

CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DOCENCIA ECONÓMICAS, A.C



APRENDIZAJE ESTADÍSTICO EN LA OPTIMIZACIÓN DE ESTRATEGIAS DE  
INVERSIÓN: UN ANÁLISIS DE *RANDOM FOREST* Y *EXTREME GRADIENT BOOSTING*  
EN LA PREDICCIÓN DE LA DIRECCIÓN DE LA BOLSA DE VALORES DE NUEVA  
YORK

TESINA

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

LICENCIADO EN ECONOMÍA

PRESENTA

LUIS DANIEL MUÑOZ DEL ÁNGEL

DIRECTOR DE LA TESINA: DR. ADÁN DÍAZ HERNÁNDEZ

## **Agradecimientos**

Agradezco a Dios, por las oportunidades que he recibido durante mi vida.

Le agradezco a mi madre por darme la vida, esforzarse todos los días en darme una vida mejor y por enseñarme a no rendirme y dar siempre lo mejor de mí. Gracias, mamá.

Agradezco a mi padre sus enseñanzas, arduo trabajo y cariño que he recibido y por el cual he llegado a donde estoy. En especial, le agradezco haberme mostrado la belleza de la vida y permitirme, a través de su literatura, conocerlo con mayor profundidad y admirarlo aún más. Gracias, papá.

Le agradezco a mi hermano su apoyo incondicional y siempre presente durante toda mi vida. Agradezco por su paciencia durante los momentos difíciles y por su esfuerzo en que nuestra hermandad perdure a pesar de todas las adversidades. Espero de todo corazón que sepa que, esté donde esté, siempre estaré pensando en él. Gracias, hermano.

Agradezco a mis abuelos su enorme amor y cariño que me ha permitido seguir adelante en todos los instantes de mi vida. Gracias.

A mis amigos quiero agradecerles su compañía y amistad durante estos 4 años, estoy muy agradecido por haberles conocido y permitirme crecer en compañía suya. Espero que me permitan seguir creciendo con ustedes.

A mis profesores quiero darles las gracias por todo su trabajo en darme la mejor educación y las mejores oportunidades. Agradezco todo su apoyo y me llevaré sus lecciones para toda la vida.

Por último, quiero agradecer a Daniela, mi querida compañera, su amor y compañía durante estos años. Te agradezco de todo corazón tu calidez que me permitió superar todas las adversidades a las que me enfrenté y el apoyo incondicional que me brindaste durante todos los días. Gracias, Dani, por estar siempre cerca y espero que siempre me ilumines con tu grata compañía.

## **Resumen**

Este estudio investiga el uso de los modelos de Aprendizaje Automático (Machine Learning, ML) Random Forest y Extreme Gradient Boosting en la predicción y análisis de nueve acciones y un índice de la bolsa de valores de Nueva York durante el 2022 y se realiza una comparación con el modelo Auto Regresivo de Medias Móviles (ARIMA). A pesar de la capacidad de los modelos de ML para manejar grandes conjuntos de datos, los modelos ML presentan limitaciones en la interpretabilidad y en la comprensión de la estructura de los datos debido a su complejidad. Para la comparación, se utilizó una ventana de entrenamiento basada en los últimos 70 precios de cierre diarios. Los resultados muestran un rendimiento mejorado de los modelos de ML en comparación con el modelo ARIMA, especialmente cuando el rendimiento es evaluado a través del Retorno de la Inversión (ROI) de las estrategias de inversión. A pesar de los desafíos interpretativos, los modelos de ML, con su capacidad para adaptarse a los cambios en el entorno económico, pueden ser herramientas útiles para el análisis de series de tiempo financieras.

## Índice

Introducción.....	1
Metodología.....	6
Los datos .....	6
La especificación .....	10
Resultados.....	17
Conclusiones.....	22
Referencias .....	23
Anexos .....	25

## Introducción

En la última década, el uso del Aprendizaje Automático (o Machine Learning) se ha extendido a múltiples disciplinas por su versatilidad y gran capacidad para analizar patrones complejos. En la literatura de la disciplina financiera ha habido un creciente interés por aplicar el Machine Learning (ML) al análisis y predicción de los precios de activos financieros, tales como acciones, bonos y opciones. Esto, pues los modelos ML son capaces analizar grandes agregados de datos con múltiples variables y apilarse entre sí para mejorar su capacidad predictiva. Sin embargo, aún existe debate respecto a si estos modelos realmente mejoran la capacidad predictiva de modelos econométricos y de series de tiempo tradicionales. En específico, los modelos de ML pierden interpretabilidad en los resultados que arrojan debido a su complejidad, por esta razón son comúnmente denominados como “cajas negras”, pues difícilmente es posible describir el proceso a partir del cual el modelo llega a una predicción. Por otro lado, los modelos de series de tiempo tradicionales están contruidos a partir de supuestos que intentan modelar los procesos estocásticos detrás de las series financieras, mientras que los modelos ML no hacen supuestos sobre la estructura que analizan, sino que llegan a un resultado mediante la manipulación de los datos, independiente de su proceso generador de información. Si bien esto tiene la ventaja de que son sumamente versátiles y flexibles para todo tipo de datos y son una excelente herramienta para analizar patrones cuyo origen es desconocido o muy complejo, la principal desventaja de estos modelos es que no proveen información suficiente sobre la estructura esencial de los datos, ni ninguna de sus características fundamentales. No obstante, ha sido demostrado extensivamente que tienen buenas capacidades predictivas a tal grado que algunos académicos denominan a las estrategias basadas en ML como Arbitraje Estadístico, por su bajo costo y buenos resultados.<sup>1</sup>

Existe una amplia variedad de modelos denominados de Inteligencia Artificial (AI, por sus siglas en inglés) o Machine Learning, cada uno construido para diferentes aplicaciones además de que es posible *ensamblar* diferentes modelos para mejorar las predicciones de cada uno por separado. Kraussa, Dob y Huck (2016), obtienen retornos promedio del .3% y .4% diario para los modelos de Random Forest y Gradient Boosted Trees respectivamente, en el

---

<sup>1</sup> Christopher Krauss, Xuan Anh Do, and Nicolas Huck, "Deep Neural Networks, Gradient-Boosted Trees, Random Forests: Statistical Arbitrage on the S&P 500," FAU Discussion Papers in Economics, no. 03/2016 (Nürnberg: Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, Institute for Economics, 2016).

período de 1992 a 2015, superando al promedio del mercado de .04% diario. Para obtener sus resultados realizaron estrategias de pares con las 500 acciones del S&P500, es decir, que para cada día los modelos obtienen predicciones del retorno diario y clasifican a las mejores y peores de acuerdo con la predicción, de tal manera que pueden construir un portafolio de acciones *long* (compra) y *short* (venta) con base en la estimación. Por otro lado, Basak et al. (2019) encuentran que transformar los retornos como una variable categórica para Random Forest y Extreme Gradient Boosting resulta en estimados que superan a otros algoritmos de la literatura, pues sugieren que al simplificar los retornos como un problema de clasificación reduce el ruido inherente de la serie con lo cual obtienen menos errores que otros algoritmos, estos resultados son coherentes con los hallazgos de Lohrmann, C. y P. Luukka (2019) quienes muestran que con un modelo Random Forest de clasificación y de selección de componentes principales puede obtener retornos promedio de 0.076% comparados contra los retornos de 0.044% diario de una estrategia *buy and hold* para el período de 2016 a 2018. De igual manera, Siami Namin, Sima y Akbar Siami Namin (2018) sugieren que el algoritmo de redes neuronales llamado *Long Short Term Memory* supera el desempeño en la reducción de errores del modelo ARIMA en más del 80%. Los resultados prometedores que emergieron de estos estudios estimularon el impulso para llevar a cabo una comparación entre el modelo de Random Forest, que ha demostrado un sólido rendimiento en aplicaciones previas, el modelo ARIMA, un enfoque tradicional en el campo y el Extreme Gradient Boosting, un modelo innovador que aún no ha sido ampliamente explorado en la literatura existente.

El significativo avance de la capacidad computacional de los procesadores y la continua disminución del tamaño de los transistores permite que los modelos basados en ML tengan mejores capacidades predictivas y estén al alcance de un mayor público. Gracias a esto, ha existido un boom en el interés por aplicar modelos cada vez más avanzados de AI al estudio de los precios y la construcción de estrategias de inversión con base en ML. Pero, vale la pena examinar y cuantificar la comparación entre los modelos Machine Learning y el modelo Auto Regresivo de Medias Móviles (ARIMA), pues es un modelo de series de tiempo tradicional que ha mostrado buenos resultados en la literatura<sup>2</sup> de tal forma que sea posible analizar si los modelos más recientes son mejores que los modelos tradicionales para el análisis de series de

---

<sup>2</sup> Simon Stevenson, "A Comparison of the Forecasting Ability of ARIMA Models," *Journal of Property Investment & Finance* 25, no. 3 (2007): 223-240, <http://dx.doi.org/10.1108/14635780710746902>.

tiempo financieras. Un modelo que ha ganado popularidad recientemente por su facilidad de construcción y buenos resultados es el propuesto por Leo Breiman en 2001 denominado *Random Forest* (RF).<sup>3</sup> Este es un modelo de aprendizaje automático que combina varios árboles de decisión; cada árbol se entrena con una muestra aleatoria y características seleccionadas al azar para después combinar la predicción de cada árbol para obtener la predicción final. De igual manera, un modelo poco utilizado en la literatura pero ampliamente aplicado en competencias de Machine Learning por su aprendizaje continuo es el denominado *Extreme Gradient Boosting* (XGB)<sup>4</sup> propuesto por Chen y Guestrin en 2016.<sup>5</sup> Este modelo consiste en utilizar la técnica de *boosting* y árboles de decisión para mejorar la precisión y el rendimiento en problemas de clasificación y regresión. *Boosting* es una técnica de ML que combina modelos débiles (bajo nivel de desempeño en ajuste y predicción) para formar un modelo fuerte (alto nivel de desempeño en ajuste y predicción), corrige errores iterativamente y da más peso a las instancias mal clasificadas. Con lo cual este produce un modelo final de alto rendimiento, capaz de aprender patrones complejos en problemas desafiantes de clasificación y regresión.

Este trabajo de investigación sostiene que los modelos de clasificación Random Forest y Extreme Gradient Boosting, empleados en la predicción de la dirección diaria del mercado como un problema de clasificación presentan una mejor estrategia de inversión que el modelo tradicional de series de tiempo ARIMA. Concretamente, el objetivo de esta tesis es utilizar los modelos de clasificación Random Forest y Extreme Gradient Boosting para predecir la dirección del retorno diario de diferentes acciones de la bolsa de valores de Nueva York como un resultado binario y de tres clases para crear una estrategia de *trading* que maximice los retornos a la inversión. Para cumplir con el objetivo se entrenaron tres modelos diferentes para 9 acciones y un índice de la bolsa de valores de Nueva York durante todos los días hábiles del 2022 con una ventana de entrenamiento conformada por los últimos 70 precios de cierre diario observados en cada fecha de cálculo. Las variables utilizadas para la predicción fueron los resultados binarios (Si el mercado subió, la variable es “Up”, si bajó es “Down”) con diez días

---

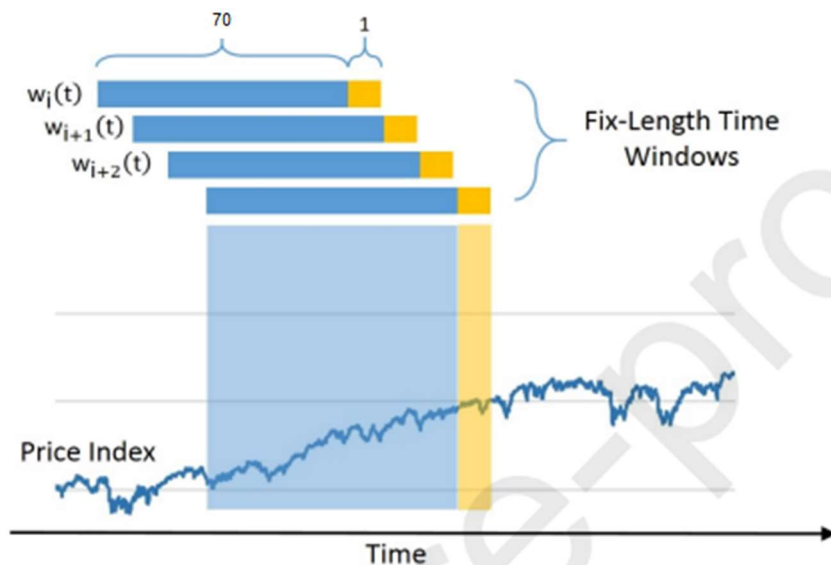
<sup>3</sup> L. Breiman, "Random Forests," *Machine Learning* 45, no. 1 (2001): 5-32.

<sup>4</sup> Jason Brownlee, "Extreme Gradient Boosting (XGBoost) Ensemble in Python," *Machine Learning Mastery* (blog), November 23, 2020, <https://machinelearningmastery.com/extreme-gradient-boosting-ensemble-in-python/>

<sup>5</sup> Tianqi Chen and Carlos Guestrin, "XGBoost: A Scalable Tree Boosting System," *arXiv preprint arXiv:1603.02754* (2016), <http://arxiv.org/abs/1603.02754>.

de rezago al día de interés. Tras un largo tiempo de entrenamiento, prueba y predicción, los resultados muestran que existe una mejora consistente de los modelos Machine Learning sobre un modelo ARIMA medida a través del *Return on Investment* (ROI) de las estrategias de inversión construidas a partir de la predicción binaria o de tres clases de la dirección diaria del mercado de valores. Los tres modelos siguen una estructura de tipo *Rolling Window*, o bien, consiguen sus predicciones a partir de entrenarlos con una ventana de tiempo móvil de 70 días anteriores, de tal manera que los modelos obtengan una predicción más acertada, pues los modelos de este tipo descartan el supuesto de que los parámetros son constantes en el tiempo, lo cual, para el análisis de series de tiempo financieras no es razonable debido a que el ambiente económico que rodea a estas series es dinámico y siempre cambiante.<sup>6</sup> Específicamente, los modelos propuestos optimizan sus parámetros y los datos de entrenamiento diariamente para obtener el resultado que mejor predice la dirección del mercado tomando en cuenta el ambiente dinámico de la serie. La siguiente imagen muestra cómo es un modelo de *Rolling Window* también conocidos como *One Step* con el fin de dejar más en claro cómo se construyen estos modelos.

Figura 1. Estructura de los modelos de Rolling Window.



Fuente: Rezaei, et al., *Stock Price prediction*, 2021.

<sup>6</sup> Eric Zivot and Jiahui Wang, *Modeling Financial Time Series with S-Plus* (2001), <https://doi.org/10.1007/978-0-387-32348-0>.



Lo que resta de esta tesis está estructurada de la siguiente forma: En la siguiente sección se discuten los datos utilizados y la metodología propuesta para obtener los resultados que son evaluados en la sección posterior. Consecuentemente se presentan las métricas y estrategias obtenidas del análisis con su respectiva discusión. Finalmente, la sección final presenta las conclusiones del trabajo así como sus alcances y limitaciones.

## Metodología

### Los datos

Los modelos estudiados en este trabajo fueron entrenados con la información diaria del siguiente conjunto de acciones de la Bolsa de valores de Nueva York (NYSE): La empresa Apple (Símbolo NYSE: AAPL), Microsoft (MSFT), Amazon (AMZN), Berkshire Hathaway (BRK.B), Google (GOOG), Walmart (WMT), Meta/Facebook (META), Bank of America (BAC) y Visa (V) así como el índice S&P500 calculado por la gestora de fondos Vanguard (VOO). Estas acciones fueron elegidas debido a su relevancia en el mercado de valores de Nueva York y su gran impacto sobre el índice. Es necesario mencionar que, para efectos ilustrativos, el estudio se limita a analizar este grupo de activos, pero los modelos pueden hacer predicciones sobre prácticamente cualquier acción de cualquier bolsa de valores a nivel mundial. Para este trabajo, los modelos, la información, gráficas y las predicciones fueron procesadas y elaboradas en lenguaje de programación R con ayuda de las paqueterías tidyverse, caret, ranger, xgboost para el ajuste de los modelos y reticulate para utilizar librerías y código de Python en el entorno de desarrollo integrado (IDE) Rstudio. Asimismo, fue necesario utilizar un bróker en línea que contara con alguna interfaz (API) en el lenguaje de programación R. Ello implicó crear una cuenta para transaccionar con el bróker Alpaca Markets, el cual permite acceder a información diaria de cualquier acción de la NYSE de forma ininterrumpida y confiable. La API también permite elaborar estrategias de inversión ficticias para experimentar a través de R.

Para entrenar los modelos ML, es necesario transformar los datos de tal manera que el retorno diario de cada acción sea “Up” en caso de que el retorno sea mayor que 0 y “Down” en caso contrario. Además, parte del procesamiento de la información es tomar los rezagos de 10 días anteriores al día de interés. Para el caso del RF y ARIMA, los casos “Up” y “Down” se establecieron como un factor numérico de 1 y 0 respectivamente. Esto para acoplarse a la especificación *one hot encoding* que requiere el Random Forest y ARIMA. En cambio, el modelo XGB no requiere de mayor manipulación de la información, pues de forma automática toma estas dos clases para elaborar y ajustar el modelo.

El índice Standard & Poor’s 500 es un índice ponderado por capitalización bursátil que rastrea el rendimiento de las 500 empresas más grandes que cotizan en las bolsas de valores de

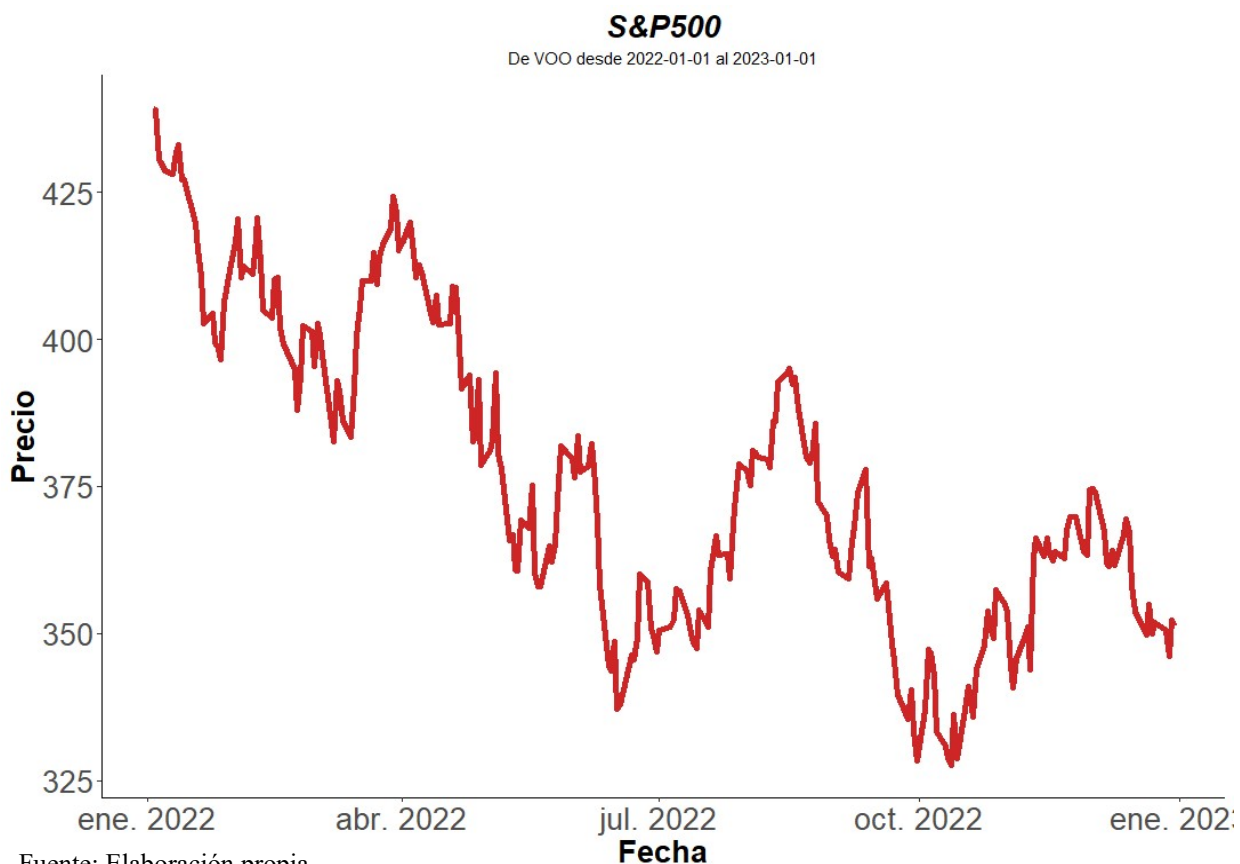
Estados Unidos. S&P es la abreviatura de Standard & Poor's, la empresa que creó y mantiene el índice. Este es considerado uno de los mejores indicadores del rendimiento del mercado de acciones estadounidense debido a su amplia cobertura de empresas en diversas industrias. Las empresas que forman parte del S&P 500 son seleccionadas por un comité y representan aproximadamente el 80% de la capitalización total del mercado de acciones de Estados Unidos. El índice incluye empresas de todos los sectores de la economía, incluyendo tecnología, salud, finanzas, bienes de consumo, energía, entre otros. Es importante señalar que el S&P 500 es un índice de rendimiento total, lo que significa que refleja no solo los cambios de precio de las acciones de las empresas que lo componen, sino también los dividendos que estas empresas pagan a sus accionistas. Además, el S&P 500 se utiliza a menudo como un punto de referencia para las inversiones individuales o los fondos de inversión; un gestor de fondos o un inversor individual a menudo comparará el rendimiento de sus inversiones con el rendimiento del S&P 500 para ver cómo se están desempeñando en relación con el "mercado" en general.

Ahora será presentada la estadística descriptiva de todos los activos que componen el portafolio. Los retornos fueron calculados para mostrarse como el porcentaje de cambio entre el precio de apertura y cierre de un mismo día con la siguiente fórmula:

$$\log \left( 1 + \frac{P_i^{cierre} - P_i^{apertura}}{P_i^{apertura}} \right)$$

Donde  $P_i^{cierre}$  es el precio de cierre diario de la acción  $i$  y  $P_i^{apertura}$  el precio de apertura.

Figura 2. Serie de tiempo del índice S&P500 en el 2022.



En general, puede verse en la Tabla 1 que existen diferencias importantes de los mínimos y máximos de las acciones de empresas del sector tecnológico respecto al índice y las demás acciones. En ese mismo sentido, un indicador muy utilizado en el ámbito financiero para medir la volatilidad es la desviación estándar muestral, la cual es elevada también para las empresas

tecnológicas respecto a las demás. No obstante, la media de los retornos es cercana a 0 para todos los activos, ya sea positiva o negativa.

Tabla 1. Estadística descriptiva de los retornos de los activos del portafolio.

Estadística descriptiva

<i>Estadístico</i>	<i>VOO</i>	<i>AAPL</i>	<i>MSFT</i>	<i>AMZN</i>	<i>BRK.B</i>	<i>META</i>	<i>GOOG</i>	<i>WMT</i>	<i>BAC</i>	<i>V</i>
<b>min</b>	-3.4407003	-4.6675139	-5.0098519	-7.1751058	-3.2070889	-6.9471302	-5.4718361	-4.4725173	-4.6478692	-4.6815534
<b>max</b>	4.6823151	6.3050490	7.7909248	7.9166858	5.6118057	8.2688393	6.4426814	4.3181465	7.4666421	5.3730322
<b>range</b>	8.1230154	10.9725628	12.8007768	15.0917915	8.8188946	15.2159695	11.9145175	8.7906639	12.1145114	10.0545856
<b>sum</b>	-6.1258529	5.1578671	-15.4563603	-45.7896435	-20.0854183	0.1087755	-20.1892157	16.5223730	-29.5802327	15.2656557
<b>median</b>	0.0078224	0.0685824	0.0727567	-0.1815887	-0.1347097	0.0609199	-0.0434537	0.0524286	0.0000000	0.1282874
<b>mean</b>	-0.0244058	0.0205493	-0.0615791	-0.1824289	-0.0800216	0.0004334	-0.0804351	0.0658262	-0.1178495	0.0608193
<b>SE.mean</b>	0.0798043	0.1190757	0.1169487	0.1483707	0.0768085	0.1640994	0.1220000	0.0813972	0.1042355	0.0974853
<b>CI.mean.0.95</b>	0.1571745	0.2345194	0.2303302	0.2922158	0.1512743	0.3231935	0.2402788	0.1603116	0.2052917	0.1919970
<b>var</b>	1.5985511	3.5589347	3.4329250	5.5254781	1.4807872	6.7590824	3.7358849	1.6630004	2.7271258	2.3853469
<b>std.dev</b>	1.2643382	1.8865139	1.8528154	2.3506336	1.2168760	2.5998235	1.9328437	1.2895737	1.6514012	1.5444568
<b>coef.var</b>	-51.8048500	91.8044187	-30.0883690	-12.8852067	-15.2068467	5999.1082441	-24.0298477	19.5905880	-14.0127936	25.3941707

Fuente: Elaboración propia.

## La especificación

Los modelos de Machine Learning o de Aprendizaje Automático son algoritmos que tienen la capacidad de aprender patrones a partir de datos para generar predicciones, o bien, establecer relaciones entre variables. Existen dos agrupaciones generales por tipos de aprendizaje para los modelos de ML, las cuales se describen a continuación:

- Aprendizaje supervisado: Este tipo de modelos aprenden a partir de un conjunto de datos de entrenamiento cuyas variables de interés son conocidas. De tal manera que el algoritmo aprende a partir de los errores y aciertos que obtenga durante su entrenamiento. Ejemplos comunes de este tipo de modelos son: Gradient Boosted Trees, Redes Neuronales, Regresión Logística y LASSO y métodos con árboles de decisión
- Aprendizaje no supervisado: Este tipo de modelos aprenden a partir de un conjunto de datos de entrenamiento cuyas variables de interés son desconocidas. Así, el modelo intenta identificar patrones en los datos sin tener un mecanismo de verificación de error, sino a través de diferentes métodos para agrupar conjuntos de datos que comparten propiedades similares. Ejemplos de este tipo de modelos son: Clustering con K medias o K vecinos más cercanos, Análisis de Componentes Principales (PCA) y Análisis de Componentes Independientes.

Cada uno de los tipos de aprendizaje tiene diferentes formas de medir su rendimiento, pero este trabajo solamente utiliza modelos de tipo supervisado, por lo que se discutirán las medidas asociadas al rendimiento de este tipo de modelos. Para el caso de problemas de regresión o numéricos, las medidas más utilizadas para evaluar el desempeño de modelos de ML son la raíz del error medio al cuadrado (RMSE), el error cuadrático medio (MSE) y el R cuadrado. Estas medidas cuantifican los residuos de las predicciones así como la variabilidad capturada por el modelo. Ahora bien, para el caso de problemas de clasificación, las medidas más comunes son la precisión, exactitud, tasa de verdaderos positivos (Recall), F1 score y el área bajo la curva característica operativa del receptor (AUC-ROC). Estas medidas están enfocadas en señalar la medida en la que el modelo acierta en clasificar correctamente la variable de interés. De forma más específica, las medidas señalan lo siguiente:

- **Exactitud (Accuracy):** Esta métrica evalúa la proporción de predicciones correctas realizadas por el modelo sobre el total de predicciones. Se calcula como el número de predicciones correctas dividido por el número total de predicciones. Sin embargo, su principal limitación es que puede ser engañosa en contextos donde las clases están desequilibradas, o bien, que exista un mayor número de positivos que negativos y viceversa.
- **Precisión (Precision):** La precisión mide la calidad de las predicciones positivas realizadas por el modelo. Esta es calculada como el número de verdaderos positivos dividido por la suma de los verdaderos positivos y falsos positivos. Es especialmente útil en contextos donde los falsos positivos son más costosos que los falsos negativos.
- **Tasa de Verdaderos Positivos (Recall):** El recall es la proporción de positivos reales que el modelo fue capaz de identificar correctamente. Este es calculado como el número de verdaderos positivos dividido por la suma de los verdaderos positivos y los falsos negativos. Es útil en contextos donde los falsos negativos son más costosos que los falsos positivos.
- **F1 Score:** El F1 Score es una medida que combina la precisión y el recall en una sola métrica. Este es calculado como:

$$2 \frac{(Precision \cdot Recall)}{Precision + Recall}$$

El F1 Score es especialmente útil cuando se tiene un conjunto de datos desequilibrado y se necesita buscar un equilibrio entre la precisión y el recall.

Un F1 score de 0 indica que un modelo tiene una tasa muy alta de falsos negativos y positivos, mientras que un score de 1 indica que el modelo muestra pocas veces falsas señales.

- **Área bajo la curva ROC (AUC-ROC):** La curva ROC es una gráfica que muestra el rendimiento de un modelo de clasificación en todos los umbrales de clasificación. La línea diagonal de la gráfica representa un clasificador aleatorio y el área bajo la curva (AUC) mide la habilidad del modelo para clasificar correctamente los positivos y los negativos. Un AUC de 1.0 indica un

clasificador perfecto, mientras que un AUC de 0.5 indica que la predicción exhibe el comportamiento de un clasificador aleatorio.

De tal forma, el desempeño de los modelos estará evaluado con estas métricas. Los modelos utilizados en este trabajo fueron elegidos debido a su extendido uso en la literatura y, para el caso del XGBoost, por su aparente buen desempeño en tareas de predicción.<sup>7</sup> En esta sección, se muestran las características específicas de cada modelo y su forma funcional.

### **Random Forest**

El modelo Random Forest (RF) es un algoritmo de aprendizaje supervisado que agrega múltiples árboles de decisión independientes entre sí (de ahí que se llame Bosques Aleatorios) ajustados para aprender las características esenciales que tiene el conjunto de datos. Esta especificación es comúnmente utilizada para problemas de clasificación y regresión, así como una combinación de ambas. El modelo funciona al entrenar una muestra aleatoria del conjunto de datos original y una selección aleatoria de variables para cada división en el árbol. Cuando se realiza una predicción utilizando un *Random Forest*, cada árbol del conjunto emite una predicción y luego se utiliza una estrategia de votación (en este caso se utilizó el Coeficiente de GINI para comparar la pureza de cada rama) de tal forma que las variables y ramas que no obtienen suficiente pureza sean descartadas. Así, el modelo es capaz de manejar grandes conjuntos de datos con numerosas características y obtener buenas predicciones a partir de que el modelo aprende qué variables son relevantes para cada iteración. Además, el RF resiste al sobreajuste y puede capturar relaciones no lineales y complejas entre las variables, lo cual es sumamente importante para las series de tiempo financieras.

---

<sup>7</sup> Dat Trinh Pham Vuong, Tieu Mai, Pham Uyen, and Pham Bao, "Stock-Price Forecasting Based on XGBoost and LSTM," *Computer Systems Science and Engineering* 40 (2022): 237-246, <https://doi.org/10.32604/CSSE.2022.017685>.



De forma más específica, los Random Forest en cada iteración utilizan el mecanismo de *bootstrap aggregating* o *bagging*, donde cada árbol es entrenado con una muestra aleatoria con reemplazo del conjunto de entrenamiento. Después del *bagging* de la muestra, un generador aleatorio decide qué variables van a construir las ramas del árbol para hacer una predicción a partir de esas variables. Así, la predicción y las ramas del árbol son calificadas por su pureza respecto al valor real con el coeficiente de Gini. De tal manera que el mejor nodo obtiene un “hijo”, o bien, tiene la capacidad de dividirse para repetir el ciclo hasta obtener una predicción. Después de  $n$  árboles construidos de esta manera, la predicción es obtenida por una votación ponderada por la pureza de la mayoría de los árboles.

Figura 3. Descripción algorítmica de Random Forest.

---

**Algorithm 15.1** *Random Forest for Regression or Classification.*

---

1. For  $b = 1$  to  $B$ :
  - (a) Draw a bootstrap sample  $\mathbf{Z}^*$  of size  $N$  from the training data.
  - (b) Grow a random-forest tree  $T_b$  to the bootstrapped data, by recursively repeating the following steps for each terminal node of the tree, until the minimum node size  $n_{min}$  is reached.
    - i. Select  $m$  variables at random from the  $p$  variables.
    - ii. Pick the best variable/split-point among the  $m$ .
    - iii. Split the node into two daughter nodes.
2. Output the ensemble of trees  $\{T_b\}_1^B$ .

To make a prediction at a new point  $x$ :

*Regression:*  $\hat{f}_{\text{rf}}^B(x) = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B T_b(x)$ .

*Classification:* Let  $\hat{C}_b(x)$  be the class prediction of the  $b$ th random-forest tree. Then  $\hat{C}_{\text{rf}}^B(x) = \text{majority vote } \{\hat{C}_b(x)\}_1^B$ .

---

Fuente: Hastie, et. al. "Elements of Statistical Learning", 588.

Así, algoritmo Random Forest ayuda a superar el problema del sobreajuste que se encuentra comúnmente en los árboles de decisión, pues cada árbol es suficientemente ruidoso debido a la aleatoriedad para que solo se obtenga la decisión que verdaderamente represente a

los datos. Además, debido a que se utiliza un subconjunto aleatorio de características en cada punto de división, el modelo es bastante robusto a la presencia de características no informativas.

### Extreme Gradient Boosting

El modelo Extreme Gradient Boosting (XGB), es un algoritmo de Machine Learning que utiliza la técnica de *Gradient Boosting* para crear un modelo predictivo a partir de un conjunto de modelos más débiles y originar un modelo que utiliza los errores de los árboles de decisión pasados para generar una predicción. El modelo busca minimizar una función de pérdida común y un elemento de regularización.

$$\text{obj}(\theta) = \sum_{i=1}^n l(y_i, \hat{y}_i) + \sum_{i=1}^T \Omega(f_i)$$

Ecuación 1. Función objetivo por minimizar.

$T$  Es el número de nodos en cada árbol.

$l(y_i, \hat{y}_i)$  Es la función de pérdida diferenciable.

$y_i$  Es la  $i$ -ésima observación.

$\hat{y}_i$  Es la  $i$ -ésima predicción.

$\Omega(f_i)$  Es la función de regularización de los árboles.

El primer término de la Ecuación 1 es la suma de las funciones de pérdida diferenciables, este término mide cuán bien nuestro modelo se ajusta a los datos y busca cuantificar las pérdidas del árbol en la iteración  $i$ . El segundo término es la suma de todas las regularizaciones de los árboles, esta función controla la complejidad del modelo para prevenir el sobreajuste a través de la siguiente Ecuación 2.

$$\Omega(f) = \gamma T + \frac{1}{2} \lambda \omega^2$$

Ecuación 2. Función de regularización.

$\gamma$  Es un hiperparámetro que regula la cantidad de nodos de cada árbol para su regularización.

$\lambda$  Es un hiperparámetro que controla la magnitud de la puntuación Gini al cuadrado de los nodos de cada árbol  $\omega^2$ .

La función de pérdida utilizada es la llamada *logloss*. Existe evidencia de tener buen desempeño para problemas de clasificación multivariada.<sup>8</sup>

$$l(y, \hat{y}) = -y \log(\hat{y}) - (1 - y) \log(1 - \hat{y})$$

Ecuación 3. Función de pérdida *logloss*.

De esta manera, el modelo construye un árbol de decisión débil y elabora un segundo árbol tal que minimice la Ecuación 1 hasta encontrar un árbol que obtenga el mínimo de la función. Así, XGB ajusta un modelo que aprende de los errores de los árboles pasados de tal manera que la función de pérdida regularizada sea minimizada en cada etapa. Esta es la manera en que el modelo aprende la estructura de los datos, mejorando su capacidad en cada iteración hasta obtener el mejor modelo posible. La información esencial de la estructura del modelo es la presentada por Chen y Guestrin en 2016.<sup>9</sup>

### **Modelo Auto Regresivo Integrado de Medias Móviles**

El modelo ARIMA es una técnica de análisis y pronóstico de series de tiempo que es utilizada comúnmente para datos que exhiben no estacionariedad en la media y se aplica un paso de integración para eliminar la no estacionariedad.

---

<sup>8</sup> N. Sharma and A. Juneja, "Extreme Gradient Boosting with Squared Logistic Loss Function," in *Machine Intelligence and Signal Analysis*, ed. M. Tanveer and R. Pachori (Singapore: Springer, 2019), 748, [https://doi.org/10.1007/978-981-13-0923-6\\_27](https://doi.org/10.1007/978-981-13-0923-6_27).

<sup>9</sup> Chen and Guestrin, "XGBoost", 2016.

La notación ARIMA(p,d,q) se usa para los modelos no estacionales, donde:

- p es el orden del modelo autorregresivo (número de rezagos temporales),
- d es el grado de diferenciación (número de veces que los datos han tenido restados valores pasados),
- q es el orden del modelo de media móvil.

La especificación del modelo ARIMA es la siguiente:

$$y'_t = c + \phi y'_{t-1} + \dots + \phi_p y'_{t-p} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t$$

*Ecuación 4. Modelo ARIMA. Fuente: Hyndman y Athanasopoulos, 2018.*

## Resultados

En esta sección son presentados los resultados obtenidos por los modelos de RF, XGB y ARIMA ante una estrategia de inversión con base en la dirección binaria o de tres clases de cada activo en el portafolio. El período de entrenamiento y prueba comprende todos los días hábiles desde el 1 de enero de 2022 hasta el 31 de diciembre de 2022 con una ventana móvil de 70 días. Así, obtenemos una estrategia de inversión a partir de la predicción diaria de cada modelo durante este período. Las siguientes gráficas muestran la evolución de las estrategias para cada activo del portafolio. Cada gráfico tiene las estrategias “binary” y “threshold” para los modelos RF y XGB y ARIMA.

La estrategia de inversión consiste en comprar una posición long si el modelo predice que el activo subirá ese día y se mantendrá largo hasta que el modelo prediga que el precio bajará, en cuyo caso entrará en una posición short y viceversa. Para el caso “threshold” si el modelo predice con poca seguridad (Con un umbral de probabilidad de menos del 60%) que la acción subirá o bajará, la estrategia es no hacer nada; si se está long se mantendrá así hasta que cambie la predicción y viceversa. Asimismo, en cada gráfico del Anexo se observa la evolución del ROI de cada estrategia en el tiempo.

En las estrategias detalladas en el Anexo, la evidencia muestra que, a excepción del caso de MSFT, las estrategias derivadas de los modelos de Machine Learning superan al modelo ARIMA en términos de rendimiento. Además, en ciertos casos, estos modelos incluso consiguen superar el ROI del activo en cuestión. Este resultado constituye una observación crucial en el marco de esta tesis, ya que indica preliminarmente la capacidad de los modelos de Inteligencia Artificial para generar estrategias de trading efectivas que producen rendimientos sólidos a corto y mediano plazo. Ahora, para proporcionar robustez a los hallazgos obtuvimos el desempeño de los modelos con diferentes métricas para ambos tipos de predicción.

Tabla 2. Métricas del clasificador binario por acción y por modelo.

Symbol	Accuracy			Recall			ROC			Fbeta			ROI			
	ARIMA	RF	XGB	ARIMA	RF	XGB	ARIMA	RF	XGB	ARIMA	RF	XGB	ARIMA	RF	XGB	
VOO	0.49	0.54	0.49	0.54	0.49	0.52	0.51	0.46	0.51	0.45	0.58	0.47	-27.64	5.15	-14.65	-6.36
AAPL	0.45	0.50	0.45	0.35	0.41	0.38	0.55	0.50	0.55	0.54	0.57	0.51	-36.35	-7.40	-14.56	4.06
MSFT	0.49	0.48	0.51	0.59	0.36	0.53	0.50	0.52	0.51	0.43	0.57	0.51	-8.19	-33.42	-12.96	-14.90
AMZN	0.52	0.53	0.44	0.68	0.67	0.48	0.50	0.48	0.57	0.35	0.38	0.39	-21.65	30.06	-43.47	-37.40
BRK.B	0.53	0.52	0.52	0.60	0.68	0.58	0.47	0.50	0.48	0.45	0.34	0.46	7.65	15.66	13.27	-18.71
META	0.44	0.45	0.43	0.45	0.32	0.42	0.56	0.56	0.57	0.44	0.54	0.43	-49.22	-61.96	-76.80	-1.70
GOOG	0.49	0.47	0.48	0.59	0.46	0.55	0.51	0.53	0.52	0.41	0.47	0.42	-22.60	-29.06	-0.83	-19.54
WMT	0.47	0.49	0.49	0.35	0.42	0.51	0.54	0.51	0.51	0.56	0.54	0.47	-20.27	-3.27	-18.57	17.77
BAC	0.48	0.46	0.50	0.64	0.51	0.58	0.52	0.54	0.50	0.35	0.42	0.43	-11.26	-20.82	2.40	-25.65
V	0.51	0.48	0.47	0.34	0.39	0.46	0.51	0.53	0.53	0.62	0.54	0.49	-20.48	-36.36	-9.01	15.68
Mean	<b>0.49</b>	<b>0.49</b>	<b>0.48</b>	<b>0.51</b>	<b>0.47</b>	<b>0.50</b>	<b>0.52</b>	<b>0.51</b>	<b>0.53</b>	<b>0.46</b>	<b>0.50</b>	<b>0.46</b>	<b>-21.00</b>	<b>-14.14</b>	<b>-17.52</b>	<b>-8.67</b>

Fuente: Elaboración propia.

Los resultados ilustrados en la Tabla 2 muestran que, en general, los modelos ML obtienen un mejor ROI que la estrategia originada del ARIMA. Estos resultados comparten las métricas con lo mostrado por Basak et al. (2017), puesto que el mecanismo de transformación de los datos continuos a categóricos es esencialmente el mismo. Ahora bien, la medida Accuracy de los tres tipos de modelos indica que, en general, para datos balanceados, los tres tipos de modelos son al menos tan buenos como un clasificador aleatorio, lo cual no es un buen resultado, sin embargo, nuestra muestra está lejos de estar balanceada, pues cada activo tiene una cantidad significativamente distinta de “Up” que de “Down”, por lo que, al menos el Accuracy no es una medida definitiva para medir el desempeño del modelo como previamente había sido establecido. En el mismo sentido, cada activo obtiene mejores resultados con diferentes modelos, pues cada modelo puede capturar mejor respecto a otros los patrones de las acciones, de tal forma que no hay un mejor modelo en general, sino que cada caso puede tener un modelo óptimo para la ventana definida.

Para el caso del Recall, observamos que el modelo ARIMA muestra una métrica distintivamente mayor a la de los modelos ML. A primera vista, esto puede parecer que los modelos AI no son mejores que el ARIMA, no obstante, es necesario mencionar que, el Recall elevado de ARIMA es resultado de que este modelo muestra, en la mayoría de casos, predicciones simplistas como son solamente predecir “Up” en todo el período y ocasionalmente

“Down” con lo cual la tasa de verdaderos positivos es alta, pero no debido a una alta capacidad predictiva, sino a que hay una alta cantidad de positivos predichos, algunos de los cuales son verdaderos. Este hecho es reforzado al ver la varianza del Recall de ARIMA a diferencia de los demás modelos, pues si bien tiene algunos casos donde es muy alto, también tiene casos en los que es muy bajo. En específico, la desviación estándar del Recall de ARIMA es de 0.129, mientras que la de RF y XGB es de 0.121 y 0.066 respectivamente.

Los resultados de la métrica ROC son bastante homogéneos entre sí tanto en la métrica como en su desviación estándar. Esto puede interpretarse como que ninguno de los modelos es estrictamente mejor que los demás y todos son ligeramente mejores que el clasificador aleatorio. De forma general, el caso con el mayor ROC es el modelo XGB de AMZN con un ROC de 0.57 y el caso con el número menor es el caso de RF de VOO con 0.46. Además, es relevante mencionar que las medianas de RF y XGB son iguales al ROC de 0.515 y para ARIMA es de 0.51. En general, estos resultados son alentadores, pues muestran que los tres modelos superan, al menos, al clasificador aleatorio en la mayoría de los casos.

El Fbeta muestra el F1 score de cada grupo. En este caso RF obtiene el mayor indicador en la media y mediana con 0.5 y 0.54. Es decir, el modelo RF tiene un buen balance entre la cantidad de veces que da verdaderos positivos y negativos. Esta métrica es de suma relevancia para el estudio, pues en el ámbito financiero, tanto un falso positivo como un falso negativo afectan negativamente la estrategia, pero en particular los falsos negativos tienden a ser más catastróficos, pues una posición *short* tiene ganancias limitadas y pérdidas ilimitadas. Por esta razón, el score que fue calculado toma en cuenta esta “preferencia” por falsos positivos. Así, es posible observar que, si bien RF obtiene una mejor calificación F1 que ARIMA y XGB, para el caso del modelo XGBoost, los score individuales son más homogéneos entre sí, pues tienen una desviación estándar de 0.039 a diferencia de la desviación estándar de 0.086 de RF y de 0.088 para el modelo ARIMA. Este es uno de los principales resultados de este estudio, pues muestran que el modelo Random Forest tiene un ajuste balanceado en general respecto a los demás modelos y XGB tiene un ajuste menos balanceado pero más homogéneo, mientras que el modelo Autorregresivo obtiene una calificación baja comparada a RF y menos homogénea que los resultados de XGB. Nuevamente, este score es la puntuación que mejor evalúa el rendimiento de los modelos para efectos del análisis financiero presentado en esta tesis. Ahora

bien, es relevante mencionar que la métrica más relevante de cada modelo y, en general, de cualquier estrategia es su rendimiento en un período largo de tiempo, de tal forma que las puntuaciones no son relevantes si no es posible conseguir un buen ROI al final de la estrategia.

El Return on Investment observado muestra que, en promedio, los algoritmos de ML muestran ser una mejor estrategia de inversión que el modelo ARIMA. Además, para el caso de VOO, AMZN, BRK.B, GOOG y BAC, los modelos ML superan los rendimientos totales del mercado en el período, es decir en 6 de las 10 acciones prueban superar al mercado, mientras que el ROI asociado al modelo ARIMA solo supera al mercado en el caso de MSFT, BRK.B y BAC y supera a los modelos ML solo para la acción de MSFT. En promedio, la estrategia con RF y XGB son 32% y 16% mejores que la estrategia ARIMA. Estos resultados son evidencia de que los modelos AI obtienen, en la mayoría de los casos, mejores resultados que el modelo tradicional Autorregresivo en términos de la métrica de interés F1 y el ROI del año 2022. Además, en algunas circunstancias pueden superar al rendimiento del activo en cuestión. La evidencia es robusta, pues en el período de los 251 días hábiles que los modelos fueron entrenados y puestos a prueba obtuvieron excelentes resultados para el riesgo asociado a las estrategias de compra y venta.

A diferencia de los resultados obtenidos por Basak et al. (2017), las métricas no muestran que los modelos ML sean tan robustos para mostrar una alta capacidad predictiva, pues en los resultados aquí presentados en el mejor de los casos es posible obtener un Recall de 0.68 y un F1 score de 0.57 para los modelos AI, a diferencia del Recall y F1 score de más de 0.95 y 0.94 respectivamente que obtienen los autores. Esta diferencia significativa tiene dos explicaciones, la primera es que los modelos de Basak et al. (2017) utilizan indicadores financieros adicionales así como discriminación por componentes principales como variables explicativas, mientras que los modelos propuestos en este trabajo aprenden únicamente de sus rezagos. Por otro lado, la segunda explicación es que, de acuerdo con Chai y Cho (2020), los modelos de ML y las estrategias de arbitraje estadístico contradicen la hipótesis de los mercados eficientes (EMH), pero sugieren que debido a que existen más inversores que aplican estos



modelos cada vez más complejos a la predicción financiera las oportunidades de arbitraje se acercan más a las propuestas en la EMH.<sup>10</sup>

Para el estudio de estrategias de inversión con algoritmos las métricas relevantes no necesariamente están asociadas a la cantidad de veces que el modelo acierta correctamente, sino en qué circunstancias acierta correctamente y si es capaz de capturar los patrones intrínsecos de mercados volátiles. Pues aún si un modelo acierta en una gran cantidad de días, si en ese período no existen retornos significativos, el ROI no será especialmente elevado y, en el caso de que señale una falsa alarma en un día cuyo retorno asociado es elevado, el ROI puede disminuir considerablemente. Dicho de otra forma, si un modelo acierta 80 de las 100 observaciones con un retorno absoluto promedio de 0.5% y las 20 observaciones restantes levanta falsas alarmas con un retorno absoluto promedio de 3%, el ROI será muy negativo. Así pues, las métricas mostradas en la Tabla 2 solo complementan la robustez de cada modelo para cada acción y no aseguran que un modelo es estrictamente mejor a otro, por eso es relevante analizar cada acción por separado y ver el desempeño del modelo en dicho caso. Este trabajo busca ilustrar que es posible obtener mejores resultados, en promedio y tomando en cuenta las limitaciones de los modelos, con técnicas de Machine Learning a comparación del modelo Autorregresivo Integrado de Medias móviles.

---

<sup>10</sup> J. Huang, J. Chai, and S. Cho, "Deep Learning in Finance and Banking: A Literature Review and Classification," *Frontiers of Business Research in China* 14, no. 1 (2020): 13, <https://doi.org/10.1186/s11782-020-00082-6>.

## Conclusiones

La presente tesis brinda evidencia de que el uso de algoritmos de Machine Learning (ML) en la predicción de la dirección diaria de distintos activos financieros puede proporcionar una estrategia de inversión más eficiente en comparación con el modelo ARIMA tradicional. Los modelos de ML permiten captar mejor la complejidad y no linealidad inherente en los mercados financieros.

En particular, los modelos de Aprendizaje Automático Supervisado, Random Forest y Extreme Gradient Boosting, han demostrado una capacidad notable para mejorar las predicciones en comparación con un modelo ARIMA. En términos más específicos, el uso del modelo Random Forest ha producido una mejora promedio del 32% en la eficacia de las estrategias de inversión, en comparación con el modelo ARIMA. De manera similar, el algoritmo Extreme Gradient Boosting ha presentado una mejora promedio del 16%. Estas diferencias significativas en el rendimiento resaltan el potencial de los algoritmos de Machine Learning como herramientas valiosas para los inversores. Así, en lugar de depender exclusivamente de los modelos tradicionales, los inversores tendrían beneficios considerables al explorar y utilizar estos tipos de algoritmos. Además, los resultados obtenidos en esta investigación proporcionan un argumento convincente para que los inversores exploren más a fondo los algoritmos de Machine Learning. Esto se debe a que estos algoritmos, cuando se utilizan eficazmente, pueden formar carteras de inversión que tienen el potencial de superar significativamente los retornos del mercado. En el mejor de los casos, estas carteras impulsadas por ML pueden superar las expectativas de rendimiento del mercado, proporcionando a los inversores una ventaja significativa.

## Referencias

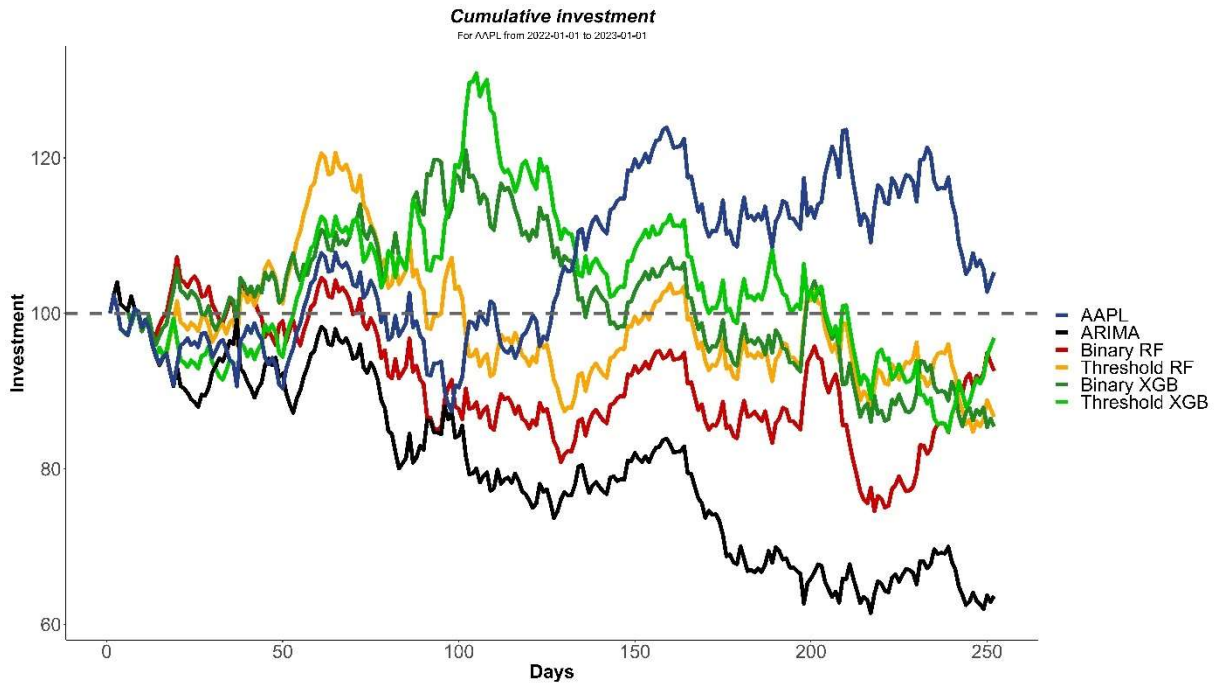
- Basak, Suryoday, Saibal Kar, Snehanshu Saha, Luckyson Khaidem, and Sudeepa Roy Dey. 2019. "Predicting the Direction of Stock Market Prices Using Tree-Based Classifiers." *The North American Journal of Economics and Finance* 47: 552-567. <https://doi.org/10.1016/j.najef.2018.06.013>.
- Breiman, Leo. 2001. "Random Forests." *Machine Learning* 45, no. 1: 5-32.
- Brownlee, Jason. 2020. "Extreme Gradient Boosting (XGBoost) Ensemble in Python." *Machine Learning Mastery (blog)*, November 23, 2020. <https://machinelearningmastery.com/extreme-gradient-boosting-ensemble-in-python/>.
- Chen, Tianqi, and Carlos Guestrin. 2016. "XGBoost: A Scalable Tree Boosting System." arXiv preprint arXiv:1603.02754. <http://arxiv.org/abs/1603.02754>.
- Hastie, Trevor, Robert Tibshirani, and Jerome Friedman. 2009. *The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction*. 2nd ed. Springer Series in Statistics. New York: Springer.
- Huang, J., J. Chai, and S. Cho. 2020. "Deep Learning in Finance and Banking: A Literature Review and Classification." *Frontiers of Business Research in China* 14, no. 1: 13. <https://doi.org/10.1186/s11782-020-00082-6>.
- Hyndman, R.J., and G. Athanasopoulos. 2018. *Forecasting: Principles and Practice*. 2nd ed. Melbourne, Australia: OTexts. <https://otexts.com/fpp2/>.
- Krauss, Christopher, Xuan Anh Do, and Nicolas Huck. 2016. "Deep neural networks, gradient-boosted trees, random forests: Statistical arbitrage on the S&P 500." *FAU Discussion Papers in Economics*, no. 03/2016. Nürnberg: Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, Institute for Economics.
- Lohrmann, C., and P. Luukka. 2019. "Classification of intraday S&P500 returns with a Random Forest." *International Journal of Forecasting* 35, no. 1: 390-407. <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2018.08.004>.
- Pham Vuong, Dat Trinh, Tieu Mai, Pham Uyen, and Pham Bao. 2022. "Stock-Price Forecasting Based on XGBoost and LSTM." *Computer Systems Science and Engineering* 40: 237-246. <https://doi.org/10.32604/CSSE.2022.017685>.

Rezaei, A., H. Faaljou, and G. Mansourfar. 2021. "Stock Price Prediction Using Deep Learning and Frequency Decomposition." *Expert Systems with Applications* 169: 114332. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2020.114332>.

Sharma, N., and A. Juneja. 2019. "Extreme Gradient Boosting with Squared Logistic Loss Function." In *Machine Intelligence and Signal Analysis*, edited by

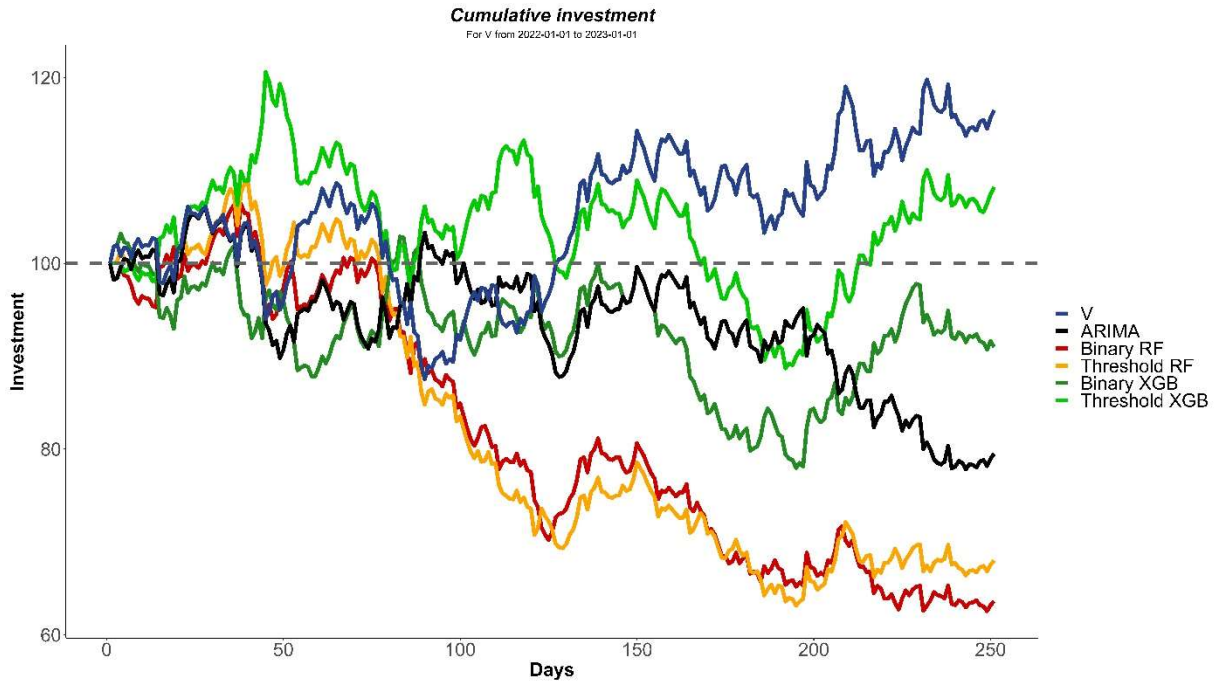
## Anexos

### Anexo 1. Series de tiempo del ROI de las estrategias sobre la acción AAPL.



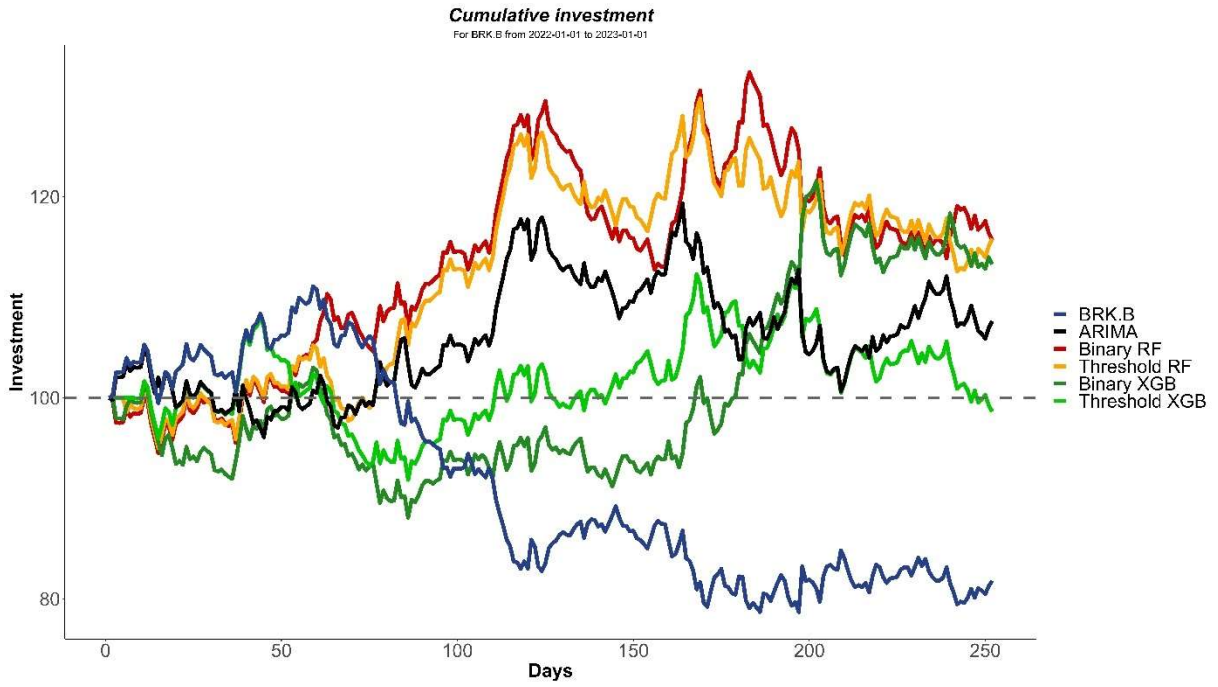
Fuente: Elaboración propia.

### Anexo 2. Series de tiempo del ROI de las estrategias sobre la acción V.



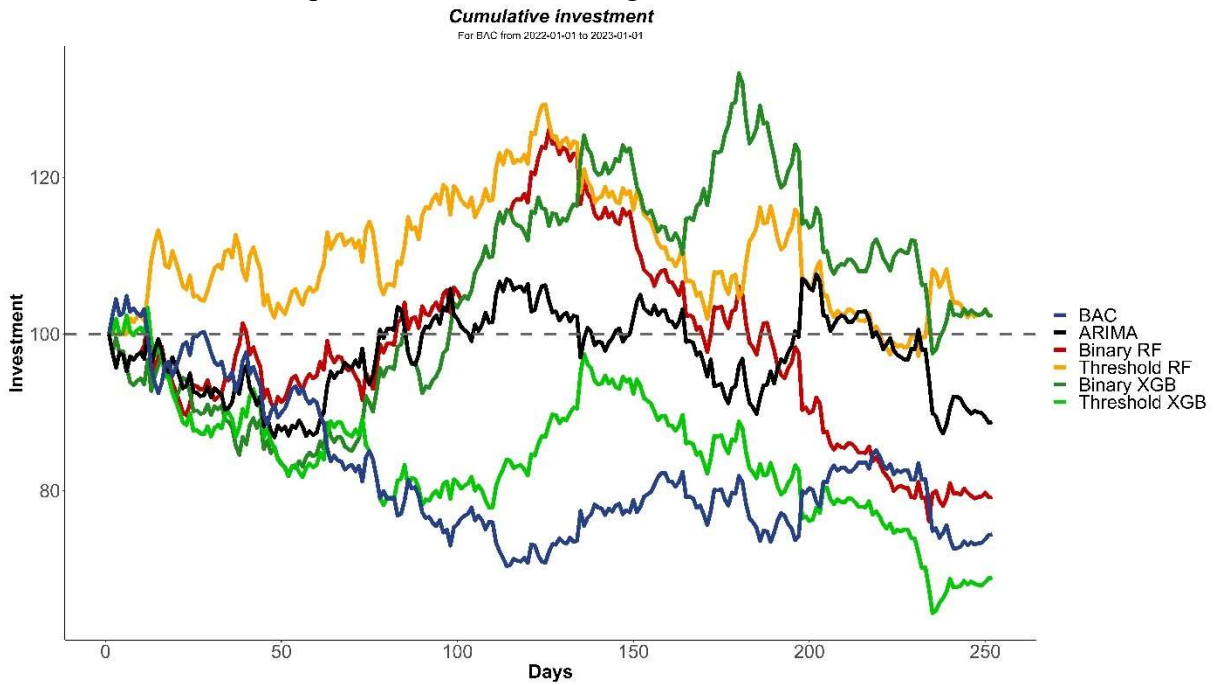
Fuente: Elaboración propia.

Anexo 3. Series de tiempo del ROI de las estrategias sobre la acción BRK.B.



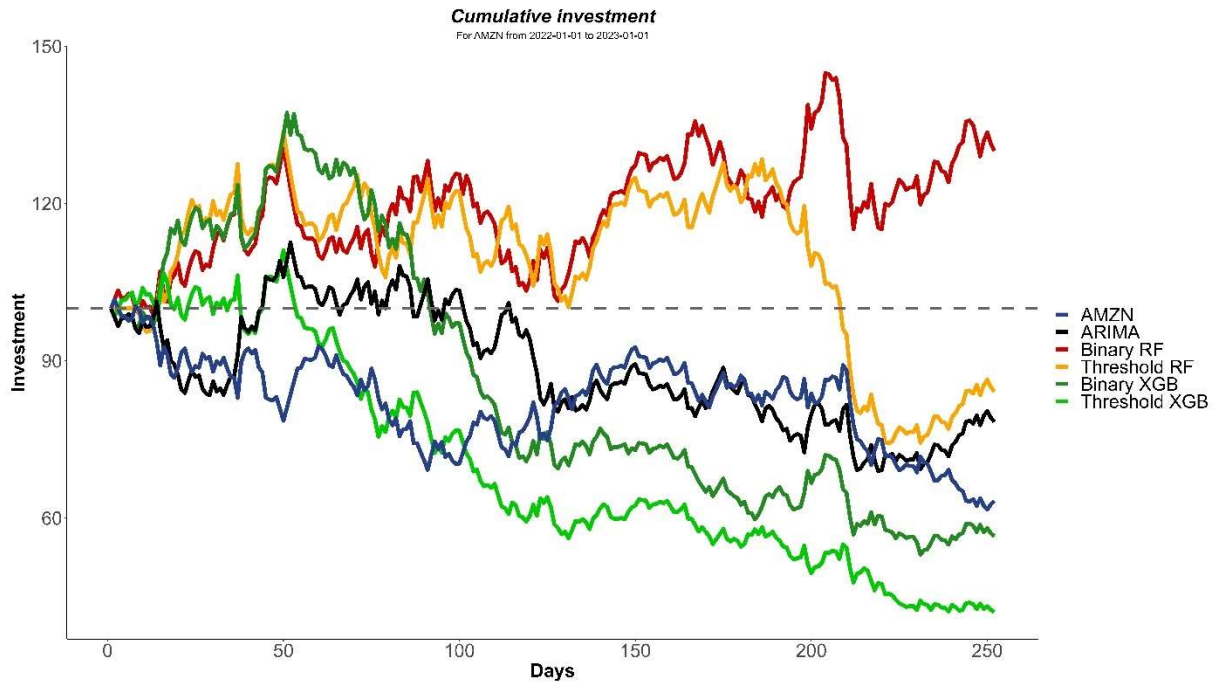
Fuente: Elaboración propia.

Anexo 4. Series de tiempo del ROI de las estrategias sobre la acción BAC.



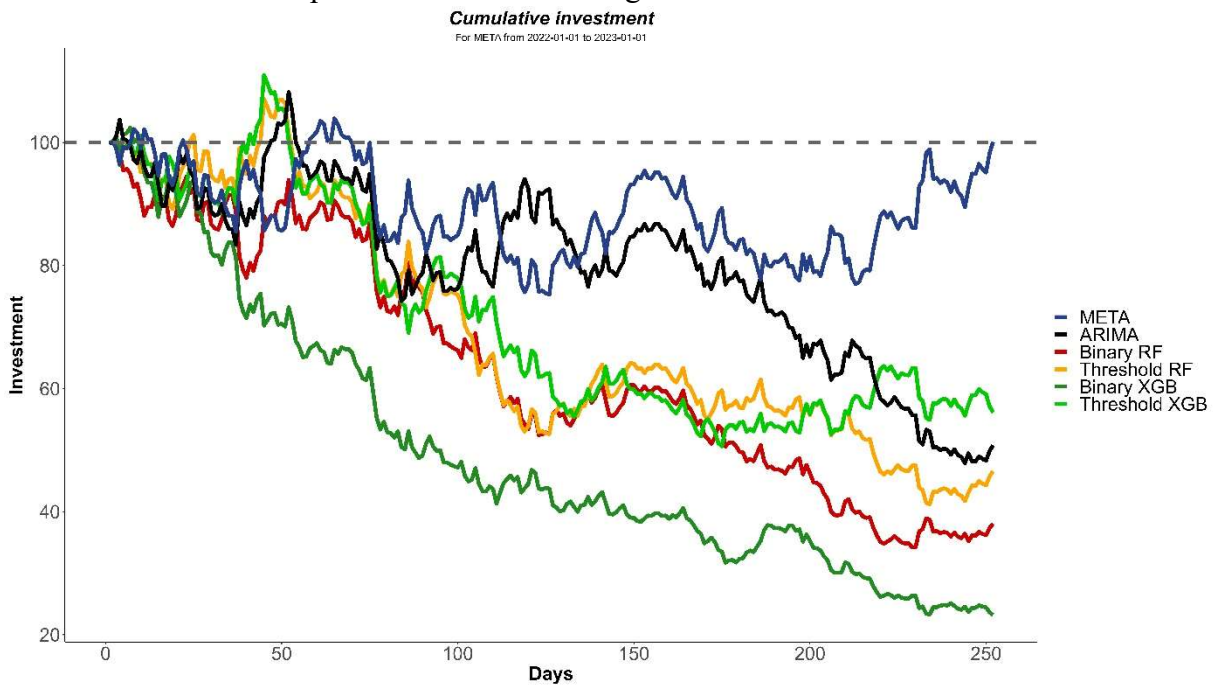
Fuente: Elaboración propia.

Anexo 5. Series de tiempo del ROI de las estrategias sobre la acción AMZN.



Fuente: Elaboración propia.

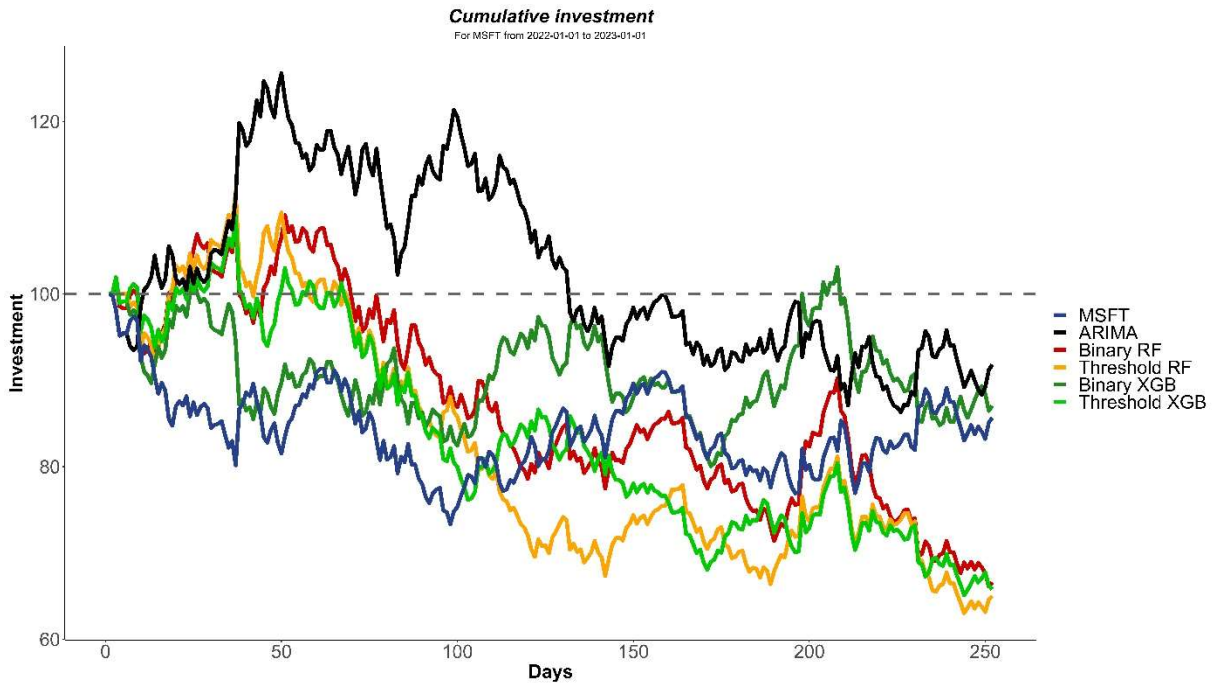
Anexo 6. Series de tiempo del ROI de las estrategias sobre la acción META.



Fuente: Elaboración propia.

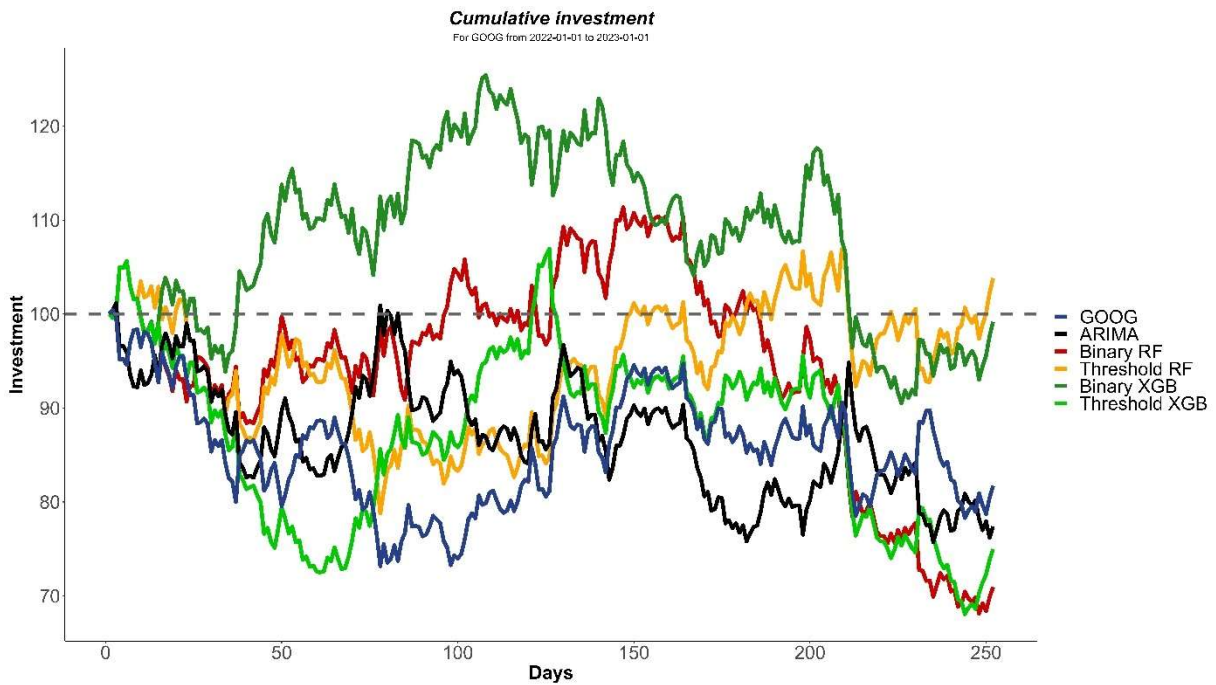


Anexo 7. Series de tiempo del ROI de las estrategias sobre la acción MSFT.



Fuente: Elaboración propia.

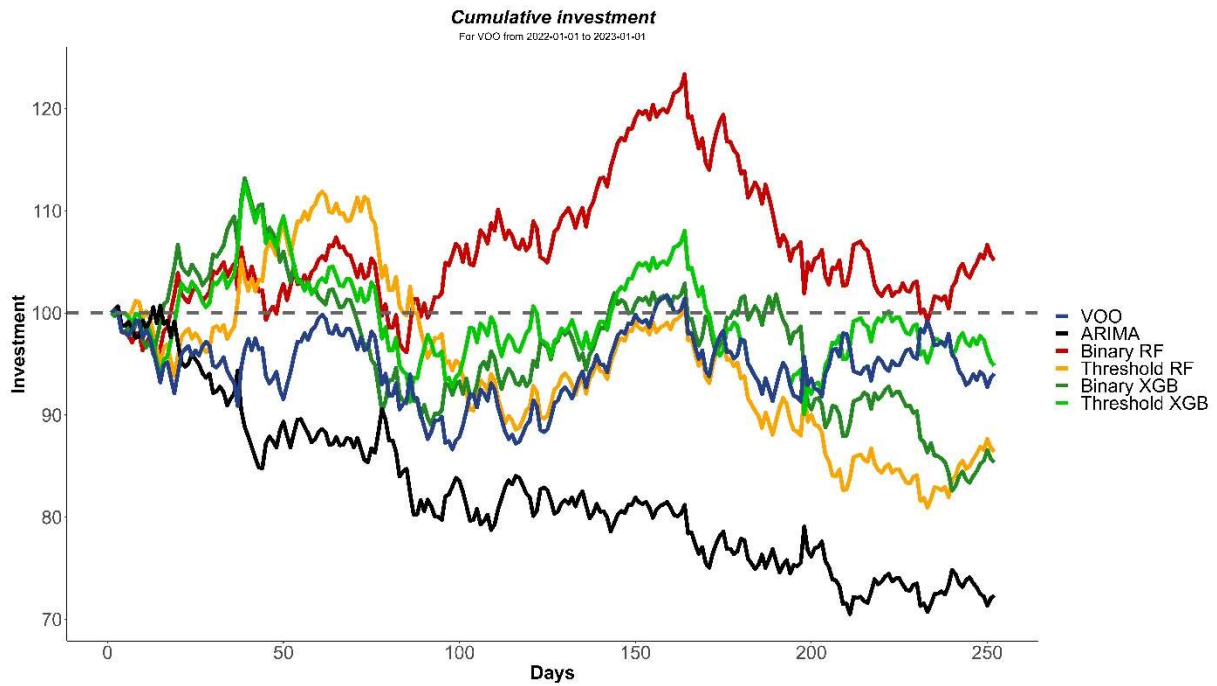
Anexo 8. Series de tiempo del ROI de las estrategias sobre la acción GOOG.



Fuente: Elaboración propia.

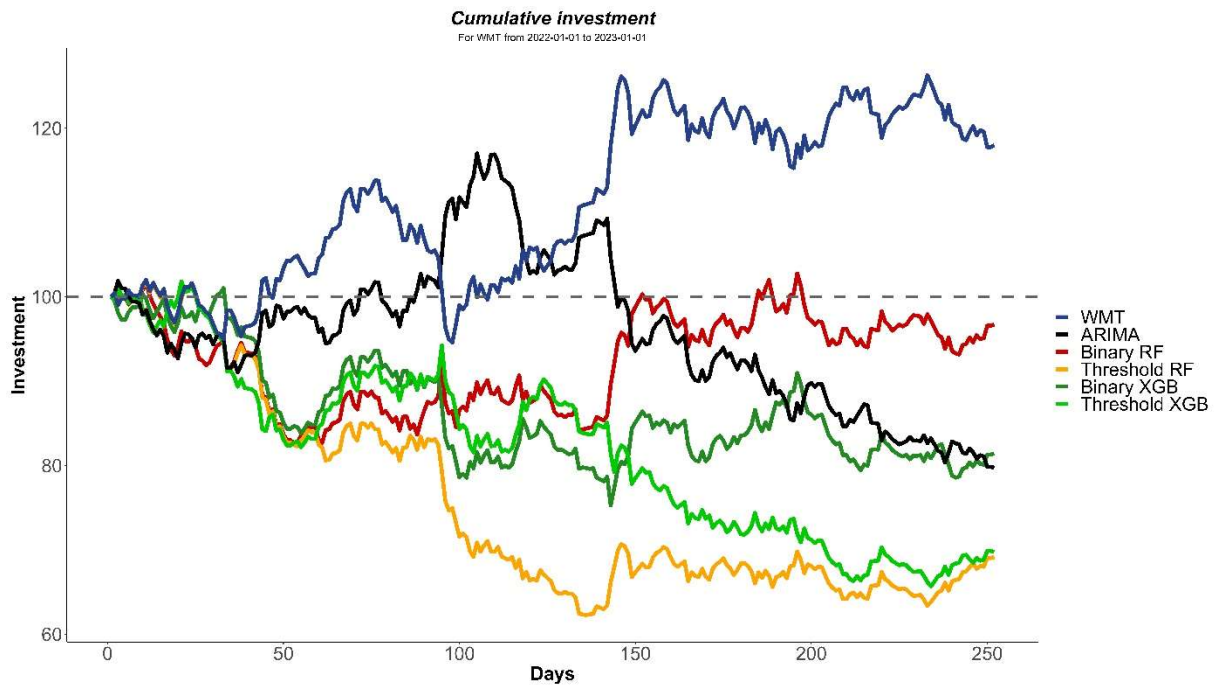


Anexo 9. Series de tiempo del ROI de las estrategias sobre el índice VOO.



Fuente: Elaboración propia.

Anexo 10. Series de tiempo del ROI de las estrategias sobre la acción WMT.



Fuente: Elaboración propia.