeta_i^1 d\varepsilon_i = \\ & f(\gamma_i^1) \int_{-X_{1i}B_1}^{-\infty} \int_{-\infty}^{-X_{2i}B_2^1} f(\varepsilon_i, \zeta_i^1 | \gamma_i^1) d\zeta_i^1 d\varepsilon_i = \frac{1}{\sigma_\gamma} \phi\left(\frac{\gamma_i^1}{\sigma_\gamma}\right) \Phi_2\left(\frac{-X_{1i}B_1 - \mu^1}{1}, \frac{-X_{2i}B_2^1 - \mu^1}{\sqrt{\sigma_\zeta^2}}, \rho_{\varepsilon\zeta}^1\right) \end{aligned}$$

Donde asumimos que

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_i \\ \zeta_i^k \end{pmatrix} | \gamma_i^k \sim N \left(\begin{pmatrix} \mu_{\varepsilon_i}^k \\ \mu_{\zeta_i}^k \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} {}^k\sigma_\gamma^2 & {}^k\sigma_{\varepsilon\zeta} \\ {}^k\sigma_{\varepsilon\zeta} & {}^k\sigma_\zeta^2 \end{pmatrix} \right)$$

donde $\mu_{\varepsilon_i}, \mu_{\zeta_i}^k, {}^k\sigma_{\varepsilon\zeta}$ y ${}^k\sigma_\zeta^2$ son calculados de Greene (2000, p. 87)

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_i \\ \zeta_i^k \end{pmatrix} | \gamma_i^k \sim N \left(\begin{pmatrix} {}^k\sigma_{\varepsilon\gamma} \\ {}^k\sigma_{\zeta\gamma} \end{pmatrix} \frac{1}{{}^k\sigma_\gamma^2} \gamma_i, \begin{pmatrix} 1 & {}^k\sigma_{\varepsilon\zeta} \\ {}^k\sigma_{\varepsilon\zeta} & {}^k\sigma_\zeta^2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} {}^k\sigma_{\varepsilon\gamma} \\ {}^k\sigma_{\zeta\gamma} \end{pmatrix} \frac{1}{{}^k\sigma_\gamma^2} \begin{pmatrix} {}^k\sigma_{\varepsilon\gamma} & {}^k\sigma_{\zeta\gamma} \end{pmatrix} \right)$$

Además, $\rho_{\varepsilon\zeta}^k = \frac{{}^k\sigma_{\varepsilon\zeta}}{\sqrt{({}^k\sigma_\varepsilon^2)({}^k\sigma_\zeta^2)}}$, $\rho_{\varepsilon\zeta}^k = \frac{{}^k\sigma_{\zeta\gamma}}{\sqrt{({}^k\sigma_\varepsilon^2)({}^k\sigma_\zeta^2)}}$ es el coeficiente de correlación.

L_{3i} es la ecuación para los prestatarios de bajo riesgo con colateral mayor a cero y su respectiva tasa de interés

L_{4i} es la ecuación para los prestatarios de alto riesgo con colateral mayor a cero y su respectiva tasa de interés

$$L_{3,4i} = \Pr(R_i^* < 0, C_i^{k*}, r_i^k) = \Pr(\varepsilon_i < -X_{li}B_1, \zeta_i^k, \gamma_i^k)$$

$$L_{3i} = \int_{-\infty}^{-X_{li}B_1} f(\varepsilon_i, \underbrace{\zeta_i^0, \gamma_i^0}_{\text{son continuas}}) d\varepsilon_i = f(\zeta_i^0, \gamma_i^0) \int_{-\infty}^{-X_{li}B_1} f(\varepsilon_i | \zeta_i^0, \gamma_i^0) d\varepsilon_i =$$

$$L_{3i} = \frac{1}{\sqrt{{}^0\sigma_\zeta^2 {}^0\sigma_\gamma^2}} \phi_2 \left(\frac{\zeta_i^0}{\sqrt{{}^0\sigma_\zeta^2}}, \frac{\gamma_i^0}{\sqrt{{}^0\sigma_\gamma^2}}, {}^0\rho \right) \Phi \left(\frac{-X_{li}B_1 - \mu_{\varepsilon_i}^0}{1 - \begin{pmatrix} {}^0\sigma_{\varepsilon\zeta} & {}^0\sigma_{\varepsilon\gamma} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^0\sigma_\zeta^2 & {}^0\sigma_{\varepsilon\gamma} \\ {}^0\sigma_{\varepsilon\gamma} & {}^0\sigma_\gamma^2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} {}^0\sigma_{\varepsilon\zeta} \\ {}^0\sigma_{\varepsilon\gamma} \end{pmatrix}} \right),$$

$$L_{4i} = \int_{-X_{li}B_1}^{-\infty} f(\varepsilon_i, \zeta_i^1, \gamma_i^1) d\varepsilon_i = f(\zeta_i^1, \gamma_i^1) \int_{-X_{li}B_1}^{-\infty} f(\varepsilon_i | \zeta_i^1, \gamma_i^1) d\varepsilon_i =$$

$$L_{4i} = \frac{1}{\sqrt{{}^1\sigma_\zeta^2 {}^1\sigma_\gamma^2}} \phi_2 \left(\frac{\zeta_i^1}{\sqrt{{}^1\sigma_\zeta^2}}, \frac{\gamma_i^1}{\sqrt{{}^1\sigma_\gamma^2}}, {}^1\rho \right) \Phi \left(\frac{X_{li}B_1 + \mu_{\varepsilon_i}^1}{1 - \begin{pmatrix} {}^k\sigma_{\varepsilon\zeta} & {}^k\sigma_{\varepsilon\gamma} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^k\sigma_\zeta^2 & {}^k\sigma_{\varepsilon\gamma} \\ {}^k\sigma_{\varepsilon\gamma} & {}^k\sigma_\gamma^2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} {}^k\sigma_{\varepsilon\zeta} \\ {}^k\sigma_{\varepsilon\gamma} \end{pmatrix}} \right)$$

donde

$$(\varepsilon_i) | \zeta_i^k, \gamma_i^k \sim N \left((\mu_{\varepsilon_i}^k), ({}^k\sigma_\varepsilon^2) \right)$$

Anexo 2

Para $E[Y_2 | Y_1 > 0] = E[X_2\beta_2^1 + \zeta_2^1 | X_1\beta_1 + \varepsilon_i > 0] = X_2\beta_2^1 + E[\zeta_2^1 | \varepsilon_i < -X_1\beta_1]$; además,

$$E[\zeta_2^1 | \varepsilon_i < -X_1\beta_1] = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \zeta_2^1 f(\varepsilon_i, \zeta_2^1) \partial\varepsilon_i \partial\zeta_2^1}{\Phi(X_1\beta_1)}. \text{ Esto se hace análogamente para el caso}$$

$Y_1 < 0$ cambiando los límites de integración y empleando el coeficiente de varianza adecuado.

Luego, $E[Y_3 | Y_1 > 0] = 0 \Pr(Y_3^* \leq 0 | Y_1 > 0) + E[X_3\beta_3^1 + \gamma_3^1 | Y_1 > 0] \Pr(Y_3^* > 0 | Y_1 > 0)$.

$$\text{Además, } \Pr(Y_3^* > 0 | Y_1 > 0) = \frac{\int_{-X_3\beta_3 - X_1\beta_1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\varepsilon_i, \gamma_3^1) \partial\varepsilon_i \partial\gamma_3^1}{\Phi(X_1\beta_1)} = \Phi_2(X_1\beta_1, X_3\beta_3, \rho)$$

Anexo 3

La prueba de *Wald* (Greene, 2000), como se ha dejado en claro, esta prueba debe realizarse tanto para la tasa de interés como para el colateral. Entonces, llamemos

$\theta_k = r_k, c_k$. La prueba quedaría de la siguiente manera:

$$H_0 : \theta_\alpha = \theta_\beta, \text{ versus, } H_1 : \theta_\alpha \neq \theta_\beta$$

$$W = [\theta_\alpha - \theta_\beta] (\text{Var}[\theta_\alpha - \theta_\beta])^{-1} [\theta_\alpha - \theta_\beta]$$

Además, $W \sim \chi_{(1)}$

Donde la matriz de covarianza debe ser estimada asintóticamente mediante el Método Delta.