CIDE

NÚMERO 111

Juan Manuel Torres Rojo

EL MANEJO DEL RIESGO EN EL DISEÑO DE UNA RACIÓN ALIMENTARIA: UN ENFOQUE DE TEORÍA DE CARTERAS

Resumen

Se describen tres tipos de riesgo que usualmente se presentan en el diseño de una ración de costo mínimo: el riesgo nutricional , el riesgo de mercado y el riesgo por volatilidad. El problema de la ración se formula como un problema de minimización de varianzas de contenidos nutricionales y costos, sujeto a restricciones de máximo riesgo de mercado y las restricciones usuales de requerimientos nutricionales. El riesgo de mercado se evalúa con el Modelo de Fijación de Precios de Activos de Capital, mientras que el riesgo por volatilidad se incluye con la posibilidad de compra de futuros de ingredientes a ser usados en la ración. La ración obtenida con este modelo se compara con raciones obtenidas a través de formulaciones estocásticas. Las comparaciones muestran poca diferencia entre los contenidos de los ingredientes principales y costos de la ración. El modelo es de utilidad en condiciones de alta variación de precios de ingredientes.

Palabras clave: Formulación de raciones, Riesgo, Modelos de varianza mínima.

Introducción

Tradicionalmente, el problema de la dieta o ración óptima se ha concebido como la minimización de costos de los ingredientes sujeto a la restricción de satisfacer ciertos requerimientos nutricionales. Tal problema se ha tratado de resolver con diferentes algoritmos, usando desde análisis marginal (Stigler, 1945; Prato, 1973), pasando por programación lineal (Smith, 1959; Dantizing, 1963; Bassi, 1976) y métodos interiores (Marsten *et al.*, 1990), hasta recientes formulaciones con programación estocástica (Van De Panne y Popp, 1963; Shutze y Benoff, 1981). Sobre la formulación básica se han desarrollado una gran cantidad de adecuaciones; así por ejemplo se han incluido restricciones de ganacia de peso a través de modelos lineales de estimación de requerimientos nutricionales (Beuchemin y Buchannan-Smith, 1989; Mendoza *et al.*, 1992), restricciones de uso (máximo o mínimo) de ingredientes, o incluso restricciones sobre proporciones que deban guardar algunos o todos los (Dantizing, 1990).

En años recientes los nutriólogos y grandes corporaciones de alimentos balanceados han dejado atrás el problema tradicional de minimización de costos de una dieta por un problema cada vez más importante, aquel de la variación en el contenido nutricional de los ingredientes empleados. Este problema se ha considerado sobretodo en aquellas empresas con alto consumo de ingredientes, en las cuales el *stock* puede tener muy diversos orígenes y antigüedad, o bien en empresas donde existen deficiencias en el mezclado de ingredientes o incluso deficiencias en el análisis nutricional. La importancia del problema radica en que tal variación puede dar por resultado una dieta de alto costo, no sólo por la cantidad de ingredientes empleados, sino por la pérdida de eficiencia en el funcionamiento animal (Duncan, 1986). En algunos países se han dado ejemplos de demandas judiciales en contra de industrias de alimentos balanceados porque tales alimentos no contienen los niveles nutricionales que se asegura. Industrias como la avícola, porcícola, la de producción de ganado de pie de cría y la crianza de caballos de carrera, requieren de dietas con niveles nutricionales muy precisos, sobre los que se fundamenta el éxito de la cría (D'Alfonso, 1991) o sistema de producción.

Además de la variación en el contenido nutricional, el productor, empresario o nutriólogo enfrentan otros problemas que incorporan un cierto nivel de riesgo en la dieta seleccionada; entre estos problemas se tiene la variación en los precios de los ingredientes y la variación en las necesidades reales tanto de ingredientes como de requerimientos. Tal variación hace que cualquier dieta que podría ser llamada "óptima", sólo por considerar el mínimo costo en un momento determinado, no lo sea realmente, sino por el contrario, genere mayores costos.

En este artículo se intenta brindar una alternativa más al problema de manejar las variaciones nutricionales de los ingredientes o riesgo nutricional, sin perder de vista el objetivo fundamental de obtener una dieta de bajo costo que reúnan los requerimientos nutricionales. Adicionalmente se consideran otros riesgos a los que el nutriólogo o productor pueden estar expuestos, así como una propuesta de su evaluación. El artículo se integra de la siguiente forma. En la siguiente sección se hace una breve reseña de los tipos de riesgo que pudiese enfrentar un nutriólogo o productor al definir una ración, así como un criterio de evaluación de los mismos. En la tercera sección se presenta el modelo de programación matemática que permite incluir todos los riesgos, mientras que en la cuarta sección se discuten algunas particularidades del modelo de riesgo propuesto. En la quinta sección se hace una comparación del modelo con los resultados de D'Agostino *et al.*(1992) Finalmente en la última sección se ofrecen algunas conclusiones relevantes.

TIPOS DE RIESGO

Se ha señalado que el riesgo es un factor muy importante en el diseño de una dieta, sin embargo su evaluación e incorporación en la práctica frecuentemente resulta complicado. Comúnmente la forma de manejarlo es establecer algún criterio cuantitativo de evaluación, una vez evaluado se le define un valor o "castigo" y éste se maneja a través de algún mecanismo de precios. Así, ingredientes con mayor riesgo tendrán un mayor "castigo" y por lo tanto se usaran menos que aquellos con menor riesgo. El riesgo frecuentemente se mide por la variación de la variable con respecto al valor esperado, la medida de uso más común es la varianza. De esta forma, la varianza de los precios de mercado de los ingredientes identificaría el riesgo en el mercado de ingredientes; por su parte, la varianza de los contenidos nutricionales de ingredientes de la misma fuente podría identificar el riesgo de la variación nutricional de cada ingrediente. Sin embargo, existen otros criterios para incorporar el efecto del riesgo en diferentes variables, claro esta que ello depende del tipo de riesgo que se desee evaluar. A continuación se señalan algunos de los tipos de riesgo más comunes y una propuesta de su evaluación.

Riesgo de calidad nutricional

Se debe a variaciones en la calidad nutricional (contenido de nutrientes) de ingredientes de diferentes fuentes y de la misma o diferente longevidad. Este riesgo se evalúa a través de la variación del contenido nutricional de cada ingrediente; nutrientes con mayor varianza tiene mayor riesgo. Originalmente el problema se atacó adicionando márgenes de seguridad en los requerimientos nutricionales, ajustando los niveles medios de nutrientes por una proporción de su desviación estándar (Nott y Combs, 1967; Shutze y Benoff, 1981). Posteriormente se adoptó una forma de programación estocástica a través de formulaciones no lineales que incorporan la media y varianza de los niveles de nutrientes (Van De Panne y Popp, 1963; Rahman y Bender, 1971; D'Alfonso *et al.*, 1992, 1993; Cravener *et al.*, 1994; Roush *et al.*, 1996). A la fecha esta formulación ha sido exitosa en incorporar el efecto de la variación nutricional y aunque el uso de la computadora personal ha hecho más accesible este tipo de modelos, las formulaciones de raciones complejas todavía tienen muchas limitantes en su aplicación práctica. Otros intentos por resolver este problema han considerado el uso de la simulación Monte Carlo con soluciones repetidas (Brennan y Hoffman, 1989; Mainland, 1994), o bien la solución del problema con la estimación de valores esperados (Leung *et al.*, 1992).

Una típica formulación estocástica modifica las restricciones de requerimientos por restricciones de la forma:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j - L_i \sqrt{\sum_{j=1}^{n} \sigma_{ij}^2 x_j^2} \geq r_i \qquad (1)$$

donde a_{ij} representa el valor medio del nutriente i en el ingrediente j, σ^2_{ij} es la varianza del nutriente i en el ingrediente j, x_j representa la cantidad del *j-ésimo* ingrediente en la ración, r_i representa el *i–ésimo* el requerimiento nutricional y L_i identifica el nivel de confiabilidad al que se desea ajustar el *i–ésimo* requerimiento.

Este tipo de riesgo es mucho más complejo de lo que comúnmente se ha tratado en la bibliografía, ya que la variación en el contenido de un nutriente en un ingrediente puede variar el contenido de otro nutriente en el mismo ingrediente; ello debido a diferentes alteraciones bioquímicas que puedan existir. Esto es, existe una correlación entre la variación de los contenidos nutricionales dentro de un mismo ingrediente (Shutze y Benoff, 1981), efecto que no considera la restricción (1).

Considere un lote o conjunto de lotes para un ingrediente en particular. Asuma que usted toma n_{ij} muestras para determinar el contenido del nutriente i en el ingrediente j (Shutze y Benoff, 1981). Si en la *k-ésima* muestra la proporción del nutriente i en el ingrediente j se denota por p_{ijk}., entonces un estimador de la proporción media del nutriente i en el ingrediente j (p_{ij}) estaría definida por:

$$p_{ij} = \sum_{k} p_{ijk} / n_{ij}$$

La variación total en el ingrediente también puede ser estimada de forma directa. Para ello asuma que σ_{ij} representa la desviación estándar del nutriente i en el ingrediente j, entonces un estimador de la varianza total del ingrediente j ($Var(j)$)estaría definido por:

$$Var(j) = \sigma_j^2 = \sum_{i} \sum_{k} \sigma_{ij}\, \sigma_{kj}\, \rho_{ikj}\, p_{ij}\, p_{kj}$$

donde ρ_{ikj} representa la correlación entre los contenidos nutricionales de los nutrientes i y k contenidos en el ingrediente j. Si el valor de la covarianza entre los nutrientes del *j-ésimo* ($Cov_j\ (i, k)$) ingrediente es conocido, entonces su varianza total del *j-ésimo* ingrediente se puede estimar como:

$$Var(j) = \sigma_j^2 = \sum_i \sum_k Cov_j(i,k)\ p_{ij}\ p_{kj} \tag{2}$$

La varianza estimada en (2) es un mejor estimador de la varianza real de los contenidos nutricionales, ya que a diferencia de la estrategia seguida en (1), sí considera las correlaciones existentes entre nutrientes en un mismo ingrediente. De aquí que *Var(j)* es una medida del riesgo en el contenido nutricional del ingrediente, ya que a mayor *Var(j)* se esperaría un mayor riesgo de que el ingrediente no tuviese los contenidos nutricionales esperados. Para un productor sería deseable que este valor se minimizara en una ración, ya que de lo contrario no se cubrirían las expectativas de requerimientos nutricionales en forma homogénea.

Riesgo de mercado

Este tipo de riesgo se debe a las variaciones en el precio de los ingredientes utilizados. Su efecto es mínimo en el caso de pequeños productores que no requieren comprar grandes inventarios, ya que de una u otra forma tendrán que enfrentar los precios de mercado. Sin embargo, todos aquellos productores que requieren comprar grandes inventarios en periodos prolongados ya sea por la estacionalidad del ingrediente, o por las necesidades del proceso de elaboración de la dieta, o simplemente porque la ración esta diseñada para un periodo largo de tiempo, si enfrentan este riesgo. En estos casos los productores preferirán raciones en las que la combinación de ingredientes no sólo minimice los costos, sino que también considere adquirir aquellos ingredientes cuyos precios tengan poca variación en el mercado, dado que de esta forma estarían expuestos a menor riesgo. Observe que aquellas raciones que incluyen ingredientes con altas variaciones de precios dejan de ser óptimas (de mínimo costo) rápidamente.

Para evaluar el riesgo de mercado se sugiere el uso del "Modelo de Fijación de Precios de Activos de Capital" utilizado para la evaluación del riesgo de valores. La aplicación de este modelo para el caso de una ración es muy simple. Considere que es posible definir una canasta básica de ingredientes para una ración (ración genérica), la cual obviamente estará integrada por productos indispensables en la dieta. Asuma que es posible conocer los precios promedio de los productos de esta canasta en diferentes periodos de tiempo, no sólo eso, sino que además los puede expresar en términos reales (sin considerar la inflación). Llame a estos precios P_{Mt}, donde el subíndice *t* se refiere a diferentes periodos de tiempo y el subíndice *M* indica que es el precio de la canasta (mercado). Por su parte asuma que también conoce una serie de tiempo de los precios reales de los ingredientes que puede adquirir, esto es, todos aquellos ingredientes que puede utilizar para definir la ración. Llame P_{jt} a los precios (reales) del ingrediente *j* en el tiempo *t*. Con esta información es posible estimar los cambios proporcionales en los precios $(\Delta P_{i\,t})$ de un periodo a otro, tanto en P_{jt} como de P_{Mt} para los diferentes periodos. Tal cambio se puede estimar de acuerdo a la relación:

$$\Delta P_{jt} = \frac{P_{j(t+1)} - P_{jt}}{P_{jt}}$$

Si usted grafica las tasas de cambio en los precios reales, tanto del ingrediente j (ΔP_{jt}) como de la ración genérica (ΔP_{Mt}), seguramente obtendrá una distribución com ΔP_{jt} e se muestra en la Figura 1. Tal distribución simplemente indica que existe una relación directa entre la variación en los precios promedio de mercado y la varianza en los precios del ingrediente j.

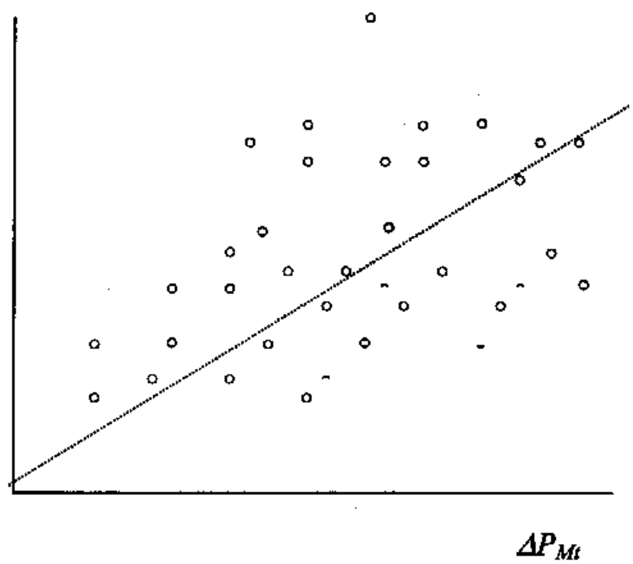

Figura 1. Distribución de las tasas de cambio de precios reales

La tendencia de tal distribución se puede ajustar con un modelo lineal simple de la forma:

$$\Delta P_{jt} = \alpha + \beta\, \Delta P_{Mt} + e_t \qquad (3)$$

donde α indica el valor fijo sobre el cual el cambio en el precio del ingrediente j es superior (o inferior) al cambio en el precio promedio de la canasta. Por su parte β indica la variación del precio del producto con respecto al mercado. Si β es mayor a la unidad, ello implica que la tasa de cambio en el precio del ingrediente j es superior a la tasa de cambio promedio de la canasta, esto es, el precio del ingrediente tiene una variación superior al promedio. De aquí que β es una medida del riesgo de mercado de cada integrante.

Observe que el cambio en el precio del ingrediente j puede estimarse no sólo a partir del cambio en el precio promedio de mercado (3), sino pueden añadirse variables tales como la temporada, la condición económica nacional, la demanda de la temporada anterior, entre otras variables explicativas del cambio en el precio del ingrediente. Esto solamente enriquecería la estimación de la variación del precio y proporcionaría una mejor estimación del riesgo real de mercado que enfrenta un determinado producto. Un ejemplo de esta estimación se representaría por el modelo:

$$\Delta P_{j\,t} = \alpha + \beta\,\Delta P_{M\,t} + \gamma\,IPC + \delta\,T + e_t \qquad (4)$$

donde γ representa el efecto que tiene el Indice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa (*IPC*) sobre el cambio en el precio, mientras que δ podría representan el posible efecto de la temporada sobre el cambio en el precio del ingrediente. De aquí que todos los parámetros en (4) son una medida del riesgo de mercado que es atribuible a diferentes factores.

Riesgo en el requerimiento nutricional

La especificación de requerimientos nutricionales depende de una gran cantidad de factores endógenos y exógenos a la especie que se analiza. De aquí que la mayor parte de la investigación en nutrición animal se centra en la identificación de tales requerimientos bajo diferentes condiciones de sitio y estado del animal. Sin embargo, el conocimiento actual en nutrición no esta lo suficientemente avanzado como para identificar requerimientos fijos que no puedan ser violados bajo alguna circunstancia (Lara y Romero, 1994). Por esta razón es factible asumir que la relajación de alguna restricción podría no afectar seriamente el "desempeño económico" del animal, mientras que sí podría influir drásticamente en la reducción del costo de la ración (Cravener *et al.*, 1994) lo que indica que fijar tal requerimiento tiene un riesgo asociado.

Este riesgo se ha analizado por varios autores (Rehman y Romero, 1984,1987; Neal *et al.*,1986; Lara, 1993), quienes coinciden en emplear la formulación de programación por metas para relajar la rigidez de tales requerimientos. Algunos otros han derivado estrategias de solución que adicionalmente incluyen procedimientos iterativos con el tomador de decisiones (Zionts y Wallenius, 1976), de tal forma que se alivian muchas de las deficiencias del procedimiento tradicional de programación por metas (Lara y Romero, 1992, 1994). Ello indica que la tendencia ha sido minimizar el riesgo aunque sin evaluarlo.

Una formulación típica de programación por metas aplicada al problema de la ración óptima es como sigue (Lara y Romero, 1994):

$$\min \quad d$$

$$\begin{aligned} &\textit{sujeto a} \\ &w_j\left[f_j^* - f_j(\mathbf{x})\right] \le d \qquad\qquad j = 1, 2, \ldots, n \\ &\mathbf{x} \in \mathbf{F} \end{aligned}$$

donde:

d: desviación más grande

w_j : ponderación para normalizar el *j-ésimo* objetivo
f_j^* :valor ideal del *j-ésimo* objetivo
x: vector de variables decisionales
F: conjunto factible

Esta formulación permite encontrar la ración que minimiza las desviaciones del requerimiento nutricional meta, minimizando con ello el riesgo de tener requerimientos nutricionales poco confiables. Mayores detalles del procedimiento así como estrategias para reducir los problemas de la estrategia de programación por metas se pueden encontrar en Lara y Romero (1994).

Riesgo por intoxicación

Se presenta cuando una ración requiere de cantidades máximas o mínimas de ingredientes, mismos que si no se encuentran entre estos límites modifican la calidad de la ración. Generalmente este riesgo se maneja con límites máximos o mínimos sobre los niveles de ingrediente usados (Dantzing, 1990). Dado que las cantidades de ingrediente son definidas en forma endógena dentro del modelo de programación matemática es indispensable que sólo se utilice un límite, o bien se utilicen variables dicotómicas (enteros 0-1) para definir límites en los posibles rangos de un determinado ingrediente (Leung *et al.*, 1992). Para este último caso una forma típica de las restricciones sería:

$$\underline{u}z_j \leq x_j \leq \bar{u}z_j \qquad (5)$$

$$x_j \leq Gz_j \qquad (6)$$

$$z_j \in \{0,1\} \qquad (7)$$

donde G es un número muy grande, x_j representa la cantidad del ingrediente j; $\underline{u}$ y $\bar{u}$ indican respectivamente las cantidades mínima y máxima del ingrediente j que se permiten en la ración, mientras que z_j se define como:

$$z_j \begin{cases} 1 & \text{si } x_j \text{ es mayor que cero} \\ 0 & \text{de otra forma} \end{cases}$$

Estas tres restricciones se deben incluir juntas y de acuerdo a la definición de la variable decisional. La restricción (5) indica un límite en el cual se puede incluir el *j-ésimo* ingrediente; la restricción (6) es una restricción de "activación" que indica que si el *j-ésimo* ingrediente es incluido en la ración, éste debe incluirse en el intervalo establecido por (5), de otra forma no se considerará en la ración. Finalmente, la restricción (7) solo muestra que las variables z_j son variables dicotómicas 0-1.

Otra forma de incorporar el riesgo por intoxicación es a través del uso restricciones que definan alguna proporción que deban guardar los nutrientes. Este tipo de restricciones son muy comunes al balancear dietas que incluyen aminoácidos. Al adicionar estas restricciones sólo se define el probable rango en el cual debe incluirse el ingrediente. Si este rango representa un riesgo se incurre en un castigo, mismo que se puede valorar con un precio (cr_j). De esta forma la función objetivo también debe considerar el minimizar el riesgo por intoxicación con un término de la forma:

$$\sum_{j \in N} cr_j x_j$$

El valor del riesgo por intoxicación para el *j-ésimo* ingrediente (cr_j) se puede identificar a través de costos de oportunidad o precios sombra. Por ejemplo, si se sabe que el intervalo tiene un riesgo de causar un porcentaje de mortalidad, entonces el valor de esa mortalidad puede definirse como el valor de cr_j.

Riesgo por volatilidad del precio de ingredientes

Este tipo de riesgo se deriva de la variación no-sistemática que existe en los precios de mercado, sobretodo cuando se trata de ingredientes con producción periódica y con alto riesgo, como es el caso de varios productos agrícolas. En el caso de la producción animal este riesgo se puede mitigar si el productor tiene la opción de comprar a futuro sus ingredientes a través de un contrato.

El caso más común de compra en la industria de alimentos balanceados es a través de contratos a futuro. En este caso, una vez que se ha firmado el contrato, el comprador no tiene la opción de ejercer o no tal contrato, sino que debe respetarlo en términos de tiempos, cantidades y precios establecidos en el mismo. El precio a futuro se puede estimar de una forma simple como:

$$F(t,r) = F_{0t} e^{rt}$$

donde F_{0t} es el precio"spot" del producto en el momento actual, mientras que r y t son respectivamente la tasa de interés libre de riesgo y el periodo de maduración del contrato a futuro. Cabe aclarar que para algunos productos agrícolas en muchas ocasiones se incorporan algunos elementos adicionales para precisar el valor a futuro.

Para incorporar la estrategia de compra a futuro en el diseño de una ración será necesario incluir las posibles alternativas de contrato, esto es, los diferentes periodos de maduración (t) y las diferentes tasas de interés (r) que se puedan negociar; de esta forma la ración diseñada cubre al productor de los efectos de la volatilidad durante el periodo de aplicación de la ración.

MODELO DE OPTIMIZACION

La forma tradicional de formular el problema de la ración óptima es:

$$Min\ D = \sum_j c_j x_j$$

$$s.a$$

$$\sum_j a_{ij} x_j \geq r_i \qquad \forall\ i = 1,\ 2,\ \ldots,\ m$$

donde c_j es el costo de cada unidad de ingrediente x_j ($\forall j = 1, 2, \ldots, n$) y a_{ij} es la cantidad de nutriente r_i ($\forall i = 1, 2, \ldots, m$) que contiene el ingrediente x_j. Las variaciones más comunes a esta formulación son diferentes proporciones entre nutrientes, límites superiores o inferiores en las cantidades que puede incluirse de un nutriente o un insumo, y restricciones de peso de la ración, entre otras. En la práctica es usual que la variable x_j se sustituya por p_j, variable que representa la proporción del *j-ésimo* ingrediente en la ración.

Riesgo de calidad Nutricional

Para integrar el concepto de *riesgo de calidad nutricional* definido en la sección anterior, asuma que usted conoce la varianza del contenido nutricional del ingrediente x_j tal como se definió en (2). Si se define a p_j como la proporción (en peso) del ingrediente x_j dentro de la dieta y a (*Cov(j, k)*) como la covarianza entre el *j-ésimo* y *k-ésimo* ingredientes, entonces la varianza total de la ración (*Var(D)*) esta definida por:

$$Var(D) = \sum_j \sigma_j^2 + \sum_j \sum_{k \neq j} Cov(j,k)\ p_j\ p_k \ = \mathbf{p'Qp}$$

donde $\mathbf{p}$ es el vector de proporciones y $\mathbf{Q}$ es la matriz de varianza-covarianza de todos los ingredientes a incluir en la ración. Observe que en la mayoría de los casos $\mathbf{Q}$ será una matriz diagonal[1], dado que muy probablemente no existan las covarianzas entre ingredientes. De esta forma y considerando la misma nomenclatura, la formulación de una dieta que minimice varianzas y costos estaría definida por el problema (8)

$$Min\ D1 = \tfrac{1}{2} \sum_j \sum_k Cov(j,k)\ p_j\ p_k \ + wC \qquad (8)$$

$$sujeto\ a$$

(8.1) $$\sum_j a_{ij}\ p_j \geq r_i^* \qquad \forall\ i = 1,\ 2,\ \ldots,\ m$$

(8.2) $$\sum_j c_j\ p_j - C = 0$$

---

[2] Suposición válida en el sentido de que los ingredientes se encuentran regularmente almacenados en forma separada o empaquetados en contenedores independientes.

$$(8.5) \qquad C,\ P,\ p_j \geq 0 \qquad \begin{array}{l} \forall\ i = 1, 2, \ldots, m \\ \forall\ j = 1, 2, \ldots, n \end{array}$$

donde r_j^* es la proporción del *i-ésimo* requerimiento nutricional en la ración. En este problema el primer conjunto de restricciones (8.1) corresponde a las restricciones comunes de requerimientos nutricionales. El segundo grupo (8.2) corresponde a una sola restricción que es básicamente un contador de los costos de la dieta. Observe que la variable C es el costo total y en la función objetivo se integra con un peso w. Este peso sirve para ponderar el objetivo de minimizar el costo de la ración con el objetivo de minimizar las varianza de los contenidos nutricionales en los ingredientes de la misma. Por tanto, para valores grandes de w el objetivo de minimizar el costo de la dieta será superior al objetivo de minimizar las variaciones en los contenidos nutricionales. Finalmente el tercer conjunto de restricciones (8.3) muestra las restricciones de no-negatividad en todas las variables decisionales.

Riesgo de Mercado

Para incorporar el riesgo de mercado en la formulación es necesario considerar los valores de las β's de mercado de cada ingrediente obtenidas de acuerdo a la ecuación (3) o (4). Si se asume que tal valor corresponde a un nivel de riesgo, entonces se requeriría que el nivel de riesgo total de la dieta fuese menor o igual a algún valor deseado. Para definir este valor se debe recordar que valores menores a la unidad muestran menor propensión al riesgo, mientras que valores mayores a la unidad implican mayor propensión al riesgo. Dado que cada ingrediente contribuye con una proporción de ese riesgo de mercado, la restricción se podría definir como:

$$\sum_j \beta_j\ p_j \ = \ \beta^{\circ} \qquad (9)$$

donde β^o representa el nivel de riesgo de mercado que el productor desea asumir. Observe que la restricción puede definirse como una desigualdad de acuerdo a la aversión al riesgo del productor. Un productor adverso al riesgo podría definir una desigualdad del tipo (≤) mientras que un productor amante al riesgo definiría una desigualdad del tipo (≥).

Riesgo por intoxicación

Para incorporar el riesgo por intoxicación en la formulación definida en (8) solo es necesario adicionar las restricciones (5), (6) y (7) para cada uno de los ingredientes en los que se deseen cantidades máximas, mínimas o ambas. Recuerde que este conjunto de restricciones permite que el ingrediente se adicione solo en cantidades dentro del límite establecido en (6), de otra forma no se incorpora a la ración. Adicionalmente será necesario incorporar el valor del riesgo por intoxicación del ingrediente como parte del costo de la formulación.

Riesgo por Volatilidad del mercado de ingredientes

Para incorporar el efecto del riesgo por volatilidad, asuma que usted puede distinguir la proporción de las compras por contrato del ingrediente j (p_j^C) de las compras del mismo ingrediente en el mercado (p_j^M). Adicionalmente asuma que las compras por contrato se hacen a través de un contrato de compra a futuro y que dentro del periodo de planeación *{0-T}* existen varias posibilidades de maduración (t) de contratos, esto es $t \in \{0\text{-}T\}$, donde T es el máximo periodo de maduración. De igual forma, asuma que cada contrato en cada fecha de maduración t, puede tener varios valores de r_t, donde esta tasa esta dentro de un rango bien definido ($\underline{r}_t \le r_t \le \overline{r}_t$).

Defina la variable (p^C_{jt}) como la proporción del ingrediente j que se compra por contrato a futuro a madurar en el periodo t. Asuma que el precio de este ingrediente es (O_{jt}) y que existe un costo fijo (v_{jt}) de establecer el contrato. Si se define la variable:

$$y_{jt} = \begin{cases} 1 & \text{Si se adquiere alguna unidad de } x_{jt}^C \\ 0 & \text{Si no se adquiere alguna unidad de } x_{jt}^C \end{cases}$$

el problema de minimización de riesgos y costos de una dieta podría formularse como:

$$Min\, D2 = \tfrac{1}{2} \sum_{h \in H} \sum_{j} \sum_{k} Cov(j,k)\; p_j^q \;\; p_k^q \;\; + wC \qquad (10)$$

sujeto a

(10.1) $$\sum_j a_{ij} \left(p_j^M + p_j^c\right) \ge r_i^* \qquad \forall\; i = 1, 2, \dots, m$$

(10.2) $$\sum_j c_j\; p_j^M + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} \left(O_{jt}\; p^c{}_{jt} + v_{jt}\; y_{jt}\right) + \sum_{h \in \mathrm{H}} \sum_{j \in N} cr_j^h \rho_j^h - C = 0$$

(10.3) $$\sum_{t \in T} p_{jt}^C - p_j^C = 0 \qquad \forall\; j \in J$$

(10.4) $$\sum_j \beta_j\; p_j \;=\; \beta^\circ \qquad \forall\; j = 1, 2, \dots, n$$

(10.5) $$p_{jt}^C \le G y_{jt} \qquad \forall\; j \in J \quad \forall\; t \in T$$

(10.6) $$\underline{u}_j z_j \le p_j^h \le \overline{u}_j z_j \qquad \forall\; j \in N \quad \forall\; h \in H$$

(10.7) $$p_j^h \le G z_j \qquad \forall\; j \in N \quad \forall\; \mathrm{h} \in H$$

(10.8) $$C,\; p_j^M,\; p_j^C,\; p_{jt}^C \ge 0 \qquad y_{lt},\; z_j \in [0,1] \qquad \forall\; j = 1, 2, \dots, n \quad \forall\; l \in J \quad \forall\; t \in T$$

donde J es el conjunto de ingredientes para los cuales es posible realizar una compra a futuro, N es el conjunto de ingredientes que tienen riesgo de intoxicación y deben integrarse con valores mínimos o máximos $(\underline{u}_j, \overline{u}_j)$, H es un conjunto que denota la forma de compra del ingredientes
(*i.e.* C por contrato, M en el mercado) mientras que G es un número muy grande.

Los conjuntos de restricciones (10.1) y (10.2) tienen la misma interpretación que los conjuntos (8.1) y (8.2) respectivamente. Observe que en esta formulación se ha incluido la variable (p_j^C) y las variables (p^C_{jt}) para denotar las proporciones de ingredientes que se adquieren mediante contrato, mismos que son considerados como ingredientes adicionales. A diferencia de la formulación en (8) la restricción (10.2) considera los costos fijos de la compra del contrato y el valor de las unidades de ingrediente que se adquieren a través de éste.

La restricción (10.3) se ha incluido solo para mejorar la exposición de la formulación, ya que asume que los ingredientes de diferentes contratos pueden ser tratados de forma similar y su suma forma la variable (p_j^C). Algo importante de observar es que la restricción (10.4) sólo considera los ingredientes que se compran en el mercado, dado que los ingredientes de contrato no tienen riesgo, en virtud a que se ha pagado un prima para cubrirlo. Finalmente, el conjunto de restricciones (10.5) solo obliga a identificar un costo fijo de contrato cuando se tenga que comprar ingredientes por contrato mientras que los conjuntos (10.6) y (10.7) se han incluido para identificar el riesgo por intoxicación. Finalmente, el conjunto de restricciones (10.8) forman las restricciones de no-negatividad de las variables decisionales.

La función objetivo en (10) muestra una suma de varianzas con costos. A simple vista podría mostrar una violación a una definición clara de la función objetivo dado que se suman unidades diferentes; sin embargo, debe recordarse que el problema planteado refleja solo la integración de dos objetivos que son: minimizar varianzas y costos al mismo tiempo. A este respecto una formulación alterna podría realizarse con programación por metas, en la cual se establecieran claramente estas metas con sus respectivos pesos. En tal caso la función objetivo sería minimizar la suma de las desviaciones con respecto a las metas deseadas. Lo anterior obviamente requeriría del conocimiento de un valor esperado, tanto para el costo como para la variación total de la dieta, de aquí que la formulación en (10) proporciona una estrategia para encontrar valores mínimos.

Riesgo en el requerimiento nutricional

La forma tradicional de incluir el riesgo en la definición del requerimiento nutricional es a través de la formulación de programación por metas (Lara y Romero, 1994). El problema (10) podría reformularse de dos formas: i) Asumiendo que se desea mantener la minimización de los riesgos antes señalados ii) Asumiendo que los riesgos adicionales también son objetivos que se desean minimizar y que obviamente se conoce un objetivo de varianza y costos que se desea alcanzar. Para el primer caso el problema solo cambia en la función objetivo y el primer conjunto de restricciones a la forma:

$$Min\, D3 = w_1 d + \tfrac{1}{2} \sum_j \sum_k Cov(j,k)\; p_j \;\; p_k \;\; + w_2 C \qquad (11)$$

sujeto a

(11.1) $$\sum_j a_{i\,j}\left(p_j^M + p_j^c\right) - n_i + h_i = r_i^*$$

$\forall\;\; i = 1,\, 2,\, \ldots\, ,\, m$

(11.1') $$\frac{n_i + h_i}{r_i^*} \le d$$

$\forall\;\; i = 1,\, 2,\, \ldots\, ,\, m$

donde n_i y h_i son respectivamente una desviación negativa y una desviación positiva de la meta r_i^* del *i-ésimo* ingrediente, mientras que w_1 y w_2 son ponderaciones sobre los objetivos. Observe que las demás restricciones permanecen inalteradas y que el nuevo conjunto de restricciones (11.1') permite normalizar las desviaciones en el requerimiento nutricional en términos porcentuales en lugar de manejar desviaciones absolutas. El segundo caso es mucho más limitado dado que requiere del conocimiento de valores para los objetivos de costo y varianza de la dieta, mismos que resultan difíciles de obtener.

CARACTERISTICAS DEL MODELO

En la sección anterior se han propuesto tres formulaciones de programación matemática para resolver el problema de la ración óptima considerando varios tipos de riesgo. El problema definido en (18) es el problema más simple y sólo incluye el riesgo de calidad nutricional. Este es un problema actual con un enfoque diferente al de "programación estocástica" y con la enorme ventaja de que solo la función objetivo es no lineal, a diferencia de la formulación estocástica que presenta restricciones no lineales. Dada su forma cuadrática, el problema puede resolverse fácilmente con el uso de algoritmos diseñados para linealizar tal formulación como los desarrollados por (Perold, 1989) o bien algoritmos que trabajan a través de complementariedad. Adicionalmente la formulación en (8) permite considerar la covarianza entre nutrientes de un mismo ingrediente y la covarianza entre diferentes ingredientes. La primera resulta importante dado que la composición nutrimental de un ingrediente se ve afectada en conjunto y no solo en algunos nutrientes. La segunda covarianza se hace relevante cuando existe correlación entre los contenidos nutricionales de diferentes ingredientes.

La desventaja de la formulación en (8) comparada con la formulación estocástica tradicional (Cravener *et al.*, 1994) es que la primera considera la variación nutrimental de todo el ingrediente en lugar de la variación de solo algunos nutrientes, lo cual podría resultar más flexible. Adicionalmente, la formulación estocástica permite definir niveles de confianza en la variación de un solo nutriente asumiendo una distribución de probabilidades (usualmente normal) para los nutrientes (Shutze y Benoff, 1981), mientras que la formulación en (8) no lo permite. Esta última desventaja podría no ser muy relevante ya que tal y como se ha demostrado en la práctica, casi no existen diferencias significativas en el desarrollo de los animales asumiendo diferentes niveles de confianza (D'Alfonso *et al.*, 1993; Cravener *et al.*, 1994).

Por su parte la formulación en (10) permite incluir el riesgo de mercado, el riesgo de volatilidad en los precios y el riesgo por intoxicación como elementos adicionales a considerar en el diseño de la ración. Los dos primeros tipos de riesgo son importantes solo en grandes corporativos, quienes constantemente tienen que formular dietas similares por periodos largos de tiempo y que por las características de los ingredientes tienen que enfrentar diferentes condiciones de mercado. El riesgo por intoxicación no es tan evidente en pequeñas plantas y quizá no muy común en la industria; aunque restricciones de este tipo se pueden incluir cuando es posible comprar a precios especiales volúmenes específicos (dentro de un rango) de un determinado ingrediente.

El problema planteado en (10) es un problema de los denominados "np-hard", dado que es no lineal y con restricciones enteras. La solución a este problema es complicada, aunque a través de la descomposición de la parte no lineal y la mezclada (lineal y entera) podrían obtenerse buenas aproximaciones a la solución óptima. Dada la tecnología actual tanto en computación como en algoritmos de solución resulta limitado el uso del modelo (10) para el diseño de formulaciones en forma operativa. Sin embargo, eliminando las restricciones enteras pueden derivarse algoritmos de solución que proporcionen resultados en corto tiempo.

La formulación de multiobjetivos definida en (11) tiene la enorme desventaja de que requiere pesos apropiados y que es igualmente complicada que la formulación en (10). Sin duda en ambos casos la derivación de un algoritmo de solución que brinde soluciones aproximadas haría que tales formulaciones fuesen más útiles en la práctica.

COMPARACION DEL MODELO

De todas las formulaciones definidas en la sección anterior la única que puede ser comparable es la definida en (8), dado que resulta ser una formulación similar a la formulación tradicional de programación estocástica (Shutze y Benoff, 1981). Para esta comparación se usó el problema de dieta definido por D'Alfonso *et al.*, (1993), mismo que ha sido validado en la práctica con pollo de engorda. En el Cuadro 1 se muestran los requerimientos nutricionales para definir esta ración de prueba.

Cuadro 1. Restricciones y Requerimientos nutricionales en la dieta (D'Alfonso *et al.*, 1993).

Nutriente	Restricción	Requerimiento
Calcio (%)	≥	1.00
Fósforo (%)	≥	0.70
Proteína (%)	≥	23.00
Energía (kcal/kg)	≥	3200
Metionina (%)	≥	0.93
Lisina (%)	≥	1.20
Fibra (%)	≤	5.00

En su formulación estocástica D'Alfonso *et al.*, (1993) utilizaron los valores de varianza en los contenidos nutricionales identificados por otros autores; estos valores se muestran en el Cuadro 2. Observe que para esta formulación no son necesarias las covarianzas entre los contenidos nutricionales, las cuales como se ha señalado, podrían existir bajo algunas condiciones de almacenaje.

Los límites en la proporción de ingredientes, así como los valores de costo de cada uno de ellos se asumieron similares a aquellos reportados por D'Alfonso *et al.*, (1993), mismos que se muestran en el Cuadro 3.

La formulación estocástica definida por D'Alfonso *et al.* (1993) se puede generalizar como:

$$Min\ DS = \sum_j c_j p_j \qquad (12)$$

$$s.a$$

$$\sum_j a_{ij} p_j - L_i \sqrt{\sum_j \sigma_j^2 p_j^2} \geq r_i \qquad \forall\ i = 1, 2, \ldots, m$$

$$p_j \geq 0 \qquad \forall\ j = 1, 2, \ldots, n$$

Cuadro 2. Contenido Nutricional de los ingredientes utilizados para definir la dieta.

Ingrediente	Calcio (%)	Fósforo (%)	Proteína (%) †	Lisina (%) ††	Metionina (%) †††	Energía (kcal/kg) ††††	Fibra (%)
Maíz							
Media	0.10 [1]	0.24 [1]	8.20	0.23	0.17	3350	2.20
Varianza	0.04	0.0196	0.36	0.0002	0.0003	0.00	0.00
Soya							
Media	0.40 [1]	0.70 [1]	49.10	2.91	0.66	2440	3.30
Varianza	0.04	0.01	1.00	0.0212	0.00239	0.00	0.00
Carne y Hueso							
Media	8.90 [1]	3.93 [1]	50.60	2.35	0.61	1960	2.40
Varianza	2.56	0.578	0.64	0.1082	0.0122	0.00	0.00
Harina de caliza							
Media	39.03 [3]	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Varianza	0.4759	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Fosfato dicalcico							
Media	20.50 [3]	18.89 [3]	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Varianza	9.462	8.0316	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Metionina-DL							
Media	0.00	0.00	98	0.00	98	0.00	0.00
Varianza	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Aceite de maíz							
Media	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	9680	0.00
Varianza	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

† Valores de Media y Varianza de Shutze y Benoff (1981).

†† Valores de Media y Varianza de Degussa Co. (1984).

††† Valores de Media y Varianza de York Ag. Products Inc., York, PA 17405.

†††† Valores obtenidos de NRC (1994).

Cuadro 3. Límites en el contenido de ingredientes en la dieta y costos unitarios.

Ingrediente	Límites en Ingredientes (%) Inferior	Límites en Ingredientes (%) Superior	Costo (US$ / Kg)
Máiz	0	100	0.093
Soya	0	100	0.204
Harina de Limestone	0	5	0.221
Carne y Hueso	0	5	0.226
Fosfato Dicalcico	0	10	0.243
Sal	0.35	0.35	0.053
Mezcla de Vitaminas-Minerales	0.25	0.25	2.205
Metionina-DL	0	0.65	2.646
Lisina	0	0.65	2.646
Aceite de maíz	0	7	0.353

La formulación estocástica definida por D'Alfonso *et al.* (1993) se puede generalizar como:

$$Min\ DS = \sum_j c_j p_j \tag{12}$$

$s.a$

$$\sum_j a_{ij} p_j - L_i \sqrt{\sum_j \sigma_j^2 p_j^2} \geq r_i$$

$\forall \ i = 1,\ 2,\ \ldots,\ m$

$$p_j \geq 0$$

$\forall \ j = 1, 2, \ldots, n$

donde L_i indica el valor de una función normal estándar que garantiza un nivel de confianza para la desviación en la variación del *i-ésimo* nutriente (Shutze y Benoff, 1981). Por ejemplo, si $L=1.0$ el valor corresponde a una desviación de la función normal estándar equivalente al 69% del nivel de confianza, mientras que si $L=1.645$ el nivel de confianza asumido para el contenido nutricional es del 90%. D'Alfonso *et al.* (1993) asumieron diferentes niveles de confianza para cada nutrimento. El Cuadro 4, muestra los niveles de confianza asumidos para las raciones más eficientes identificadas por estos autores.

Cuadro 4. Niveles de seguridad asumidos en los modelos (D'Alfonso *et al.*, 1993).

Nutriente	PL †	PLMS ††	PES †††
Metionina y Cisteina	0.50	0.69	0.69
Lisina	0.50	0.69	0.69
Calcio	0.50	0.69	0.69
Fósforo	0.50	0.69	0.69
Fibra	0.50	0.50	0.50
Proteína	0.50	0.50	0.50
Energía Metabolizable	0.50	0.50	0.50

† PL: Programación Lineal

†† PLMS: Programación Lineal con Margen de Seguridad

††† PES: Programación Estocástica.

La formulación con riesgo en la variación nutrimental (R1) que se utilizó en la comparación fue aquella definida por en (8). Adicionalmente, se incluyó otra formulación que considera riesgo de mercado (R2), para la cual se incluyó la restricción (9) en la formulación definida en (8). Para esta última formulación se calcularon los valores de riesgo de mercado (β's) a partir de las series mensuales de precios de ingredientes de la industria avícola publicados por el United States Department of Agriculture (1992, 1993, 1994, 1995a) para el periodo Enero 1990 – Diciembre 1995. Dado que no se encuentran publicados todos los precios de los ingredientes referidos en el Cuadro 5 se asumieron la equivalencias de cambio en precio señaladas en el Cuadro 5.

Cuadro 5. Equivalencias de riesgo entre ingredientes.

Ingrediente	Ingrediente Equivalente
Máiz	Grano de Maíz
Soya	Soya
Harina de Caliza	Concentrado
Carne y Hueso	Carne y Hueso
Fosfato Dicalcico	Concentrado
Sal	Concentrado
Mezcla de Vitaminas-Minerales	Concentrado
Metionina-DL	Sup. Proteico
Lisina	Sup. Proteico
Aceite de maíz	Gluten de Maíz

Para calcular los valores de riesgo de mercado (β's) se asumió una canasta compuesta por los siguientes ingredientes: maíz, gluten de maíz, soya, carne y hueso, concentrado (avícola) y suplemento proteico. Posteriormente, con el índice de precios del sector avícola (USDA, 1995b), se calcularon los precios reales de los ingredientes, así como los cambios en tales precios reales. Finalmente, a través de cuadrados mínimos ordinarios se ajustó el modelo (3) para cada uno de los ingredientes. Las formulaciones con riesgo se resolvieron con la ayuda de las rutinas de programación no lineal del sistema MINOS (System Optimization Laboratory, 1995).

RESULTADOS Y DISCUSION

Como se puede verificar en el Cuadro 6 el ajuste en los cambios en precio fue muy deficiente para la mayor parte de los ingredientes analizados. Este tipo de ajustes es muy común cuando el mercado del producto tiene distorsiones o bien el comportamiento de sus precios no tiene relación con la canasta; en tal caso el precio del producto depende de otro mercado (canasta) u otras variaciones. La práctica común es usar el valor de las (β's) como referencia para evaluar el riesgo de mercado aunque los ajustes sean malos.

Cuadro 6. Estimadores de riesgo de mercado de los ingredientes utilizados en la ración.

Ingrediente	Intercepto (α) Valor	Intercepto (α) Significancia	Pendiente (β) Valor	Pendiente (β) Significancia	R^2	F
Grano de Maíz	-0.002	NS	1.258	**	0.598	31.247
Soya	-0.001	NS	0.039	NS	0.008	0.167
Concentrado	0.007	NS	0.416	NS	0.092	2.124
Sup. Proteico	0.016	NS	0.373	NS	0.025	0.542
Carne y Hueso	0.002	NS	0.817	*	0.263	7.485
Gluten de Maíz	-0.000	NS	1.201	**	0.613	40.917

Como se puede apreciar, los valores de (β's) para la soya, concentrados y suplemento proteico son muy bajos y no son significativos. Esta relación es esperada dado que el mercado de estos ingredientes tiene una mejor relación con otros ingredientes, tales como alimentos balanceados, sorgo, alfalfa y otra serie de ingredientes utilizados en las industrias de ganado porcino, vacuno y ovino. La falta de relación obviamente es también un indicador de que el cambio en precio de estos ingredientes tienen poco efecto en la industria avícola, de aquí que su uso en tal industria es de poco riesgo.

El Cuadro 7 muestra una comparación de las raciones formuladas con diferentes modelos de acuerdo a las restricciones y contenidos nutricionales arriba señalados. Tales raciones no difieren significativamente en las proporciones de los principales ingredientes tales como el maíz y la soya. Sin embargo si existen algunas diferencias notables en la cantidad de ingredientes proteicos entre las formulaciones de riesgo y aquellas reportadas por D'Agostino *et al.* (1993). Tales diferencias son muy probablemente debidas a que la Metionina y Lisina como suplementos tienen muy poca variación, mientras que por ejemplo el fosfato presenta una alta variación como ingrediente.

Resulta notable el hecho de que cuando se incluyen las restricciones de mercado se aumenta drásticamente la proporción de aquellos ingredientes con poco riesgo de mercado (soya, concentrados y suplementos), mientras que se reduce la proporción de ingredientes con alto riesgo (maíz en grano, carne y hueso). A simple vista la formulación con riesgo nutricional podría parecer muy diferente a la formulación estocástica identificada como óptima en el trabajo de D'Alfonso *et al.*, (1993). Ello se debe a que el valor de la ponderación w es muy alta en relación a la varianza de la ración. En un análisis posterior se observó que reduciendo el valor de w por debajo de 1/15 se obtenían raciones que convergen a valores muy similares a aquellos obtenidos en la formulación estocástica, aunque obviamente resultan más caras. Sin duda es evidente que reduciendo el valor de w se da mayor ponderación al objetivo de reducir la varianza de la ración, por lo que se seleccionarán en mayor proporción aquellos ingredientes con menor varianza total.

Cuadro7. Raciones formuladas con cinco modelos diferentes.

Ingredientes	Programación Lineal †	Prog.Lineal con Margen de Seguridad †	Programación Estocástica †	Riesgo nutricional	Riesgo de mercado ††
Maíz	56.090	55.470	55.110	56.204	54.470
Soya	31.000	31.030	30.930	30.896	34.403
Hueso y Carne	5.000	5.000	5.000	5.000	1.929
Metionina	0.600	0.610	0.617	0.650	0.650
Lisina	0.065	0.097	0.126	0.055	0.029
Aceite de Maíz	5.300	5.530	5.690	5.252	5.656
Fosfato dicálcico	0.804	1.067	1.209	0.806	1.337
Caliza	0.539	0.599	0.708	0.537	0.926
Sal	0.350	0.350	0.350	0.350	0.350
Vitaminas y Minerales	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250
COSTO	171.53	173.70	175.27	172.634	174.120

† Raciones obtenidas por D'Alfonso *et al.*, (1993).

†† Formulación considerando un riesgo de mercado máximo de 0.8. Este valor fue seleccionado para hacer que la restricción (96) fuese activa en la formulación, dado que la ración óptima incluyendo exclusivamente el riesgo nutricional tiene un riesgo de mercado de 0.8603.

D'Alfonso *et al.* (1993) probaron las dietas en pollos de engorda y en estas pruebas descubrieron que la formulación estocástica a pesar de ser más cara resulta en una mayor ganancia de peso y por consecuencia en una mayor utilidad por ave. Es evidente que para probar la formulación con riesgo es necesario no sólo evaluar la ración tal como lo hizo D'Alfonso *et al.* (1993), sino también será necesaria la evaluación de la dieta en un periodo largo de tiempo, de forma tal que se pueda evaluar el efecto del mercado. El riesgo de mercado en el diseño de una ración es un problema que solo es posible detectarlo en un periodo prolongado y probablemente en las 5 o 6 semanas de desarrollo de un ave no sea significativo su efecto; de aquí que esta estrategia de diseño de una ración es recomendable para grandes corporaciones con producción secuencial o bien en la industria de alimentos balanceados. Es muy común que el precio de los ingredientes agrícolas sea estacional, por lo que siempre será necesario utilizar las series de tiempo de la estación de interés a fin de no añadir riesgo al periodo que se esta analizando.

D'Alfonso *et al.*, (1993) discutieron la posibilidad de determinar niveles de confianza óptimos para cada uno de los nutrientes. En su análisis señalan que tal determinación se puede llevar a cabo con la evaluación del desempeño del animal y con su respectiva evaluación económica. Sin embargo, considerando que la variación nutricional dentro de un mismo ingrediente puede estar correlacionada, resulta más eficiente considerar la variación total del ingrediente y no solo la variación del nutriente para ese ingrediente. Lo anterior indica que para un valor de w bien definido la formulación de riesgo nutricional es una mejor representación de la variación nutrimental, que la formulación tradicional de programación estocástica.

La formulación de riesgo es una formulación perfectamente compatible con la tradicional formulación estocástica. Por ejemplo, si el formulador de la ración desea añadir intervalos de confianza para algún nutrimento en específico como aquel definido en (12), no tendrá ningun problema en adicionar la restricción a la formulación de riesgo.

CONCLUSIONES

En este artículo se hace una propuesta para considerar no sólo la variación nutricional en el diseño de una ración, sino también para considerar la variación en muchos otros elementos que intervienen en la definición de la misma, como son lo precios de los ingredientes, la volatilidad en tales precios, la variación en los requerimientos nutricionales y el riesgo por intoxicación. Se ha mostrado que el riesgo en la variación nutricional puede modelarse mejor con la formulación propuesta que con la formulación estocástica tradicional, dado que incorpora la correlación entre los contenidos nutricionales de un mismo ingrediente. Esto último permite incorporar la variación en la biodisponibilidad del nutriente (Cravener *et al.*, 1994; Roush *et al.*, 1996) a través de las covarianzas entre nutrientes de un mismo ingrediente. Las propuestas de incorporación de riesgo sistemático y no sistemático de los precios de los ingredientes son muy simples y de amplio uso en el sector financiero; ambas pueden aplicarse a cualquier formulación tradicional y sin duda son de especial relevancia para incorporar el efecto del mercado de insumos en el diseño de una ración.

Las raciones obtenidas a través de la formulación de riesgo son muy similares a aquellas ya probadas en la práctica y que han sido obtenidas bajo modelos tradicionales. . Sin duda es indispensable la validación de tales formulaciones, aunque puede anticiparse un desarrollo similar o quizá mejor del animal, dada la pequeña diferencia en la concentración de ingredientes que se pudo detectar. Así mismo es posible anticipar una mejor cobertura a las variaciones en los precios de los ingredientes, lo que hará que las raciones sean más seguras y que verdaderamente representen raciones de costo mínimo dentro de un periodo.

LITERATURA CITADA

Bassi, L.J. 1976. The diet problem revisited. The American Econ. 20(1):35-9.

Brennan, R. W. Y M. P. Hoffman. 1989. Computer simulation of a cattle feedlot production system. Jo Anim Sci. 67:1116-1127.

Buechemin, K.A. y J. G. Buchanan-Smith. 1989. Evaluation of markers, sampling sites and models for estimating rates of passage of silage or hay in dairy cows. Anim. Feed. Sci. Tech. 27(1);59-75.

Cravener , T.L., W.B. Roush y T.H. D'Alfonso, 1994. Laying hen production responses to least cost rations formulated with stochastic programming or linear programming with a margin of safety. Poultry Sci 73:1290-1295.

Dantzing, G.B. 1963. Linear Programming and Extensions, Princeton Press, Princeton, New Jersey.

Dantzing, G.B. 1990. The diet problem. Interfaces. 20(4):43-47

D'Alfonso, T.H. 1991. Mathematical models of least cost poultry rations with nutrient variability: Theoretical and empirical findings. M.Sc. Thesis, The Pennsylvania State University. 89 p.

D'Alfonso, T.H., W.B. Roush y J.A. Ventura. 1992. Least-cost poultry rations with nutrient variability: A comparison of stochastic programming and lienar programming with margin of safety. Poultry Sci 71:255-262.

D'Alfonso, T.H., W.B. Roush y T.L. Cravener. 1993. Performance of broilers fed rations formulated by stochastic nonlinear programming or linear programming with a margin of safety. Poultry Sci 72:620-627.

Duncan, M.S. 1986. How to deal with ingredient variability. *In* Proceedings of the American Feed Industry Association Nutrition Symposium; The American Feed Industry Association, Arlington, VA. pp: 67-76.

Lara P. y C. Romero. 1994. Relaxation of nutrient requirement on livestock rations through interactive multigoal programming. Agric. Systems. 45(2):443-453.

Lara, P. 1993. Multiple objective fractional programming and livestsock ration formulation: a case study for dairy cow diets in Spain. Agric. Systems, 41(2):321-334.

Lara, P. y C. Romero. 1992. An interactive multigoal programming model for determining livestock rations: An application to dairy cows in Andalusia, Spain. J. Oper. Res. Soc. 43(3):945:953

Leung, P-S., W. Miklius, K.Wanitprapha, P. Garrod y N. Johnson. 1992. Minimum-cost palatable diet: a pilot study. Agric. Systems. 38(2):275-299.

Mailand, D. D. 1994. A Decision support system for dairy farmers and advisors. Agric. Syststems. 45(1): 217-231.

Marsten, R., R. Subramanian, M.Saltzman, I. Lustig y D. Shanno. 1990. Interior point methods for Linear Programming: Just call Newton, Lagrange, and Fiacco and McCormick!. Interfaces. 20(4):105-116.

Mendoza, G. D. R. Ricalde V. y J. Alanis R. 1992. Modelos matemáticos usados para estimar los requerimientos nutricionales en animales: una revisión. Agrociencia serie Ciencia Animal 3(2):265-278.

Neal, H.D., J. France and T.T. Treacher. 1986. Using goal programming in formulating rations for pregnant ewes. Anim. Prod. 42(1):97-104.

Nott, H. y G.F. Combs. 1967. Data processing of feed ingredient composition data. Feedstuffs 34:21-22.

Perold, A.F. 1984. Large scale portfolio optimization. Mgmt.30(10): 1143-1160.

Prato, A.A. 1973. A proposal for reducing nutrient deficiencies with economical diets. Can J. Agric. Econ. 21(1):15-22.

Rahman, S.A. y F.E. Bender. 1971. Linear programming approximation of least cost feed mixes with probability restrictions. Amer. J. Agric. Econ. 53:612-618.

Rehman, T. and C. Romero. 1984. Multiple criteria decision making techniques and their role in livestock ration formulation. *Agric.* Systems 15(1):23-49.

Rehman, T. and C. Romero. 1987. Goal programming with penalty functions and livestock ration formulation. Agric. Systems 23(2):117-132.

Roush, W. B., T. L. Cravener y F. Zhang. 1996. Computer formulation observations and caveats. The J. of Appl. Poultry Pes. 5(2):116-125

Shutze, J.V. y F.E. Benoff. 1981. Statistical evaluation of feed ingredient variation and procedures for determining number of samples needed for laboratory analysis. *In* Proceedings Georgia Nutrition Conference for the Feed Industry, Atlanta , GA. pp 134-146.

Smith, V.E. 1959. Linear programming models for determination of palatable human diets. J Farm Econ. 41(2):272-283

Stigler, G:J. 1945. The cost of subsistance. J. Farm Econ. 27(2):303-314.

Systems Optimization Laboratory. 1995. MINOS 5.4. Department of Operations Research, Stanford University California, 194p.

United States Department of Agriculture. 1992. Livestock and Poultry: Situation and Outlook. Econ. Res. Serv. LP5-50.35p.

United States Department of Agriculture. 1993. Livestock and Poultry: Situation and Outlook. Econ. Res. Serv. LP5-61.42p.

United States Department of Agriculture. 1994. Livestock and Poultry: Situation and Outlook. Econ. Res. Serv. LP5-69.37p.

United States Department of Agriculture. 1995a. Livestock and Poultry: Situation and Outlook. Econ. Res. Serv. LP5-81.48p.

Unoted States Department of Agriculture. 1995.b. Poultry Outlook: Supplement to livestock, dairy and Poultry Situation and Outlook. LDp-P-1. 12p.

Van de Panne, C. y W. Popp. 1963. Minimum-cost cattle feed under probabilistic protein constraitns. Mgmt. Sci. 9(3):405-430.

Zionts, S. and J. Wallenius. 1976. An interactive programming method for solving the multiple criteria problem. Mgmt. Sci. 22(5):652.663.