

Las colecciones de Documentos de Trabajo del CIDE representan un medio para difundir los avances de la labor de investigación, y para permitir que los autores reciban comentarios antes de su publicación definitiva. Se agradecerá que los comentarios se hagan llegar directamente al (los) autor(es).

❖ D.R. © 2001, Centro de Investigación y Docencia Económicas, A. C., carretera México-Toluca 3655 (km. 16.5), Lomas de Santa Fe, 01210 México, D. F., tel. 727-9800, fax: 292-1304 y 570-4277. ❖ Producción a cargo del (los) autor(es), por lo que tanto el contenido como el estilo y la redacción son responsabilidad exclusiva suya.



CIDE

NÚMERO 202

José Carlos Ramírez y José B. Morelos

**EL CONCEPTO DE POBLACIÓN EN LA TEORÍA
DEL CRECIMIENTO ECONÓMICO**

Resumen

El documento analiza las diferentes formas en que las teorías clásica, de demanda agregada y neoclásica incorporan el *principio de población* de Malthus en sus modelos de crecimiento económico. La idea detrás de este objetivo es mostrar que si la población es entendida de diversas maneras por los modelos, es simplemente porque es diferente la forma en que éstos procesan el principio de Malthus. En concreto, el documento señala que mientras para los clásicos el *principio* de Malthus es considerado esencial para darle fundamento a la ley de rendimientos decrecientes, en los modelos de demanda agregada y neoclásicos, el *principio* es introducido como factor de equilibrio y como variable instrumental, respectivamente. La conclusión principal es que el *principio* ha evolucionado de tal suerte que ahora la relación entre la población y las variables del crecimiento económico es más inteligible en términos de calidad (capital humano) que de cantidad (tasas de crecimiento), de equilibrios microeconómicos (la unidad familiar) que macroeconómicos y de escenarios donde las generaciones traslapan sus decisiones de fecundidad que de aquellos donde predominan las dinastías de vida infinita.

Abstract

This paper aims at analyzing the different ways in which Malthus' *population principle* is considered by classical, aggregated demand and neoclassical models of economic growth. By doing so, we argue that those models give different meanings to the links between demographic and economic variables because they include the *principle* into their theoretical frameworks in different fashions. Malthus' *population principle* is introduced by classical economists as a key explanatory variable of the decreasing returns law, while it is considered by aggregated demand and neoclassical models as an equilibrium factor and instrumental variable, respectively. The main conclusion is that the meaning of the *principle* has evolved in such a way in the economic growth theory, that the dual relation population-economic growth is now understood more in terms of quality (human capital), microeconomic equilibria (household levels) and overlapping generation scenarios, rather than in terms of quantity (growth rates), macroeconomic equilibria, and infinite-lived household settings.

Introducción¹

La población es un tema recurrente en economía. Los fisiócratas, los economistas clásicos, los marxistas, los keynesianos y, más recientemente, los neoclásicos se han ocupado de diversas maneras de su conceptualización. No hay, de hecho, ningún representante importante de esas escuelas que no haya investigado los vínculos de la población con el crecimiento económico. Para casi todos, el entendimiento de las condiciones de estabilidad de una economía en el largo plazo es, con mayor o menor gradación, concomitante al estudio de la dinámica demográfica.

La importancia conferida a la población no es, sin embargo, homogénea ni tiene la misma profundidad de significado en cada escuela. Mientras unos autores hacen hincapié en su cantidad (tasas de crecimiento) o en su calidad (capital humano), otros la consideran exógena o endógena al crecimiento económico o, simplemente, como una resultante de cualquier combinación de esos criterios. De igual modo, no todos toman en cuenta los mismos mecanismos de transmisión entre las variables demográficas y económicas ni todos tienen en mente los mismos conceptos de convergencia y estabilidad en los diferentes estados de equilibrio.

El objetivo de este documento es investigar las consecuencias de esas diferencias de enfoque sobre el status de la población en la teoría del crecimiento económico. La propuesta de estudio aquí discutida es que esas diferencias de enfoque son mejor entendidas si se consideran las tres formas en que la población es regularmente analizada por los economistas; esto es: como sustrato de la ley de rendimientos decrecientes, como mecanismo de equilibrio de los modelos dinámicos de demanda agregada y como variable instrumental en los modelos neoclásicos de crecimiento exógeno y endógeno. Cada una de las tres formas está asociada a un particular modo de concebir el principio de población de Malthus ya que, como veremos, el status de la población en la teoría del crecimiento económico está, en buena medida, determinado por el papel que los autores le asignan a ese principio.

Las conclusiones del documento señalan que, hoy en día, hay una fuerte tendencia a refinar la formalización de las variables demográficas en ambientes de crecimiento más sofisticados que en el pasado. La población es ahora vista como un conjunto de productores y consumidores y no, como era usual en los modelos de los años cincuenta, como una cantidad abstracta de individuos puesta a crecer en forma exponencial. A su vez, los productores son actualmente distinguidos por su nivel de educación o calificación en el trabajo, en tanto que los consumidores son tratados por la distinta utilidad que les reporta tener determinada tasa de fecundidad en diferentes generaciones (en el caso de generaciones traslapadas).

La creciente introducción de tecnologías matemáticas más complejas, como la programación dinámica, ha permitido analizar, también, patrones de estabilidad y

¹ Los autores son, respectivamente, miembros de la División de Economía del CIDE y del Centro de Estudios Demográficos y de Desarrollo Urbano de El COLMEX.

convergencia en escenarios de equilibrios determinísticos y estocásticos que eran totalmente desconocidos hasta hace apenas unos cuantos años. El reconocimiento, por ejemplo, de la existencia conjunta de ciclos y tendencias ha llevado a algunos autores a demostrar la presencia de estados de crecimiento no balanceados e inestables, en los que las soluciones óptimas del crecimiento demográfico no son necesariamente únicas: una cuestión impensable en el formato de los modelos originales de Ramsey o de Solow.

El desplazamiento del foco de atención de la oferta a la demanda, de la macroeconomía a la microeconomía y de la cantidad a la calidad, que caracteriza a la evolución de los modelos de crecimiento, ha dado pie, a su vez, a formulaciones del principio de población malthusiano que poco tienen que ver con el mecanismo de ajuste de los primeros modelos ricardianos o keynesianos. La percepción actual de que la dinámica demográfica no puede ser analizada en bloque, sino a través de sus componentes, ha llevado incluso a desarrollar nuevas ramas de la economía enfocadas a explicar la conducta de la fecundidad y de la migración en el seno de la unidad familiar, con el consecuente resultado de que el principio de Malthus sólo puede ser inteligible en el ámbito microeconómico. En una palabra, la teoría moderna del crecimiento ha dado cuenta de una visión más compleja y cualitativa de las trayectorias óptimas de la población en situaciones de equilibrio que son generadas por actores que evalúan racional e individualmente (o por núcleo familiar) su conducta reproductiva y migratoria.

Los avances incuestionables en esta dirección, y que corren a cargo casi exclusivamente de la escuela neoclásica, han dejado de lado, empero, resultados importantes que ya habían sido alcanzados por otros economistas y demógrafos en los últimos 200 años. La concepción neoclásica de la población como una variable instrumental rompe, por señalar un punto, con la tradición *clásica* de asociar diferentes patrones de crecimiento demográfico a diferentes grupos sociales. La ausencia de *filtros* que expliquen la distinta naturaleza de los vínculos entre las variables económicas y demográficas (y que en demografía son conocidos como *variables intermedias*) por grupo social es, quizás, la razón por la cual los demógrafos sigan viendo aún con desconfianza el marcado uniformismo con el que los modelos de crecimiento explican el comportamiento de la fecundidad o la migración.

Asimismo, algunos autores *evolucionistas* ponen en duda que las trayectorias de la población y, en general, de las variables de control descritas por los modelos neoclásicos se ajusten únicamente a la ley de la "menor acción" que, como se sabe, es la ley que regula las condiciones de optimización de los sistemas conservativos (o sistemas que no admiten disipación de energía; véase Prigogine, 1993 y Allen 1993). De acuerdo con estos autores, la mayoría de los sistemas socioeconómicos y físicos son no conservativos y, por tanto, irreversibles; lo cual pone en entredicho el afán de los modelos neoclásicos exógenos de encontrar soluciones óptimas apoyadas en esa ley, sobre todo cuando hacen uso de la ecuación recursiva de Bellman. La pérdida de información que experimentan los individuos en sus decisiones

económicas altera continuamente las condiciones iniciales y finales de sus trayectorias óptimas y, con ello, la reconstrucción del proceso de maximización de “adelante hacia atrás” (*backward induction*), que es inherente a esa ecuación.

Las dos partes que componen el documento ofrecen algunos elementos para analizar las consecuencias de estos tipos de omisiones por parte del *mainstream* de la teoría del crecimiento. La primera analiza, mediante algunas variantes de la ecuación de Verhulst, las distintas formas en que el principio de Malthus es concebido por los modelos de crecimiento más representativos, a la vez que muestra la mecánica de transmisión entre las variables económicas y demográficas empleada en dichos modelos. La segunda parte, evalúa muy brevemente el status de la demografía en el actual estado de evolución de los modelos de crecimiento. Finalmente, las conclusiones ofrecen un balance de los principales resultados alcanzados.

El Principio de Población de Malthus en los Modelos Económicos Dinámicos

La literatura reciente reconoce, a grandes rasgos, tres prototipos de modelos de crecimiento: el ricardiano o clásico, el de demanda agregada y el neoclásico (véase Pasinetti, 1978; Barro y Sala-I-Martin, 1995 y Aghion y Howitt, 1998). Cada uno de estos prototipos tiene, a su vez, diferentes variantes que, por su diversidad de temas y enfoques, comprenden a varias generaciones de modelos.²

La característica común de estos modelos es su naturaleza dinámica, es decir, son modelos cuya solución requiere que las condiciones de primer orden de las variables de control se resuelvan simultáneamente o, dicho más gráficamente, que las curvas integrales de las variables demográficas y económicas describan sus trayectorias óptimas en el mismo horizonte de planeación. La naturaleza interdependiente del

² Day (1993), sostiene que hay dos caracterizaciones distintas de la llamada economía dinámica: una de equilibrio “adaptado” a la que corresponderían las escuelas clásica y neoclásica de crecimiento, y una de equilibrio “adaptativo” o evolucionista a la que pertenecerían los modelos de demanda agregada. Nosotros preferimos utilizar la clasificación arriba señalada porque es la que abarca a los modelos de crecimiento más representativos de la literatura demográfica. Así tenemos que cuando hablamos del modelo ricardiano, nos referimos también a los modelos de inspiración Sraffiana que tratan el problema poblacional que Ricardo tenía en mente. Igualmente, entendemos por prototipo de los modelos de demanda agregada a aquellos modelos que basan su explicación del crecimiento en alguna variable de la función de demanda keynesiana, tales como los modelos de Harrod-Domar, Kaldor, Kalecki o los llamados modelos neo-schumpeterianos y evolucionistas. El prototipo neoclásico incluye, por su parte, a toda la generación de modelos neoclásicos exógenos y endógenos producidos en las últimas seis décadas. El conocimiento acumulado por estos modelos es monstruoso y no siempre fácil de sistematizar, por lo que es prácticamente impensable llevar a cabo un análisis pormenorizado de la forma en que la población es tratada en cada variante. Así que para tener una idea genérica del significado de la población en los modelos nos limitaremos a enunciar los principales postulados demográficos que éstos esconden bajo el principio de Malthus, sin hacer ninguna consideración a los trabajos de desarrollo económico que han hecho extensiones y adaptaciones a los modelos de crecimiento.

crecimiento de esas variables permite observar, en cada prototipo, no sólo sus efectos recíprocos a través del tiempo sino, también, la dinámica transicional de sus trayectorias a medida que convergen o no a un estado límite.

El problema es que esta característica es sólo formal pues, aunque ha habido una tendencia a asimilar las estructuras de ciertos modelos a otros, como por ejemplo la del ricardiano y/o neo-schumpeteriano a la del neoclásico, es claro que aún subsisten diferencias importantes entre los tres prototipos.³ De esas diferencias cabe mencionar sus disímboles conceptos de valor y equilibrio así como la disparidad de criterios adoptados al seleccionar los controles del crecimiento económico. Las consecuencias de estas diferencias para el análisis de la dinámica demográfica son directas puesto que, según sea el caso, los patrones de estabilidad y convergencia de la población pueden variar de modelo a modelo. Y es que cada prototipo de modelo supone, de entrada, un régimen de crecimiento poblacional distinto. Así tenemos que mientras el modelo ricardiano prefigura un mundo de corte malthusiano, los keynesianos o neo-schumpeterianos suponen un régimen posmalthusiano y los neoclásicos uno de crecimiento moderno, según la clasificación de Galor y Weil (2000).⁴ Para aclarar más esta idea consideremos, primero, el esquema original de Malthus y, después, las distintas versiones que de este principio hacen los tres prototipos de modelos.

³ Al respecto Barro y Sala-i-Martin (1995: 9 y 10) sostienen que “Economistas clásicos como Adam Smith (1776), David Ricardo (1817) y Thomas Malthus (1798) y, más tarde, Frank Ramsey (1928), Allyn Young (1928), Frank Knight (1944), y Joseph Schumpeter (1934), suministraron muchos de los ingredientes básicos que aparecen en las teorías modernas del crecimiento económico. Estas ideas incluyen los enfoques básicos de conducta competitiva y de equilibrio dinámico, el papel de los rendimientos decrecientes y su relación con la acumulación de capital físico y humano, la conexión entre ingreso per cápita y tasa de crecimiento de la población, los efectos del progreso tecnológico sobre la especialización del trabajo y el descubrimiento de nuevos bienes y métodos de producción, y el papel del poder de monopolio como incentivo para el avance tecnológico. Nuestro estudio principal empieza con la incorporación de estos elementos fundamentales (building blocks) y se enfoca en las contribuciones de tradición neoclásica (...)”.

⁴ Para estos autores, el desarrollo económico de la humanidad ha estado caracterizado por el régimen malthusiano, el régimen posmalthusiano y el régimen de crecimiento moderno. El primero dominó durante miles de años el patrón de crecimiento de la humanidad. Durante este régimen, el crecimiento poblacional y tecnológico así como el nivel de ingreso per capita permanecieron casi constantes. Debido a que en este período los movimientos ascendentes del ingreso per capita venían acompañados regularmente de un crecimiento de la población, Galor y Weil asumen que esta relación positiva identifica perfectamente la dinámica poblacional de este régimen. En el régimen de crecimiento moderno, por su parte, la relación entre el crecimiento poblacional y el nivel del producto es negativa. Es un régimen característico de las sociedades desarrolladas en el que el ingreso per capita y el nivel de la tecnología siguen una trayectoria de crecimiento balanceado (steady growth). Finalmente, “en el régimen posmalthusiano, que ocurrió entre los regímenes malthusianos y de crecimiento moderno, el ingreso per capita creció pero no tan rápido como en el de crecimiento moderno [manteniéndose] la relación malthusiana entre el ingreso per cápita y el crecimiento de la población” (806-807).

La Ecuación de Verhulst y el Principio de Población Malthusiano

Como es bien sabido, Malthus escribió en 1798 su *Ensayo* sobre el principio de población como una reacción a los juicios optimistas que sus contemporáneos formulaban sobre el progreso ilimitado de la sociedad.⁵ En su *Ensayo*, Malthus expresaba su temor de que la población creciera más rápido que los medios de subsistencia y de que, lejos de tratarse de un problema distante en el tiempo, era un obstáculo que cobraba vigencia en las circunstancias de su época. Para darle validez de ley a sus argumentos, enunció un principio en el que sostenía que la población crecía geoméricamente mientras que los medios de subsistencia lo hacían aritméricamente. El principio buscaba dejar en claro que el crecimiento desmesurado de la población era el factor causal de la pobreza de las clases bajas de la sociedad y, con ello, refutar el optimismo reinante (véase Winch 1997).

La mecánica del sistema que está detrás del principio de población de Malthus puede ser explicada formalmente con la ayuda de la ecuación logística de Verhulst:

$$\frac{dP}{dt} = aP - bP^2 \quad (1)$$

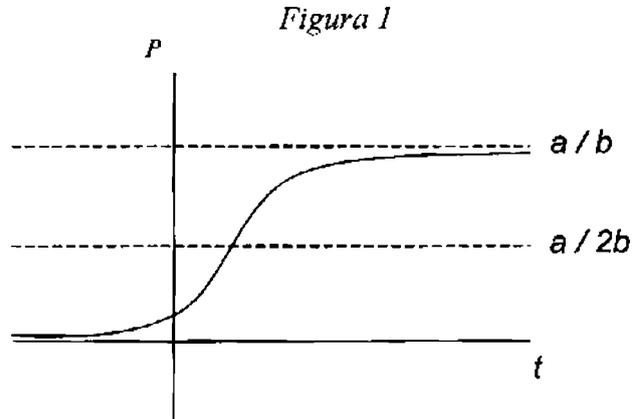
donde P es la población y a y b son constantes no negativas que representan, respectivamente, las tasas medias de natalidad y mortalidad. De acuerdo con (1), la población crece en forma exponencial según la trayectoria marcada por (2), que es precisamente la solución particular a la ecuación logística que satisface la condición inicial $P(0) = P_0$ (y $c_1 \neq 0$)

$$P(t) = \frac{aP_0/(a - bP_0)}{[bP_0/(a - bP_0)] + e^{-at}} \quad (2)$$

Los límites al crecimiento de (2) están fijados en la figura 1 por $\lim_{t \rightarrow \infty} P(t) = \frac{a}{b}$ y por $\lim_{t \rightarrow -\infty} P(t) = 0$, que dan la consabida forma de S a la curva de Verhulst. La

⁵ Para esos contemporáneos, el porvenir de las sociedades humanas, la supremacía de la razón, los progresos de la ciencia y la legislación social se conceptuaban como los medios idóneos para superar los egoísmos individuales, dominar los afanes por la ganancia y subordinar los sentidos al espíritu en los asuntos de la reproducción humana. Además la confianza en la omnipotencia de la ciencia para postergar en forma indefinida la muerte y asegurar el suministro de subsistencias durante un futuro lejano eran razones suficientes para que esos autores se despreocuparan en el *interim*, en la configuración de ese mundo feliz, del crecimiento de la población, cualesquiera que éste fuera (Le Bras 1983).

constante $\frac{a}{2b}$ es establecida como una cota intermedia para señalar la cantidad mínima de individuos que es requerida para garantizar el reemplazo de la población. El nivel de esta cota es variable y depende del tipo de especie bajo consideración.



Para aprovechar estos resultados volvamos a la ecuación (1). El segundo componente a la derecha de esa ecuación, $-bP^2$ con $b > 0$, es llamado el factor de inhibición o de competencia que, en terminología de Malthus, podemos decir que es producido por los frenos positivos (enfermedades, hambrunas y malnutrición) operantes en caso de un exceso relativo de la población. Estos frenos, que junto con los preventivos (reducción voluntaria de la fecundidad) actúan como contrapeso al deseo natural de los hombres por la reproducción (pasión de los sexos) de la especie, se activan al bajar los niveles de subsistencia.⁶ El primer componente, aP con $a > 0$, es, por su parte, el factor de expansión de la población que Malthus supone como una función positiva de los medios de subsistencia, S , y como una función negativa de los frenos preventivos. El resultado final de la acción de ambos componentes está determinado por un mecanismo del tipo Lotka-Volterra que se explica por medio del siguiente sistema no lineal de ecuaciones diferenciales.

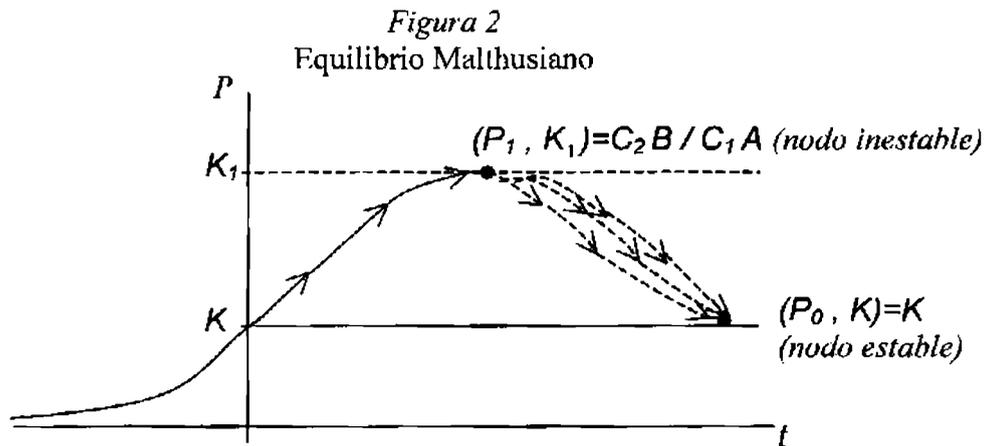
$$\begin{aligned} \frac{dP}{dt} &= r_0 P(t) \left[1 - \frac{P(t)}{K} \right] \\ \frac{dS}{dt} &= \gamma S \quad (3) \\ P_0 &= S_0 = K \end{aligned}$$

⁶ El aplazamiento de la edad de matrimonio y la reducción de la fecundidad son consecuencia de los frenos preventivos, los cuales funcionan en el análisis de Malthus como restricciones morales. La disminución de la población producida por la miseria opera, por su parte, como un freno positivo al aumentar, sobre todo, la mortalidad de los menores de edad (Le Bras 1983).

La primera ecuación del sistema (3) no es más que una variante de (1) en la que la población crece a una tasa instantánea $r_0 = a - b$, acotada por K , mientras que la segunda representa el postulado malthusiano de que los medios de subsistencia, S , crecen a un tasa aritmética γ . La pendiente de la curva solución del sistema expresa la razón de cambio de P ante un incremento en S , o, dicho de otra manera, indica que el crecimiento exponencial sugerido por Malthus es una función exclusiva de las tasas de mortalidad y natalidad (no hay migración) y, éstas a su vez de los medios de subsistencia. "Population is food controlled", como correctamente señala Keyfitz (1983, 3).

El par de soluciones linealmente independientes ($r \neq \gamma$) obtenidas en (4) tras linealizar el sistema (3) dan como resultado la curva de Verhulst, con pendiente $\frac{c_2 B e^{(\gamma-r)t}}{c_1 A}$, en un tramo de la figura 2.⁷ En efecto, si $c_1 \neq 0$, $c_2 \neq 0$ y $A \neq 0$, la curva crecerá por encima de K en el intervalo en que $\gamma \geq r \geq 0$. Fuera de ese intervalo la curva experimentará un decrecimiento en su segundo tramo que la llevará de regreso hasta K en virtud de que el $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{S}{P} = \frac{c_2 B e^{(\gamma-r)t}}{c_1 A} = 0 = K$.

$$\begin{aligned} P &= c_1 A e^{rt} \\ S &= c_2 B e^{\gamma t} \end{aligned} \quad (4)$$



La nueva curva solución tiene una condición inicial y dos supuestos de comportamiento que regulan su crecimiento. La condición inicial $P_0 = S_0 = K$ significa que hay un estado del desarrollo en el cual el nivel de ingreso de la sociedad es apenas suficiente para garantizar el reemplazo de una población cerrada

⁷ La linealización de (3) es posible debido a que el valor del determinante de los coeficientes es diferente de cero (de hecho es positivo e igual a $r\gamma$) y a que $\lim_{(P,S) \rightarrow (0,0)} \frac{bP^2}{\sqrt{P^2 + S^2}} = 0$.

(o de crecimiento natural nulo). En la figura 2, este estado está representado por la cota K en el que la tasa de mortalidad es igual a la de la natalidad a un nivel de subsistencia “piso”. Desde el punto de vista demográfico, una población con estas características corresponde a una población de tipo estacionario, en la que la tasa de mortalidad (b) es igual al recíproco del valor de la esperanza de vida al nacer (e^0) o $b=1/e^0$.

Los dos supuestos de comportamiento se refieren, a su vez, a los componentes claves del modelo malthusiano (véase Galor y Weil 2000): la relación positiva entre

las subsistencias y el crecimiento de la población, $\frac{dP}{dS} = \frac{r_0 P(t) \left[1 - \frac{P(t)}{K} \right]}{\gamma S} > 0$ (5)

y la existencia de la ley de rendimientos decrecientes, $f''(P) = r - \frac{2rP(t)}{K} < 0$ (6).

La manera en que estos supuestos entran en acción es a través de los cambios en el nivel de subsistencia. Para ver esto, supongamos, por ejemplo, que por efecto de un mejoramiento técnico en la dotación inicial de tierras (que es supuesta fija), la productividad del trabajo de la sociedad crece a tal grado que el nivel de subsistencia experimenta un desplazamiento de K a K_1 en la figura 2. El consecuente incremento en la proporción media de subsistencias inducirá a los habitantes, según las ecuaciones de (4), a incrementar su número a un tasa $\frac{c_2 B e^{(y-r)t}}{c_1 A}$ hasta el punto en que la población vuelva a ser otra vez completamente elástica con respecto al nuevo nivel de subsistencia, $K_1 = \frac{c_2 B}{c_1 A}$. En ese intervalo, la mayor influencia de (5) que de

(6) garantizará que el componente aP domine al componente $-bP^2$ en la ecuación (1).

La bonanza, dice Malthus, se perpetuará hasta que no aparezca la presión de una mayor población sobre la frontera agrícola. Una vez presente ésta presión, los mecanismos comandados por la ley de rendimientos decrecientes revertirán el círculo virtuoso establecido inicialmente entre el crecimiento del ingreso y el demográfico. Los precios más altos de los alimentos ocasionados por la mayor cantidad de esfuerzo requerido para producir una unidad de producto, aunado a una baja en el salario de mercado (resultante de una oferta de trabajo incrementada por el crecimiento del período precedente), activarán los frenos preventivos y positivos.

Ante una disminución en el nivel promedio de subsistencias, la población reducirá drásticamente su número no sólo por el mayor número de muertos debido a malnutrición o enfermedades, sino por el deseo voluntario de las familias de retrasar la edad de matrimonio y, por ende, de tener menos hijos. La combinación de (5) y (6) hará que el componente cuadrático de la primera ecuación del sistema (3) se aproxime más rápido a cero que el componente lineal y que, por tanto, la caída del

crecimiento de la población sea más violenta que la de γ en todo el trayecto de regreso al nivel de subsistencia original, K . Con un valor negativo mayor de r que de γ , el valor del exponente de $\frac{c_2 B e^{(\gamma-r)t}}{c_1 A}$ será negativo y su límite, a medida que $t \rightarrow \infty$, tenderá a converger a cero.

La diferencia entre la ecuación (1) y el sistema (3) es que, mientras en la versión original de Verhulst no hay posibilidad de regreso al estado estacionario inicial, en el esquema malthusiano cualquier cambio positivo (cuando $P(t) < K$) o negativo (cuando $P(t) > K$) del crecimiento de la población será temporal y asintótico al nivel de K , sin importar las razones tecnológicas que llevaron a la elevación de S . La explicación formal reside en las peculiares condiciones de estabilidad y convergencia que se presentan en torno a la vecindad del punto crítico (P_0, K) y que no son reproducibles, por ejemplo, por el punto de bifurcación (P_1, K_1) de la figura 2. El análisis del polinomio característico del sistema lineal asociado a (3), $\lambda^2 - (r + \gamma)\lambda + r\gamma = 0$, revela que aún cuando los eigenvalores en la vecindad de (P_0, K) y (P_1, K_1) son reales y diferentes, en (P_1, K_1) éstos son positivos, lo que significa que tanto en el sistema lineal como en el no lineal ese punto es un nodo inestable. En cambio, en la vecindad de (P_0, K) los dos eigenvalores son negativos, lo que garantiza que las trayectorias de ambos sistemas convergerán asintóticamente a ese punto en el sentido fuerte de Liapunov, configurando así un nodo estable.

La validez de este resultado no se alteraría ni aún con la presencia de progreso técnico exógeno ya que, en este caso, el crecimiento del ingreso sería absorbido en la misma proporción por un contingente adicional de población. El nuevo equilibrio resultante estaría situado a un nivel superior de K pero con la misma pendiente, en una cantidad exactamente igual al valor del parámetro tecnológico que se tome de referencia. A esta situación, en la que el nivel de vida per cápita no cambia, a pesar de la existencia de un crecimiento técnico exógeno, se le conoce como trampa malthusiana (Blanchet 1991).

Para resumir todo lo anterior podemos decir que en este mundo malthusiano, "la fecundidad de una familia no es una variable endógena sino que depende, de una manera mecánica, de sus necesidades de subsistencia. Cualquier exceso de consumo por encima del nivel de subsistencia conduce a un incremento en la fecundidad, mientras que cualquier escasez no sólo [reduce] la fecundidad sino [que incrementa] la mortalidad. Este proceso incrementa (o decrementa) el tamaño de la población dependiendo de si el consumo agregado excede o no a las necesidades de subsistencia. [Es por eso que] en un modelo de producción [como el malthusiano] sin progreso técnico y rendimientos marginales decrecientes del trabajo con respecto a un factor tierra fijo, la existencia de un estado de equilibrio estacionario, en el cual el consumo es mantenido al nivel de subsistencia, es inexorable [...]" (Srinivasan, 1998, 470).

La Adaptación del Principio de Población por los Modelos de Crecimiento Económico.

Lo realmente sorprendente del principio malthusiano es que, no obstante su aparente simplicidad, su impacto en el pensamiento económico ha sido muy profundo. Prácticamente no hay un sólo modelo de crecimiento en el que no esté presente el ajuste malthusiano de la población.⁸ Desde su publicación, el principio de población ha mantenido unida a la economía con la demografía y, hasta la fecha, sigue siendo el medio más socorrido por los modelos de crecimiento para justificar los peligros o bondades de una población creciente. La crítica o defensa del principio ha sido, sin duda, el principal puente de análisis de las dos disciplinas.

La tesis de Malthus cobró asiento en la economía con la formulación ricardiana del crecimiento. David Ricardo fue el primero en incorporar el principio en un modelo dinámico en el que el crecimiento de la población y la tasa de beneficio convergían irremisiblemente a un estado estacionario. Pero, a diferencia de Malthus, Ricardo incluyó el principio no por el carácter irrefutable de sus argumentos sino para dar fundamento a su teoría del valor y, en particular, a una de las leyes más importantes de su modelo: la ley de rendimientos decrecientes. Esta ley, "hizo casi inexpugnable a la crítica el principio de población de Malthus y la sombría opinión de [Ricardo] sobre el desarrollo de una sociedad capitalista" (Pasinetti, 1978, 111). La manera en que el principio se convirtió en sustrato de esa ley puede apreciarse mejor con la exposición de las ideas generales del modelo ricardiano.

El Modelo Ricardiano Como Fundamento Económico Del Principio de Malthus.

Ricardo desarrolló su teoría del valor para explicar cómo se determina y evoluciona la tasa de beneficio en la economía. El problema le llevó, primero, a desarrollar un análisis que relacionara la formación del valor de cambio con la distribución de los diferentes tipos de ingresos que componen el producto excedente (beneficios, salarios y renta) y, segundo, a demostrar que en una economía cerrada, la expansión del capital trae consigo una disminución en la productividad del trabajo en la tierra marginal la cual, a su vez, produce, con salarios constantes, un descenso en la tasa de beneficio y un aumento respectivo en la renta de la tierra.

⁸ Samuelson (1961) utiliza, por ejemplo, la teoría malthusiana para ejemplificar el proceso de estabilidad-inestabilidad unidireccional. Para tal efecto ilustra el comportamiento de la población mediante una parábola acotada en el límite inferior por el salario de subsistencia y en el límite superior por el salario de mercado, el cual es supuesto en función de los hábitos y las costumbres. Cuando la población está en su fase decreciente el punto de retorno se sitúa próximo al nivel de salario de subsistencia pero cuando la pendiente del nivel de subsistencia $f'(S)$ hace tangencia con la curva de población, a partir de este momento, la población inicia una tendencia creciente hasta el punto en que la $f'(S)$ hace de nuevo tangencia con la curva de la población.

La solución fue dada por Ricardo en dos etapas: una en el *Ensayo* y otra en los *Principios*.⁹ En el *Ensayo*, Ricardo hizo depender la tasa de beneficio de la economía de la tasa formada en la agricultura, para lo cual requirió de una teoría de la renta de la tierra. En los *Principios*, en cambio, invirtió los términos e hizo depender el beneficio de la economía del beneficio de la industria, alterando la versión original de la renta de la tierra. En el primer caso, la determinación del beneficio presupuso una teoría de renta de la tierra en el segundo una teoría del valor-trabajo.

No obstante estas diferencias, Ricardo dio en ambas versiones un papel primordial a la productividad del trabajo y, con ello, al principio de población de Malthus. En el *Ensayo*, la explicación a la baja en la tasa de beneficio (π) es atribuida a la caída de la productividad en las tierras menos fértiles (digamos tierras de calidad ω) que son puestas al cultivo, por efecto de una población creciente. La mayor cantidad de capital (Y_{11}^i) requerida para producir una misma unidad de producto (Y_1^i) trae como consecuencia una reducción en el beneficio de las tierras marginales y un alza en las renta (λ_i) de las tierras más feraces (o de calidad α), que resulta de la diferencia entre el antiguo y el nuevo tipo de beneficio en estas últimas tierras.

Una vez establecida la tasa de beneficio en la tierra que no existe renta (ecuación 7), ésta se transmite, primero, hacia el resto de la agricultura mediante un ajuste de precios (p_1), que en este caso actúan como meros numerarios (ecuación 8), y luego, por efecto de la competencia, a los demás sectores de la economía. La determinación de π es, pues, anterior al sistema de precios y, en concreto, al precio de la renta y del salario, por lo que una teoría de la renta de la tierra requiere de una teoría del beneficio.

$$\pi = \frac{Y_1^i - Y_{11}^i}{Y_{11}^i} \quad (i = \alpha, \omega) \quad (7)$$

$$\begin{aligned} (Y_{11}^\alpha p_1)(1 + \pi) + \lambda_\alpha &= Y_1^\alpha p_1 \quad (8) \\ (Y_{11}^\omega p_1)(1 + \pi) &= Y_1^\omega p_1 \end{aligned}$$

En este esquema, el único factor que afecta el comportamiento de π es la dificultad de producir los alimentos a causa de la omnipresente acción de la ley de rendimientos decrecientes. El razonamiento es como sigue: las alzas en el valor de cambio de los alimentos, que resultan de una disminución de la productividad del trabajo en las tierras menos fértiles, provocan subidas en los salarios nominales. Los incrementos de los salarios nominales aumentan, a su vez, en el más puro espíritu

⁹ Los títulos completos del *Ensayo* (1974) y de los *Principios* (1977) son, respectivamente: *Ensayo sobre la influencia del bajo precio del trigo sobre los beneficios del capital* y *Principios de Economía Política y Tributación*.

malthusiano, el límite natural de medios de subsistencia y, en consecuencia, la tasa de crecimiento de la población. Con una población creciente, la demanda por más alimentos obliga a incorporar tierras de menor calidad y, con ello, a elevar la renta de la tierra a costa de menores beneficios. La combinación de mayores rentas y salarios conducirá al descenso secular de la tasa de beneficio de los agricultores y, por efectos de ajustes de los precios de los bienes-salarios regulados por la ecuación (9), también la de los industriales (quienes de esa manera se verán obligados a pagar salarios más altos), hasta el punto en que la tasa de crecimiento de π y de la población sean asintóticas a K , tal como se describe en la figura 2.

Los movimientos de la población son así transmitidos por los cambios que experimenta el nivel de subsistencia. Pero a diferencia del análisis de Malthus, esos movimientos determinan y son determinados por el comportamiento de π , vía los salarios, y no sólo por la acción correctiva de los frenos preventivos y positivos o por respuestas automáticas a S . En el Ensayo todo aquello que afecte a π afecta directamente al crecimiento de la población y viceversa, bajo el presupuesto de que el mecanismo económico arriba descrito opera en ambos sentidos. La baja en los salarios reales, por ejemplo, puede hacer crecer a π y a la población siempre y cuando la sociedad se encuentre en un estado progresivo (o cuando la tasa de crecimiento del capital sea mayor que el de la población), pero no en un estado regresivo (cuando la tasa de crecimiento del capital sea menor que la del crecimiento de la población), ya que en este caso el efecto recesivo sobre π podría ser mayor. De igual modo, las eventuales reducciones en la tasa de crecimiento de la población podrían, en el estado estacionario, aumentar π , si la baja resultante de los salarios logra compensar los efectos negativos de la ley de rendimientos decrecientes derivados de agregar tierras menos fértiles al cultivo.

En los Principios, Ricardo le dio su forma más acabada al modelo poblacional de Malthus. Para empezar, abandonó los supuestos restrictivos del Ensayo al formular su teoría del valor en la que los valores de cambio de las mercancías se expresan como una razón directa de su cantidad de trabajo incorporada.¹⁰ Con esta teoría, Ricardo no sólo salvó el obstáculo relativo a la determinación de los precios de diferentes mercancías incorporadas en la canasta de bienes-salarios, sino que dio, por primera vez, una visión dinámica del comportamiento de π y de la población. En efecto, tras la eliminación del supuesto adoptado en el Ensayo de que los insumos y el capital eran cantidades diferentes del mismo bien, Ricardo encontró en su teoría un medio general para calcular el valor de π en la economía o en cualquier sector, cuando ésta incorporaba el cómputo de precios relativos. La ecuación (9) ilustra la formulación de π para el caso del sector agrícola en donde p_1 es el precio del bien agrícola y p_2 el precio del bien industrial.

¹⁰ Entre los supuestos restrictivos cabe destacar el hecho de que el producto y el capital son considerados como cantidades diferentes del mismo insumo (trigo) y que todo el capital es circulante, por lo que no quedan residuos susceptibles de utilización durante el período de producción siguiente.

$$\pi = \frac{Y_1^i - \left[Y_{11}^i + Y_{12}^i \left(\frac{P_2}{P_1} \right) \right]}{Y_{11}^i + Y_{12}^i \left(\frac{P_2}{P_1} \right)} \quad (9)$$

Contrario al resultado obtenido en el Ensayo, esta ecuación ejemplifica el hecho de que los precios preceden el cálculo de π . De otra manera habría indeterminación en éste y en los otros dos componentes (salarios y rentas) del producto total de la economía. Sin un sistema de precios no habría, para Ricardo, explicación posible de la evolución de la economía. Por eso es que en su nueva versión de la renta de la tierra, es el alza de los precios agrícolas debido a la caída de la productividad del trabajo ($f'(P_1)$), lo que provoca la formación y el aumento de renta en las tierras más férciles, o el cambio en los precios de los bienes salarios lo que fija el nivel del salario de mercado S_1 .¹¹

Con un sistema de precios basados en la teoría del valor, el problema de la fijación de π en toda la economía se vuelve entonces un asunto fácil de comprender al observar las condiciones de la industria. Y es que, debido a que estas condiciones permanecen, por hipótesis, constantes, el alza de los precios relativos de los bienes-salarios de la agricultura con relación a los de los productos industriales hará disminuir la tasa de beneficio industrial. La acción posterior de la competencia provocará que ésta tasa se imponga al resto del capital invertido en la agricultura (Benetti 1972).

No obstante las diferencias en la determinación y fijación de π entre el Ensayo y los Principios, la conclusión acerca de la evolución de la economía y de la población hacia el estado estacionario es más o menos parecida en ambas versiones. La ecuación (10) sintetiza la posición que Ricardo mantuvo al respecto en los Principios al mostrar el comportamiento dinámico de π ante cambios en K , que aquí es tomado como capital circulante o capital dedicado al pago de salarios. De acuerdo con esta ecuación, la tasa de cambio de K con respecto a π es directamente proporcional a $f'(P)$ y a $\frac{dP}{dK}$ e inversamente proporcional a $f''(P)$ y al salario natural S_0 . La explicación se encuentra en el signo negativo que acompaña a los términos en que $f'(P)$ aparece como denominador (pues, por hipótesis, $f'(P) = F(S_1 - S_0) > 0$ si la economía no se encuentra en un estado estacionario y

¹¹ Esta conclusión es contraria a la obtenida en el Ensayo en donde la formación de la renta es la que provoca el alza de precio del bien agrícola. En la nueva teoría de la renta se puede presentar el caso de que aún con tasas de beneficio iguales en tierras de distinta calidad, exista renta en las tierras de menor calidad a causa del alza en el precio del bien agrícola. Una situación impensable en el Ensayo.

$f''(P) < 0$) y en la relación positiva que, por la ecuación (5), mantiene la expresión $\frac{dP}{dK}$, donde K sustituye en este caso a S .

$$\frac{d\pi}{dK} = \frac{1}{f'(P)} \left[\frac{f'(P)}{S_0} - 1 + K \cdot \frac{f''(P)}{f'(P)} \cdot \frac{dP}{dK} \right] \quad (10)$$

Los efectos de la acumulación de K sobre π serán, entonces, positivos si el crecimiento de la productividad del trabajo es capaz de compensar los efectos negativos de la ley de rendimientos decrecientes y del crecimiento desmesurado de la población. En general, $\frac{d\pi}{dK}$ será positivo al inicio del proceso de acumulación si

$K = 0$ y la productividad del trabajo es mayor al salario natural, y durante el proceso de acumulación si la acción de los rendimientos decrecientes no es mayor que la productividad del trabajo. En el estado estacionario, esto es cuando $f'(P) = S_0$, la ecuación (10) siempre será negativa a causa de los rendimientos decrecientes (véase Pasinetti 1978, p.30). En cualquiera de los dos casos, el rol del principio de población de Malthus es de primera importancia pues, además, de que condiciona el movimiento de cada una de las variables del lado derecho de la ecuación (10), de la manera arriba descrita, asegura que la convergencia hacia el estado estacionario del sistema (representado por el par de soluciones linealmente independientes $S_1 = S_n$ y $f'(P) = S_0$) sea estable.

Para tener una idea más clara sobre este último punto, hay que tener en mente que Ricardo distingue entre ingreso neto I_n , o fondo del cual dependen los terratenientes y capitalistas, e ingreso bruto I_b , o fondo del cual depende la reproducción de la clase trabajadora. La suma de los dos da, obviamente, el ingreso total I_T producido por la economía en un año. La evolución de cada uno de estos ingresos es una función directa de la aplicación de la tecnología en el proceso de acumulación de capital. En concreto, Ricardo sostiene que mientras I_n crece regularmente con el uso de la tecnología, el valor de I_b tiende a decrecer hasta hacerse asintótico al nivel del salario natural, S_0 . El crecimiento de la población trabajadora es entonces diferenciado del de las otras dos clases minoritarias de acuerdo con un mecanismo expresado por (11).

$$\frac{dP_r}{dt} = r_0 P_r(t) \left[1 - \frac{P_r(t)}{K} \right] \quad (11)$$

$$\frac{dI_b}{dt} = \theta (I_T - I_n) I_T$$

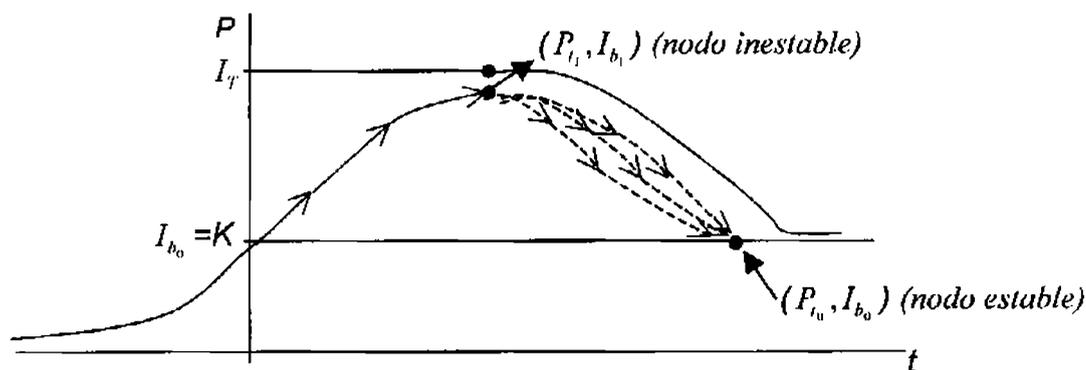
$$I_{b_0} = S_u = K$$

donde: θ es el parámetro tecnológico y

P_t es la población trabajadora.

Las condiciones de estabilidad y convergencia de este sistema son iguales a las presentadas por la curva solución del sistema (3), excepto por el hecho de que las cotas superior e inferior de la nueva curva solución para P_t están definidas por el máximo I_{b_1} y el mínimo I_{b_0} . La amplitud de la diferencia entre las cotas de la figura (3) es una función de la naturaleza de θ , ya que entre más intensivo en capital fijo (o capital dedicado a la construcción de maquinaria) sea el uso de la tecnología en el proceso de acumulación con relación al capital circulante, menor será el techo máximo del crecimiento de la población y más rápido será su convergencia al nivel I_{b_0} o viceversa.

Figura 3
Equilibrio Ricardiano



El Principio de Población Modificado en los Modelos de Demanda Agregada

La comprensión de las condiciones en las que opera el principio de población es ligeramente más complicada en los modelos de demanda agregada que en el modelo ricardiano, en especial por la inclusión de nuevos elementos en el estudio del crecimiento económico. Para empezar, la primera generación de autores del llamado modelo acelerador-multiplicador (representada por Harrod, Domar y Kaldor), considera que ninguna explicación sobre el crecimiento económico es completa si no hay un análisis detallado de los elementos constitutivos de la demanda agregada keynesiana: $Y_t = C_t + I_t$ (en una economía cerrada).¹² Los estímulos al consumo

¹² De acuerdo con el modelo multiplicador-acelerador, nombrado así por ser una extensión del

(C_t) o a la inversión (I_t), que determinan el nivel total de la demanda efectiva, son para ellos las causas del crecimiento del producto de una economía y no sólo, como en los clásicos, las condiciones de oferta.

El desplazamiento del foco de atención de la oferta a la demanda llevó a estos autores a abandonar ciertos presupuestos del análisis ricardiano, como es el hecho de concentrarse en el trabajo y el capital y no en la tierra, así como dejar de lado los cambios en las “proporciones de los factores” y, con ello, el rol asignado a la ley de rendimientos decrecientes en la explicación de la caída en la tasa de beneficio. La adopción del supuesto de que el progreso técnico hace aumentar la producción per capita a una tasa constante, independientemente del crecimiento de la población, liberó a estos modelos de la famosa “trampa malthusiana”, invirtiendo las conclusiones obtenidas por el modelo ricardiano. Esto es: que mientras los ricardianos consideran que el salario es fijado exógenamente y que el remanente (descontadas las rentas apropiadas por los terratenientes) del producto va a aparar a los beneficios, en estos primeros modelos de demanda agregada la tasa de beneficio es determinada exógenamente por la tasa natural de crecimiento y la propensión a ahorrar de los capitalistas, con lo que el remanente del producto va a parar a los salarios.

La tasa de crecimiento de la población (n) es, entonces, concebida junto con la tasa de crecimiento de la productividad (λ), como la máxima tasa sostenible de crecimiento en una economía y, por ende, como un factor de equilibrio de la proporción de beneficios en el producto nacional, tal como se puede apreciar en (12).

$$\frac{\pi}{Y} = \frac{1}{s_c} \kappa g_n \quad (12)$$

donde: $\frac{\pi}{Y}$ es la razón de beneficios a producto,

s_c es la propensión a ahorrar de los capitalistas

κ es la razón de capital a producto, y

análisis de ingreso-gasto de Keynes en el que la demanda determina el nivel del producto, si la inversión actual es igual a la diferencia entre el nivel deseado de capital en ese periodo K_t y el del anterior K_{t-1} y K_t es igual al consumo C_t , entonces lo que tendríamos es que $I_t = vC_t - K_{t-1} = v(C_t - C_{t-1})$, o la respuesta de la oferta de inversión a incrementos en la demanda de consumo: el llamado efecto acelerador. Al revés, si se suponen incrementos iniciales en la inversión entonces lo que tendríamos serían incrementos mayores en la demanda de consumo debido al efecto multiplicador, puesto que $C_t = cY_{t-1}$ (donde c es la propensión marginal al consumo). La conjunción de estas ecuaciones produce la famosa ecuación en diferencia $Y_t = c(1+v)Y_{t-1} - cvY_{t-2}$, conocida como el oscilador de Samuelson (Aghion y Howitt 1998, p.234).

$$g_n = n + \lambda$$

A diferencia del análisis ricardiano, aquí la trayectoria de la población no es regulada por el nivel de subsistencias sino por su contribución al conjunto de variables que determinan el crecimiento de la tasa de beneficio. El equilibrio en el estado estacionario es, bajo estas circunstancias, una situación extrema pues para que eso sucediera tendría que darse la solución trivial en esos modelos; lo cual sería tanto como negar el carácter dinámico de la tasa de ahorro, de la proporción de capital a producto o de la tasa natural de crecimiento.

La conducta cambiante de las variables que determinan la participación del beneficio en el producto nacional provoca que el ajuste dinámico sea diverso, inestable y, algunas veces, cíclico. Cambios en las tasas de ahorro e inversión o en el crecimiento de la población, por ejemplo, producen equilibrios distintos en el tiempo que sirven de condición inicial para el siguiente equilibrio y a sí sucesivamente. Los equilibrios no son, sin embargo, aleatorios: dependen del estado de desarrollo de la economía. En las fases iniciales, en donde el stock de capital es insuficiente para absorber toda la fuerza de trabajo y el salario se encuentra reducido al nivel de subsistencia, la población y la productividad se convierten en las variables claves del crecimiento, mientras que la relación de ahorro pasa a constituirse en el cuello de botella. Una vez absorbido el contingente de fuerza de trabajo, los papeles se invierten y ahora la relación de ahorro s_c se transforma en la variable clave del crecimiento en tanto que g_n pasa a ser el cuello de botella. En ambos casos, la población crecería o decrecería en el mismo sentido que el producto y los beneficios pero fuera del estado estacionario; esto es la población estaría en un régimen posmalthusiano en donde el principio de Malthus operaría sólo parcialmente (no habría regreso al estado estacionario).

La idea subyacente en estos primeros modelos es que el crecimiento entre las variables económicas y demográficas es balanceado pero no necesariamente estable. Y es que para los keynesianos, los mercados no se “vacían” (*non-market clearing adjustments*), por lo que no puede haber equilibrios instantáneos y estables fuera del pleno empleo. La condición normal de una economía es, para ellos, de crecimiento con paro o con una tasa relativamente estable de desempleo, u , y eso tiene implicaciones importantes para el estudio de la población. Fuera del pleno empleo, los movimientos de la población se ajustan al de las demás variables de la ecuación (12), pero no necesariamente en una senda de crecimiento intertemporal, como en los neoclásicos. Cambios en el crecimiento de la población, manteniendo constante las demás variables, pueden conducir a ajustes macroeconómicos no instantáneos en forma de ciclos o de trayectorias separatrices. Una manera simplificada de representar formalmente esta correspondencia vis a vis entre el crecimiento de la población y la demanda agregada (D_t) es mediante el siguiente sistema no conservativo en el que la población evoluciona de acuerdo al principio de Malthus y la demanda conforme a una ecuación diferencial no lineal.

$$\begin{aligned}
 n &= \frac{dP}{dt} = r_0 P(t) \left[1 - \frac{P(t)}{K_t} \right] \\
 \frac{dD}{dt} &= \varphi(C_t, I_t, u_t, P_t) = \frac{dY}{dt} \quad (13) \\
 K_0 &= D_0 = Y_0 = P_0
 \end{aligned}$$

El sistema pone de manifiesto que el crecimiento de la población se ajusta continuamente a las variaciones de la demanda a través de K_t , pero que ésta también lo hace, directamente, con la población a través de su cantidad P_t (mayor número de consumidores) o, indirectamente, a través de u_t . Las pendientes de las curvas solución de (13) indican, a su vez, que los efectos recíprocos de ambas variables describen una trayectoria estable si y solo si los niveles de los componentes de D_t se ajustan armónicamente a los niveles de Y_t (es decir, que no se de el caso, por ejemplo, del multiplicador retardado); o dicho más formalmente: que no haya disipación de energía en el sistema. En el caso contrario, esto es, que exista desfase entre el consumo y el producto, por señalar un caso concreto, la relación entre la población y la demanda sería expresada por trayectorias distintas que, dependiendo de la naturaleza y magnitud del desfase, podrían ser cerradas y, en consecuencia periódicas como los ciclos límites, o no cerradas y no periódicas como los puntos silla inestables (habría disipación de energía). Así que, de acuerdo con (13), cualquier relación de equilibrio entre la población y la demanda agregada se expresa mediante trayectorias separatrices, o trayectorias limitadas por soluciones periódicas y no periódicas, y no por soluciones únicas.

En el caso extremo de pleno empleo, que según estos modelos se obtiene sólo por azar, los incrementos en la población se traducirían en desempleo si prevaleciera un régimen de precios fijos (o de inflación contenida), y la proporción de capital (αK_t) fuera menor a la oferta de trabajo (βL_t) en una ecuación de la forma estructural $Y_t = \min(D_t, \alpha K_t, \beta L_t) = \alpha K_t$. Por el contrario, si la función fuera $Y_t = \beta L_t$ con $\beta L_t < \alpha K_t$ y $\beta L_t < D_t$, y se mantuvieran las mismas especificaciones anteriores, entonces los incrementos de la población elevarían la actividad económica en la misma proporción (para ahondar en este punto véase Blanchet, 1991).¹³

¹³ En el mismo estudio Blanchet, muestra que, en términos estáticos, la demanda efectiva es afectada positivamente por el crecimiento de la población, a consecuencia de los incrementos en el consumo de los trabajadores (e incluso de los desempleados) y negativamente por el hecho de que la tasa de desempleo aumenta como resultado de la baja en la demanda per cápita. Asimismo sostiene que, en términos dinámicos, la elasticidad de la demanda con respecto al crecimiento eventual de la población (traducida en mayor oferta de trabajo) sería positiva si el gobierno y los inversionistas incorporan en sus planes los eventuales incrementos de población. "Si los inversionistas creen que el

La discusión en torno a este tipo de equilibrios y, en particular al supuesto de no vaciamiento de los mercados, ha dado lugar recientemente a una segunda generación de modelos que busca explicar el comportamiento de las variables económicas y demográficas en términos de ciclos y tendencias. Esos modelos, representados por los neo-schumpeterianos y los evolucionistas, basan su explicación en la reformulación del concepto de crecimiento de Schumpeter, usando esquemas dinámicos no lineales. La incorporación de las ideas de “creación destructiva” y “equilibrio adaptativo” en sus análisis sobre las variables del ciclo invención-innovación, ha dado un nuevo giro a la tradicional función de demanda keynesiana. De hecho, al privilegiar una de las determinantes de la inversión, en este caso las innovaciones, i_t , cuya ocurrencia es probabilística, los autores consideran que la demanda agregada es, por definición, alcatoria y no determinística como en los modelos predecesores. En estas condiciones el logaritmo del producto, $Y_t = \phi_t(L - i)^{\alpha}$, se incrementa por el logaritmo de un factor multiplicativo $\zeta > 1$ cada vez que surja una nueva innovación. El ritmo con que aparecen las innovaciones es regulado por procesos de Poisson que, según su tasa de intensidad, μ , incrementa la productividad actual de la economía a una razón $\phi_{t+1} = \zeta\phi_t$, donde ϕ_t es el parámetro de productividad (Aghion y Howitt 1998).

La diferencia entre los dos grupos de modelos es que, mientras los neo-schumpeterianos aceptan la hipótesis de vaciamiento de los mercados y, por tanto, la existencia de equilibrios estables, los evolucionistas la niegan, asegurando que la dinámica del crecimiento del producto sólo es inteligible fuera de esos equilibrios (Day 1998). Las conclusiones relativas al papel de la población en el crecimiento del producto son distintas en ambos casos, no obstante que los dos comparten la idea de que los movimientos demográficos son erráticos y distintos al esquema malthusiano puro.

Los neo-schumpeterianos consideran poco satisfactorias las conclusiones de los modelos arriba descritos porque no ofrecen una explicación acabada de la coexistencia de los ciclos y tendencias que son inherentes a cualquier actividad económica. Aghion y Howitt (1998) mencionan, por ejemplo, que los keynesianos atribuyen todas las fluctuaciones económicas a problemas de ajuste de capacidad o de empleo en el mercado de trabajo, pero de una manera mecánica. Lo mismo sucede con los recientes modelos de crecimiento o de ciclo de negocios (business cycle) que, a pesar de que aceptan la hipótesis de vaciamiento de los mercados, encuentran dificultad en explicar la relación existente entre la tendencia del crecimiento y sus ciclos. Su propuesta es que una teoría correcta debe dar respuesta a los efectos de los shocks temporales sobre la tendencia de largo plazo y viceversa,

crecimiento demográfico va a estimular la demanda, ellos invertirán [anticipadamente] de tal suerte que lograrán estimular la demanda y el empleo [actuales]” (p.105).

y no solo de la existencia de los ciclos como en el caso del oscilador de Samuelson, la teoría de Kalecki o la ya mencionada literatura de los ciclos de los negocios.¹⁴

Las conclusiones de estos modelos toman como base de referencia las tecnologías de propósitos generales (TGP), por considerar que los sistemas flexibles de producción reflejan más adecuadamente el carácter relevante de la innovación en el crecimiento de la economía. El impacto de las TGP es claramente ejemplificado por el trabajo de Helpman y Tajtenberg (1994) en el que la tasa de crecimiento de corto plazo, g , crece conforme a un modelo de ciclo de dos fases.¹⁵ El resultado de estos autores revela que g es una función directa del parámetro de productividad, ϕ_i , el factor multiplicativo $\zeta > 1$, la innovación, i , y la tasa de intensidad del proceso de Poisson, μ (ecuación 14). En otras palabras, g es afectada directamente por todo aquello que incremente las innovaciones con excepción de una eventual caída en $\bar{\mu}$. “En el límite, cuando $[\bar{\mu}]$ caiga a cero, el crecimiento también caerá a cero en la medida que la economía permanezca más tiempo en la fase 2, sin crecer. Entonces, para cambios pequeños de $[\mu]$, g e $[i]$ serán afectadas en direcciones contrarias [...] (Aghion y Howitt, 1998, p.250)

$$g = \ln \zeta \frac{\bar{\mu} \phi_i}{\mu + \phi_i} \quad (14)$$

El papel atribuido a la población en este tipo de modelos está obviamente ligado al desempeño de la innovación. En general, se asume que la población, considerada como fuerza de trabajo, tiene una influencia positiva sobre i , no sólo en el corto sino, también, en el largo plazo. Mayores volúmenes de trabajo que aparezcan en las fases previas (investigación) y subsiguientes (manufactura) a la implementación de una TGP indican que el “tamaño” de la innovación, σ , es grande y, en consecuencia, que la tasa a la cual el flujo de innovaciones eleva la frontera tecnológica de la economía es mayor. De esta manera, la tasa de crecimiento del consumo y del capital tangible e intelectual en el largo plazo, g^* , es vista como una función positiva del “tamaño” o impacto de la innovación sobre la población

¹⁴ Esta crítica es igualmente válida para los modelos como los de Solow que analizan los efectos de los shocks temporales sobre el largo plazo. De acuerdo con Aghion y Howitt, el modelo de Solow y sus extensiones previas a la teoría del crecimiento endógeno no ofrecen un análisis correcto de la tendencia de largo plazo en ausencia de crecimiento exógeno de la población y del progreso técnico.

¹⁵ Las innovaciones se expresan en el descubrimiento de nuevas generaciones de bienes intermedios, que se asocian al surgimiento de las TGP. El supuesto base es que, primero, se implementa una TGP y, después, se inventan los bienes intermedios. Enseguida se modela el crecimiento como una secuencia de ciclos, cada uno con dos fases. En la primera fase la cantidad de trabajo es dedicada a la investigación y, en la segunda, a la manufactura, hasta que arriba la segunda generación de TGP. La segunda fase inicia cuando la investigación descubre un bien intermedio que logre la implementación de la TGP de la primera fase. El ciclo se repite ad-infinitum.

trabajadora y como una función negativa de su preferencia por el consumo presente, ρ , y la elasticidad de la demanda, ε , (ver ecuación 15). El presupuesto demográfico detrás de (15) es que no hay límite malthusiano para el crecimiento de las subsistencias ya que g^* es ilimitada y sostenible en el tiempo, en virtud de que la tasa común de rendimiento, σ , de las dos clases de capital no disminuye con la acumulación de capital (Aghion y Howitt 1998, cap.5). El crecimiento de la población se adapta, entonces, continuamente, a un estado de equilibrio límite (*steady state*) cambiante y oscilatorio en el corto plazo, según la naturaleza y tamaño de las innovaciones.

$$g^* = \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) (\sigma - \rho) \quad (15)$$

Para los evolucionistas, la población no tiene una conducta óptima *adaptada* como la recién sugerida sino *adaptativa*, es decir: una conducta mediante la cual los individuos adquieren habilidad para aprender y corregir sus errores con el tiempo.¹⁶ Y es que, a causa de la racionalidad limitada de los agentes económicos, las decisiones que éstos toman siempre incluyen un grado de incertidumbre que les impide incorporar a plenitud la información relevante generada en sus actividades rutinarias (Allen 1993). Las diferencias notables de criterios en la percepción de esa información hace que la agregación, de lo micro a lo macroeconómico, sea poco realista en los términos tradicionales, por lo que en lugar de *steady state* (basados en el principio de la “menor acción”) sea mejor, según ellos, hablar de equilibrios estadísticos (basados en procesos estocásticos o en teoría de catástrofes) (Day 1993).

La base de este postulado evolucionista constituye la crítica más recurrente a los neo-shumpeterianos que, por seguir muy de cerca la estructura neoclásica, simplifican la naturaleza estocástica de los equilibrios dinámicos de la economía. Según Day (1993), los modelos cíclicos de esos autores no hacen más que agregar variaciones aleatorias a la función de producción o de utilidad para simular el comportamiento de las fluctuaciones. El mecanismo de propagación de esas fluctuaciones, y que está a cargo de una ecuación de transición (en este caso de la ecuación de acumulación de capital), supone que cada estado de la economía emerge de su predecesor en una forma marcada por las trayectorias intertemporales de precios de equilibrio competitivos, y que los agentes ajusten sus decisiones,

¹⁶ “En equilibrio dinámico [neoclásico] la conducta de los agentes es descrita por estrategias que son óptimas con respecto a preferencias y con respecto a todas las posibles consecuencias de acciones. Los agentes están óptimamente adaptados entre sí y a su ambiente. El poder de este enfoque reside en que las trayectorias de precios y productos de equilibrio dependen solamente de las preferencias y la tecnología (y del mecanismo de generación de shocks), y no de mecanismos que resuelvan problemas de decisión y que generen precios! [...] Contrastantemente, el enfoque adaptativo, evolucionista, se concentra en la caracterización de la forma en que las economías trabajan cuando ellas [se encuentran] fuera del equilibrio y da cuenta, explícitamente, de sus capacidades para [...] evolucionar o auto-organizarse” (Day, 1993, 21).

periodo tras periodo, al principio de expectativas racionales. El problema es que en un mundo estocástico, rodeado de incertidumbre, con agentes que cuentan con información incompleta y racionalidad limitada, no es posible esperar que éstos aprendan de los valores de equilibrio de *steady state*. Cambios violentos en los parámetros de inestabilidad, como la tasa de descuento en el tiempo, pueden provocar que los valores esperados del ahorro o del rendimiento del capital no correspondan a los previstos por ese equilibrio. Los individuos no se comportan, en una palabra, como si fueran relevos de una dinastía sino que cada generación revisa y ajusta los planes de sus predecesores a su función de utilidad, de tal suerte que su conducta, en lugar de definir una senda intertemporal, describe una estrategia de optimización adaptativa. En el corto plazo, esa estrategia puede producir ciclos reales, posiblemente caóticos, alterados por errores indefinidamente.

La aceptación de que los equilibrios son adaptativos sugiere que la población no responde automáticamente a las variaciones en la demanda. Los trabajos de Allen (1993) sostienen, por ejemplo, que una población puede evolucionar hasta un cierto valor y no moverse más de ahí a pesar de que haya presiones externas para incrementar o disminuir su número. Una de las explicaciones es la conservación de ciertas tradiciones culturales refractarias a nuevas conductas demográficas, cuya persistencia puede, incluso, hacer variar el crecimiento de la población en diferentes direcciones a las esperadas por los modelos, perpetuando procesos imitativos (o procesos heredados por generaciones) que, en principio, no tienen ninguna *ventaja funcional*.

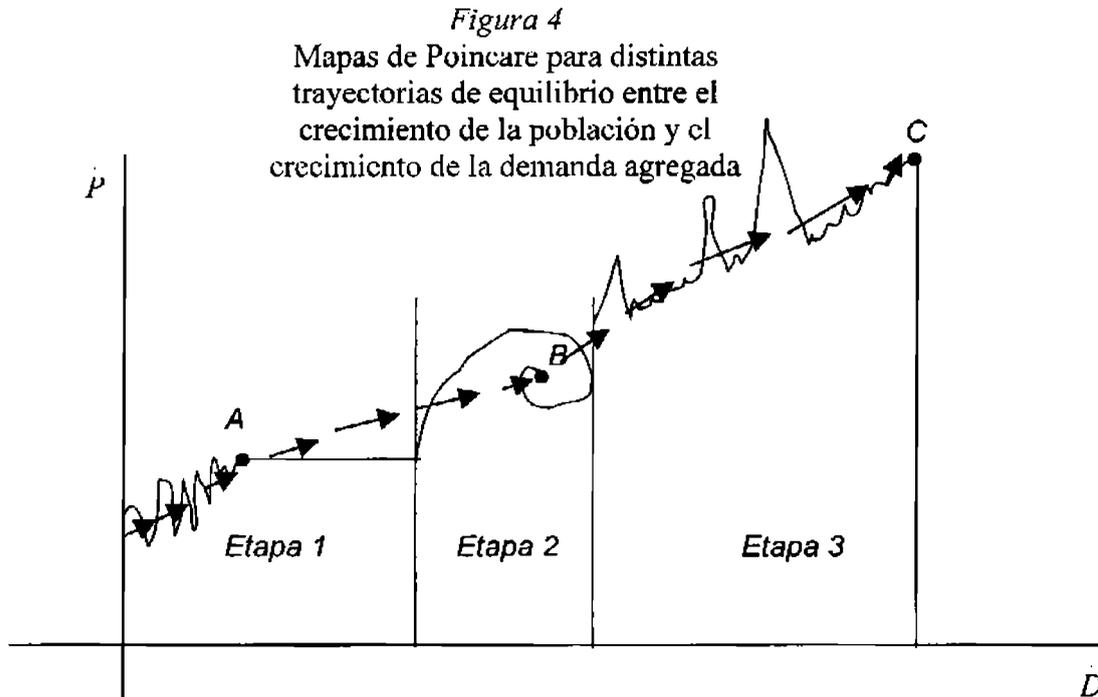
La formalización de estas conductas resistentes al cambio puede ser expresada por el sistema no conservativo (16), en el que se presenta una versión ampliada de la ecuación de Verhulst y de la tasa de crecimiento de la demanda agregada. En la nueva ecuación de Verhulst se hace explícito el hecho de que las poblaciones pueden alcanzar un valor límite pr , o de positiva retroalimentación, en el que su crecimiento no se ajusta automáticamente a los cambios de la demanda agregada. El máximo valor de pr en los modelos neo-shumpeterianos es el correspondiente al nivel máximo de la demanda en ese período de tiempo, mientras que en los evolucionistas ese valor puede ser independiente de la *carga total* del sistema, $K_1(D_1)$. La ecuación de la demanda revela, por su parte, que su crecimiento es estocástico y regulado por la magnitud de la innovación, la tasa de desempleo y el nivel de población en determinados períodos de tiempo. Pero, a diferencia de los neo-shumpeterianos, los evolucionistas consideran que su trayectoria no es forzosamente asintótica al pleno empleo ya sea porque los mercados laborales no necesariamente se vacían, y por tanto puede presentarse una $u > 0$ no friccional, o porque la inversión y la población no siempre crecen *pari-passu*.

$$\frac{dP}{dt} = aP(1 + pr.P) \left(1 - \frac{K_1(D_t)}{a} \right) - bP$$

$$\frac{dD}{dt} = \varphi(I_t(\sigma_i), u_t, P_t(pr)) \text{ donde } i \text{ se distribuye como poisson } (\mu_i, \mu) \quad (16)$$

$$K_0 = D_0 - P_0$$

La gráfica 4 muestra esta situación en un diagrama fase hipotético en el que el valor de pr es modelado como un movimiento browniano absorbente a una constante (etapa 1), como una bifurcación de Hopf (etapa 2) y como un proceso mixto de difusión con saltos asociados al crecimiento de la demanda agregada (etapa 3).¹⁷ La secuencia de *primeros regresos* o mapas de Poincaré de la gráfica 4, ilustra un hecho característico de los dos modelos en discusión y es que los *puntos fijos* de las trayectorias de población en un sistema como (16) no necesariamente coinciden con los de la trayectoria de la demanda agregada, excepto en el caso de que haya ajuste instantáneo entre las dos.



¹⁷ Estas formas de modelar el valor de pr y la demanda agregada no son caprichosas sino que responden fielmente a los argumentos de los autores. El movimiento browniano absorbente a una constante no es más que la interpretación formal de la tesis de Allen de que las poblaciones pueden permanecer creciendo a una tasa fija con independencia de los movimientos de la carga total del sistema (en este caso de la demanda agregada). Los ciclos límites son un tipo de equilibrio no necesariamente estable insistentemente señalado por evolucionistas como Goodwin (1993) y Chen (1993). Y, finalmente los modelos mixtos de difusión con salto son un ejemplo a modo de la trayectoria descrita por el proceso de innovación regulado por procesos de Poisson.

El tipo de equilibrio visualizado por los evolucionistas entre el crecimiento demográfico y la demanda agregada admite cualquiera de los *puntos fijos* y no sólo, como en los neo-shumpeterianos, el punto C de la etapa 3. Esto significa que mientras para los evolucionistas la población puede crecer con independencia de los movimientos de la demanda agregada a partir de cierto punto (punto A en la etapa 1), ajustarse a los cambios de la demanda agregada en ciertos rangos de crecimiento (punto B de la etapa 2) o, en su defecto, crecer a la par de la demanda agregada a cualquier ritmo (punto C de la etapa 3), para los neo-shumpeterianos la única situación admisible es el ajuste instantáneo entre las dos variables (punto C de la etapa 3).

La Población Como Variable Instrumental en los Modelos de Crecimiento Neoclásicos

Los modelos neoclásicos constituyen el prototipo más desarrollado de la teoría del crecimiento económico. Su vasta producción, que abarca desde los trabajos seminales de Ramsey y Solow hasta los modelos de crecimiento endógeno iniciados por Romer y Lucas, ha dado un vuelco a la manera tradicional de concebir la relación entre las variables económicas y demográficas y, en particular, al principio de población de Malthus. En concreto, estos modelos han trasladado el análisis de esa relación del campo meramente cuantitativo al cualitativo, de la macroeconomía a la microeconomía y del enfoque de dinastías de vida infinita al de generaciones traslapadas. El común denominador en este traslado es la aceptación de que la población ha completado la transición demográfica (que es cuando las tasas de fecundidad y mortalidad crecen a ritmos muy bajos) y, por ende, que la influencia recíproca del crecimiento de la población y del producto per cápita es negativa, contrario a lo sostenido por los modelos malthusianos o ricardianos.

El cambio de enfoque cuantitativo al cualitativo es resultado del largo proceso que tomó a estos modelos endogeneizar a la población y al progreso técnico. El reconocimiento de que la evolución de ambas variables en el largo plazo es esencial en el crecimiento de una economía, llevó a los autores a dejar de considerar a la tecnología y a la población como parámetros exógenos para tomarlas como incógnitas en los modelos. El resultado de este esfuerzo se tradujo en modelos más complejos y flexibles en los que el capital humano pasó a ocupar el lugar central del crecimiento del producto per cápita. La incorporación de conceptos como aprendizaje o externalidades derivadas de la actividad de investigación y desarrollo, inherentes en la comprensión del capital humano, no fue, sin embargo, una tarea sencilla: requirió de adoptar nuevos supuestos, desechar otros y, sobre todo, de sustituir el marco de referencia de los modelos anteriores.

El primer paso en esta dirección fue dado por los modelos de crecimiento exógeno. De acuerdo con Barro y Martín (1995), la introducción de una función de producción homogénea por parte de estos modelos, caracterizada por tener rendimientos constantes a escala, pero decrecientes con relación al capital y al

trabajo, una suave sustituibilidad entre los factores, y una tasa de ahorro constante, echó por tierra la hipótesis de la inestabilidad inherente de la economía presupuesta por los keynesianos. La aceptación de que los mercados son competitivos y sin problemas de ajuste de capacidad permitió a estos modelos restablecer los equilibrios de *steady state* y sobre todo, sostener dos hipótesis sobre la evolución de la economía y la población. La primera se refiere a la convergencia condicional de los niveles de capital y producto per cápita de las economías y la segunda al decaimiento del crecimiento del producto per cápita en ausencia de progreso técnico. Ambas hipótesis tienen un fuerte sabor malthusiano y ricardiano ya que bajo el supuesto de rendimientos decrecientes del capital, los modelos predicen, primero, una convergencia hacia un *steady state* (digamos K_1 en la figura 2) que está condicionada por la tasa de ahorro, el crecimiento de la población y la posición de la función de producción y, después, una caída en el crecimiento del producto per cápita (digamos hacia una K determinada) por falta de mejoras tecnológicas. En las dos hipótesis la población se ajusta automáticamente a los movimientos del producto per cápita.

La similitud entre el comportamiento de la población supuesta por estas hipótesis y los clásicos es, sin embargo, aparente. A diferencia de los clásicos, los modelos exógenos suponen que la población alcanza un *óptimo* de crecimiento en relación a una función de utilidad social, $U(c)$, y no a un nivel de Ingreso bruto o de subsistencia. La sustitución de una teoría del valor de cambio por una de valor de uso hace que estos modelos vean a la población como una entidad orientada a maximizar su bienestar ya sea como productora, evaluando el costo alternativo del ocio, o como consumidora, maximizando la utilidad de su consumo, y no como en Ricardo, como reguladora de los salarios naturales. En este sentido, los movimientos de la población sugeridos por las dos hipótesis no son más que resultados de ajustes de la función de utilidad social a patrones de consumo óptimo, $c^*(t)$ asociados a sendas de crecimiento también óptimas del capital per cápita, $k(t)$, y del producto per cápita, $y(t)$. Los cambios de la población son de esta manera explicados por las llamadas *reglas de oro* de consumo, que no son otra cosa que los puntos de equilibrio entre la variable de control, $c(t)$, y la variable de estado, $k(t)$.

La expresión formal de un sistema con estas características no tiene la misma estructura que la de los anteriores modelos, pues como podemos apreciar en (17), la tasa de crecimiento de la población n , tiene un estamento similar al que ocupa la tasa de depreciación del capital, δ , en la ecuación de transición o de acumulación del capital per cápita, \dot{k} . La influencia de n sobre el crecimiento económico es posible determinarla en estas condiciones sólo si se conoce la acción simultánea que las demás variables ejercen sobre \dot{k} ; lo cual significa que, en un formato típico de control óptimo como el de (17), n debe ajustarse a las trayectorias óptimas de $c(t)$ y $k(t)$ en todo el horizonte de planeación.

$$\text{Max}_c \int U(c(t))e^{-nt} dt$$

$$\text{s.a. } \dot{k} = y(k(t)) - c(t) - (n + \delta)k(t) \quad (17)$$

$$k(0) = k_0$$

$$0 \leq c(t) \leq y(k(t))$$

La falta de ajuste evidenciada por n con relación a las variables de control y de estado de (17) en algunas sociedades subdesarrolladas, ha llevado a algunos autores a adoptar por igual posiciones optimistas y pesimistas sobre el impacto de la población en el crecimiento de $y(t)$. Los pesimistas abrazan por completo el principio de Malthus al suponer que pequeños incrementos de $y(t)$ por encima del nivel de subsistencias desalientan la acumulación de capital, \dot{k} , debido a la presencia de una mayor oferta de trabajadores. Sin una formación masiva de capital, o \dot{k} grande, las economías estarían condenadas a la trampa maltusiana de bajo equilibrio (véase Brisdall, 1988). La misma conclusión se desprende de los modelos de un sector, como el de Solow, o de dos sectores como el de Lewis (1954) y Fei y Ranis (1964), en los que se da por sentado que un rápido crecimiento de la población en relación con la formación de capital, reduce el nivel de $c(t)$, $k(t)$ y la productividad a la vez que acentúa el dualismo de los sectores de la economía. Los optimistas, por su parte, se adhieren al principio a medias y consideran el crecimiento de la población benéfico sobre el crecimiento económico por las economías a escala que produce en el consumo y la producción y porque alienta la innovación y el cambio institucional y organizacional (Kuznets 1966). Los pesimistas suponen en sus análisis una variante del sistema (3) mientras que los optimistas una curva de Verhulst sin cota superior definida.

La falta de comprobación empírica de las hipótesis aunada a una creciente insatisfacción por el hecho de que los modelos exógenos no explicaban el componente principal del crecimiento económico (el famoso residual de Solow), provocaron que éstos entraran en una fase de abandono. La aparición de los trabajos de Romer (1986) y Lucas (1988) dieron nueva vida a las ideas neoclásicas de crecimiento económico al suponer que la función de producción incorporaba como argumento principal al progreso técnico. La novedad de los nuevos modelos reside en que el progreso técnico está compuesto por un *bien rival*, el capital humano (H_0), definido como la suma de trabajadores calificados dedicados a la manufactura (H_v) y a la investigación (H_A), y un *bien no rival*, la tecnología (A). La interacción de ambos determina la tasa de crecimiento del producto per cápita, dado un coeficiente

de éxito de la investigación (σ), y no sólo la proporción en que se combinan K y L, como en los antiguos modelos. De acuerdo con estos autores, para una economía importa más la calidad de su capital y trabajo que su cantidad. Así que una mayor preferencia por el consumo presente (una ρ más grande) a costa de una mayor inversión en investigación o calificación del trabajo se traduce en una reducción en el crecimiento del producto per cápita futuro y en una mayor divergencia con respecto a los países que tienen un σ mayor. Los criterios de optimalidad de una economía se expresan, según el sistema 18, por una función de utilidad social que depende de dos ecuaciones de transición que endogeneizan el capital humano y el éxito en la investigación y una función de producción con rendimientos crecientes en una economía de competencia imperfecta.

$$\text{Max} \int_0^{\infty} \frac{C^{\theta}}{1-\theta} e^{-\rho t} dt \quad (18)$$

$$\text{s.a. } \dot{A} = \sigma H_A A$$

$$\dot{K} = \gamma^{\alpha+\beta-1} A^{\alpha+\beta} (H_0 - H_A)^{\beta} L_0^{\beta} K^{1-\alpha-\beta} - C$$

$$A(0) = A_0 \quad K(0) = K_0$$

El acento en la calidad de los factores de la producción dio pie a que el estudio de la relación entre crecimiento económico y población pasara de los análisis macroeconómicos a los microeconómicos, sobre todo a raíz de la fusión de estos modelos con los de la nueva economía familiar (*household economics*). Como se verá un poco más adelante, los estudios pioneros de Mincer (1962), Becker (1960) y Easterlin (1978) permitieron reinterpretar las decisiones macroeconómicas de calificación en el trabajo en términos de sus modelos microeconómicos de demanda y oferta de hijos. Los padres deciden tener sus hijos en función de su calidad y no de su cantidad de acuerdo con una función de utilidad familiar. El mayor acceso a niveles educativos y de ingreso constituye un incentivo para tener menos hijos debido a que de esa manera los padres logran optimizar su función de utilidad sujeta a varios precios sombra o preferencias. A decir de estos autores, la agregación de las funciones de utilidad familiar da cuerpo a la función descrita en (18) además de que indica la naturaleza de los efectos de la población sobre el crecimiento económico. En caso de que los costos sociales de tener hijos excedan los costos privados de los padres y no sean internalizados por la unidad familiar, entonces es posible esperar disminuciones en la función de bienestar social en forma de reducciones en el ritmo de crecimiento del ingreso per cápita y viceversa.

La aceptación de que las variables demográficas pueden ser decididas con criterios racionales y de bienestar social y ser manipuladas como instrumento de control del producto per cápita, similar a como se controla la inversión o el consumo, es claramente ejemplificada con los modelos de generación traslapadas.

En estos modelos se especifican funciones de utilidad en las que se incluyen los beneficios de los padres de tener hijos contra sus costos de crianza para observar como el desarrollo económico afecta las tasas de fecundidad. La introducción de la estructura por edad en las decisiones de fecundidad constituye el vehículo de endogeneización de la población más socorrida por los proponentes de estos modelos, en particular porque de esa manera pueden garantizar que los patrones de fecundidad del padre afectan a los del hijo en una especie de relevo generacional. En efecto, mediante una función de altruismo que se incorpora a la función de utilidad los padres tienen que seleccionar su consumo y fecundidad que maximice su utilidad sujeta a un presupuesto intergeneracional. La solución de estos modelos son por lo general interiores, es decir los padres optan por hacer transferencias de recursos en educación a los hijos, si los costos sociales de tener hijos no exceden sus costos privados. En otras palabras, la tendencia de los padres es a tener menos hijos a medida que su ingreso sea progresivamente mayor, manteniéndose el régimen de crecimiento moderno sugerido por Galor y Weill (2000). En estos modelos el ajuste malthusiano sólo aparece a niveles muy bajos de ingreso per cápita en las sociedades desarrolladas o a distintos niveles en las subdesarrolladas.

El Status de la Demografía en los Modelos de Crecimiento Económico

De todo lo anterior podemos derivar tres consideraciones generales que atañen al status de la demografía en los modelos de crecimiento. La primera es que ninguno de los tres prototipos acepta una relación biunívoca entre la población y los medios de subsistencia, como la sugerida por Malthus. Ni siquiera Ricardo, el observador más fiel del principio de población, considera esa relación tan directa. Para los tres prototipos, el significado de *medios de subsistencia* de Malthus es poco representativo de la suma de elementos que componen el producto o ingreso nacional y, por tanto, de las fuerzas económicas que regulan el monto total de bienes y servicios. La reducción de toda la actividad económica a un concepto tan abstracto como medios de subsistencia no sólo equivale a asignarle el mismo peso y función a los factores intervinientes de la producción sino, también, a admitir que éstos afectan en bloque y de la misma forma a los movimientos de la población.

Los esfuerzos de los modelos están, precisamente, orientados a descubrir las relaciones cambiantes entre las principales variables del crecimiento de una economía que determinan y son determinadas por la población. En Ricardo, estas variables están conectadas con el impacto del progreso técnico sobre la tasa de beneficio y el ingreso bruto mientras que en los modelos de demanda agregada, la inversión, el consumo y, en concreto, las innovaciones, activan todo el mecanismo de transmisión entre la población y el ingreso nacional. Los dos prototipos comparten, al menos en algunos modelos, la peculiaridad de observar los vínculos entre la población y el crecimiento económico a través de la apropiación del producto por parte de las clases sociales. Consideran que la población crece

diferenciadamente porque la parte de ese producto es distribuida diferenciadamente entre los trabajadores y los capitalistas.

No ocurre así con los neoclásicos, para quienes el mundo se divide en productores y consumidores. La sustitución de la teoría del valor de cambio de Ricardo por una teoría basada en el valor de uso de las mercancías, ha hecho que los neoclásicos vean a la población como un todo social indiferenciado que crece conforme a una regla óptima marcada por una función de bienestar social. La gente opta por tener cierto número de hijos porque éste maximiza su función de utilidad, de la misma manera que, guardadas las proporciones, lo hace al demandar bienes y servicios. El criterio de optimalidad en ambos casos es el mismo, salvo por el hecho de que las restricciones involucradas en la demanda por hijos son más complejas, puesto que ahora hay que tomar en cuenta el costo alternativo del tiempo dedicado a la crianza o, como en el modelo síntesis de Easterlin (1978), el estado de salud y nutrición de la madre.

Los efectos de la población sobre el crecimiento económico son vistos en este contexto como resultado de desajustes entre los criterios de bienestar de la familia y los de la sociedad. Una relación negativa entre ambas variables no es más que el reflejo de externalidades que no han sido internalizadas por la familia o por el hecho de que las preferencias de las familias no reflejan suficientemente (desde el punto de vista social) el bienestar de sus futuras generaciones. Los resultados de las decisiones de una generación afectan, pues, a los de su sucesora en un continuo proceso de traslape (generaciones traslapadas).

La segunda consideración tiene que ver con la forma diferencial en que opera el principio malthusiano así como las condiciones de convergencia y estabilidad de los movimientos de población en el largo plazo. Para Ricardo la población crece conforme a una ecuación de Verhulst modificada que se ajusta inevitablemente a la carga total de un sistema marcada por el piso de subsistencias. La trayectoria seguida por la curva denota el afán de los ricardianos de tomar a pie juntillas el principio malthusiano para darle fundamento a la ley de rendimientos decrecientes y, con ello, a la caída progresiva de la productividad del trabajo. La convergencia al estado estacionario de la población es supuesta estable y regulada por la caída en la tasa de beneficio y por la acción correctiva de los frenos preventivos y positivos señalados por Malthus. La incorporación del progreso técnico no garantiza la salida de la "trampa malthusiana" que es prevista por la trayectoria de la curva, a menos que el incremento del ingreso neto sea tan notable que no disminuya el valor del ingreso bruto. En caso contrario, señala Ricardo, habría exceso relativo de población y la situación económica de la clase trabajadora sería de malestar y pobreza.¹⁸

¹⁸ En otras palabras, la economía entraría en un estado progresivo si los efectos del progreso técnico sobre la tasa de beneficio permitieran una baja en el valor de cambio de los alimentos y en uno retrógrado si esto no fuera posible.

La aceptación de que el progreso técnico hace crecer a la producción con independencia de los movimientos de la población, libera, por su parte, a los modelos de demanda agregada de la trampa malthusiana. La población es vista ahora, junto con la productividad, como la tasa máxima a la cual debe crecer la economía para estar en equilibrio balanceado y no como una limitante del crecimiento. Bajo estas condiciones, el estado estacionario de Ricardo o Malthus no es más que un caso extremo que se presentaría si se negara el crecimiento del ahorro, la inversión, la productividad o de la población.

Los efectos del crecimiento de la población no son, obviamente, iguales en pleno empleo que en su ausencia. Con pleno empleo, cualquier incremento de la población se traduciría, en situaciones de inflación contenida, en desempleo; sin pleno empleo las cosas cambiarían dependiendo de la naturaleza del ajuste. Si el ajuste es instantáneo, como lo sugieren los neo-schumpeterianos, entonces la población crecería a la par que la demanda agregada, según el tamaño de la innovación. Pero si este no es instantáneo, como lo argumentan los evolucionistas, el crecimiento de la población podría ser independiente del de la demanda agregada o en todo caso errático. El principio de población se presentaría así con todas sus bondades en situaciones donde no prevalece el pleno empleo y en una versión modificada, con incrementos en el desempleo, fuera del pleno empleo.

En el prototipo neoclásico, la operación del principio malthusiano es más compleja. Los modelos exógenos parten del hecho de que la transición demográfica ha sido completada y que, por lo tanto, cualquier incremento de la población por encima de la tasa de equilibrio de *steady state* puede frenar el crecimiento en ausencia de mejoras tecnológicas. Esta versión de fuerte inspiración malthusiana es parcialmente modificada en los modelos de crecimiento endógeno. La introducción del capital humano como fuente básica del crecimiento del producto per cápita, traslada la acción del principio de Malthus de la cantidad a la calidad de los trabajadores. Mayores trabajadores calificados producen mayor crecimiento del producto per cápita, manteniendo constante las demás variables del modelo vistas en el texto, siempre y cuando sus tasas crezcan a la par que $c(t)$ y $k(t)$ en el *steady state*. De no ser así, podría haber un incentivo para aumentar el consumo presente, un ρ más elevado, y, en consecuencia, disminuir la proporción fija de trabajadores calificados a no calificados. En el primer caso, el principio operaría a través de una relación positiva entre población calificada y producto per cápita, mientras que en el segundo a través de una relación negativa. La acción del principio se explica en ambos casos por decisiones microeconómicas ya que, al igual que lo que acontece en la dimensión macroeconómica, la familia tenderá a sustituir cantidad por calidad de hijos (más educados o sanos) a medida que aumenta su ingreso per capita o a contener su deseo de migrar si los beneficios esperados de obtener mejores salarios son iguales a sus costos de traslado.

La tercera y última consideración se refiere a las perspectivas de estudio de la demografía en los modelos de crecimiento económico. Y sobre esto no hay nada mejor que empezar diciendo que mientras los tres prototipos han ofrecido una

explicación exhaustiva de los diferentes escenarios macroeconómicos que condicionan los vínculos entre la población y el crecimiento económico, sólo la escuela neoclásica ha dado respuesta parcial a los determinantes microeconómicos de la fecundidad o de la migración y, con ello, a las causas primigenias del crecimiento poblacional. Los trabajos desarrollados por Mincer (1962), Becker (1960) y Easterlin, Pollak y Watcher (1980) para explicar las actividades no vinculadas al mercado de las unidades familiares, han desatado una corriente de pensamiento que ha obligado a matizar los juicios mecánicos que se desprendían de los primeros modelos macroeconómicos. Para los autores de la economía familiar los argumentos relacionados con los beneficios o perjuicios de una población creciente sobre la tasa de beneficio (en los ricardianos) o la formación de capital (en los neoclásicos) y viceversa, no tienen mucho sentido si no hay una referencia al marco institucional y social en el que se inserta la unidad familiar. La forma en que ésta procesa los cambios económicos determinan la presencia o ausencia de ajuste de esas variables, no su interrelación agregada.

Las bondades de este nuevo enfoque de la economía del crecimiento, si bien abren un campo prometedor para la incorporación de los resultados encontrados por los demógrafos, tienen la limitante de no hacer referencia a los grupos sociales. La percepción neoclásica de que la población es una variable instrumental, es decir una variable que se manipula como instrumento de decisión para afectar el consumo o la producción, deja de lado sus particularidades culturales que van más allá de su función económica y que, como señala Birsdall (1993), le dan una connotación especial que no siempre puede ser reducida a una expresión técnica. La compleja trama de fenómenos religiosos o culturales que envuelven su evolución en sociedades altamente diferenciadas, como las subdesarrolladas donde no predominan las actividades de mercado, hace ver a categorías como óptimo de población o funciones de bienestar general, como agregados con diferente valor conceptual que en las sociedades desarrolladas. Los diferentes estados de la transición demográfica en la que viven las sociedades subdesarrolladas son prueba de que no es posible hacer generalizaciones sobre la forma en que se interrelacionan la población y el crecimiento económico.

El verdadero entendimiento de esa relación requiere de estudios empíricos que ubiquen su evolución en escenarios específicos y en determinados períodos de tiempo (Demeny 1986). La insistencia de los demógrafos en entender la fecundidad, moralidad y migración en ambientes *perturbados*, es decir en ambientes donde se analicen los efectos interrelacionados de esas variables demográficas de acuerdo al sexo y edad de los miembros de la familia, es una sugerencia de la máxima importancia para comprender las diferentes dinámicas poblacionales de los países subdesarrollados. Y en este punto la sustitución por parte de los modelos neoclásicos de un equilibrio estable (*steady state*) y convergente por uno adaptativo, como el señalado por los evolucionistas, puede ser de gran utilidad para darle mayor capacidad predictiva a los modelos de crecimiento. Los rezagos en las respuestas demográficas frente a variaciones en el ingreso per capita de estas sociedades, son

solamente una indicación de que entre ellas hay un sin fin de variables intermedias que sólo son inteligibles en el marco institucional y cultural de los grupos sociales. Los avances de la demografía en este campo son enormes y su omisión por los autores neoclásicos, con excepción claro está de los revisionistas y los modelos de la economía familiar, limita el esclarecimiento de un fenómeno tan complejo como los movimientos de la población.

Conclusiones

El documento sostiene que las diferentes percepciones acerca del papel de las variables demográficas en el crecimiento económico dependen de la forma en que los modelos incorporan el principio de población de Malthus. El argumento, aunque de entrada se antoja obvio, no parece haber sido tratado con suficiente énfasis en la literatura del crecimiento económico. Con excepción de los trabajos que se concentran preferentemente en los modelos neoclásicos (véase, por ejemplo Lucas (1993) o Becker, Murphy y Tamura (1990)), no hay muchos estudios que hagan una comparación de los tres prototipos bajo esta óptica. La razón obedece, en parte, a la escasa importancia que los autores le conceden a los modelos no neoclásicos y, en parte, a que consideran que este tipo de obras pertenece al campo de la historia del pensamiento económico. En cualquier caso, un trabajo de esta naturaleza es importante para observar qué es lo que ha incorporado o no el *mainstream* de la teoría del crecimiento económico de sus antecesores y, de esa manera, evaluar los alcances y limitaciones de su propuesta.

La gran dificultad en emprender un trabajo con estas características es la adopción de criterios que permitan hacer una comparación pertinente de los modelos, sobre todo si consideramos que los tres prototipos que se ocupan del estudio de los vínculos entre la economía y la demografía comprenden a distintas generaciones de autores que se caracterizan por mantener profundas diferencias entre sí. La tarea de hacer una clasificación libre de arbitrariedades se complica aún más si consideramos que entre ellos existen también similitudes muy marcadas.

El aporte de este trabajo consiste en darle uniformidad a los análisis de los tres prototipos con base en su aceptación, modificación o rechazo a los supuestos malthusianos. Para tal efecto, se desarrollan varios sistemas conservativos y no conservativos orientados a explicar los mecanismos de transmisión entre las variables económicas y demográficas así como sus condiciones de convergencia y estabilidad. La interpretación en cada caso buscó siempre observar las diferencias o similitudes con el principio malthusiano desarrollado en el apartado *la ecuación de Verhulst y el principio de población malthusiano*, aún en aquellos modelos en los que los supuestos sobre el comportamiento de la población no eran muy explícitos. Los sistemas propuestos son una simplificación de los argumentos más representativos de los modelos bajo estudio, no una reseña de sus concepciones demográficas. En este sentido, el trabajo debe verse más como un primer intento de

revelar el contenido demográfico que está detrás de los modelos de crecimiento, y que los autores dan por sentado sin mayores aclaraciones, que de repetir lo que ya se ha dicho exhaustivamente.

La propuesta base del documento es que el principio de población de Malthus no opera igual en cada prototipo sino que tiene funciones diferentes como sustrato de la ley de rendimientos decrecientes en el modelo ricardiano, como factor de equilibrio en los modelos de demanda agregada y como variable instrumental en los modelos de crecimiento neoclásico. La inclusión del principio en determinado modelo modifica no sólo los supuestos del crecimiento de la población, y que nosotros representamos con diferentes variantes de la ecuación de Verhulst, sino, también, el significado de la carga total del sistema, que en Malthus está representada por el nivel de subsistencias, en Ricardo por el ingreso bruto, en los keynesianos, neoschumpeterianos y evolucionistas por la demanda agregada y en los neoclásicos por el producto per cápita.

La interpretación que se desprende de los análisis de los tres prototipos es que es muy temerario establecer relaciones biunívocas entre la población y el crecimiento económico sin considerar el marco institucional ni el conjunto de variables mediadoras que influyen en su crecimiento. La larga historia de explicaciones sobre sus efectos recíprocos no es más que un llamado de alerta a los juicios simplistas que algunos políticos o académicos catastrofistas fundan sobre el principio de población. El cambio de énfasis de lo macroeconómico a lo microeconómico o de la cantidad a la calidad es resultado de los esfuerzos de estos modelos por adaptar el rudimentario principio de Malthus al análisis de economías más complejas. Los rezagos en las respuestas de la población a los cambios en el producto o las distintas maneras en que los trabajadores de un país deciden sus patrones de fecundidad en comparación con los de otro menos desarrollado son temas que han obligado a los tres prototipos de modelos a reformular o refutar los argumentos iniciales de Malthus.

Desde los trabajos iniciales de Ricardo y los keynesianos hasta los sofisticados modelos endógenos y de generaciones traslapadas, el principio de Malthus ha experimentado tal transformación que ahora es sólo inteligible en el ámbito de las decisiones familiares. Los criterios de optimización del bienestar de una familia sujetos a las restricciones de algunos precios sombra (como el costo alternativo del tiempo de los padres, las condiciones de salud y laboral de la madre, la accesibilidad al uso de anticonceptivos o el menor costo a la educación de los hijos) han pasado a sustituir la mecánica de ajuste macroeconómico de la población a los medios de subsistencia, el ingreso bruto o la demanda agregada. Nada que no se decida en las unidades familiares puede ser de utilidad para evaluar los impactos de la población sobre el crecimiento económico y viceversa. La aceptación o rechazo del principio de población en las sociedades desarrolladas o subdesarrolladas tiene su punto de partida en el análisis de las decisiones familiares inmersas en un marco institucional y social determinado.

La desigual atención que la corriente económica dominante ha prestado a los aportes de sus antecesores y, en particular, a los análisis que los demógrafos han

hecho sobre la *perturbación* de fenómenos poblacionales ha creado, sin embargo, un vacío de conocimiento importante para países que no han completado su transición demográfica. La falta de explicación a los efectos de la nupcialidad sobre los patrones de fecundidad o a la acción combinada de la estructura por edad y sexo en las decisiones de tener hijos o de migrar es un hueco que merece atención más detallada por parte de éstos modelos, sobre todo cuando se analiza la experiencia de países como México. Los avances recientes llevados a cabo en esta dirección por los revisionistas y los modelos de la economía familiar, aunque incipientes, parecen muy prometedores. Su insistencia en entender la importancia de la perturbación de los fenómenos demográficos dentro del marco cultural de cada sociedad en el que se insertan las familias representa, sin duda, una gran contribución para el entendimiento de la acción del principio de población en economías cada vez más complejas. La demografía y la teoría del crecimiento económico si quieren avanzar como disciplinas comunes no pueden ignorar estos resultados.

Bibliografía

- Aghion, P. and Howitt, P. (1998), **Endogenous Growth Theory**, The MIT Press, London.
- Allen, M. Peter, (1993), "Evolution: persistent ignorance from continual learning" in Day, H. R. and Chen, P. (editors), **Nonlinear Dynamics and Evolutionary Economics**, Oxford University Press, New York.
- Barro, J. R. and Sala-I-Martin, X. (1995), **Economic Growth**, McGraw-Hill, New York.
- Becker, G. S. (1960), "An economic analysis of fertility" in Universities-National Bureau Comitee for Economic Research, ed. **Demographic and economic change in developed countries**. Princeton, University Press, Princeton.
- Becker, G., Murphy, K. M., and Tamura, R. (1990), "Capital fertility, and economic growth", **Journal of Political Economy**, 98, pp. S12-S37.
- Bonetti, C. (1972), **Valor y Distribución**, Maspero, Madrid.
- Birdsall, N. (1993), "Economic approaches to population growth", in Chenery, H. and Srinivasan, T.N., **Handbook of Development Economics**, Vol 1, Elsevier, Amsterdam, chapter 12.
- Blanchet, D. (1991), **Modélisation Démo-Économique. Conséquences économiques des évolutions démographiques**, Presses Universitaires de France. Institut National d'Études Démographiques, Paris.
- Chen, P. (1993) "Searching for economic chaos: a challenge to econometric practice and nonlinear tests" in Day, H. R. and Chen, P. (editors), **Nonlinear Dynamics and Evolutionary Economics**, Oxford University Press, New York.
- Day, H.R. (1993), "Nonlinear dynamics and evolutionary economics" in Day, H. R. and Chen, P. (editors), **Nonlinear Dynamics and Evolutionary Economics**, Oxford University Press, New York.
- Demeny, P. (1986), "Population and the invisible hand", **Demography**, 23, pp473-487.
- Easterlin, R.A. (1978), "The economics and sociology of fertility: A synthesis" in C. Tilley, ed. **Historical studies of changing fertility**, Princeton University Press, Princeton.
- Easterlin, R.A., Pollak, R.A., and Wachter, M.C., (1980) "Toward a more general economic model of fertility determination: Endogenous preferences and natural fertility" in

- Easterlin, R.A., ed., **Population and economic change in developing countries**, University of Chicago Press, Chicago.
- Fei, J.C.H. and Ranis, G. (1964), **Development of the labor surplus economy: Theory and practice**, Irwin, R.D., Illinois.
- Galor, O. and Weil, N.D. (2000), "Population, technology and growth: from malthusian stagnation to the demographic transition and beyond", **The American Economic Review** vol 90 (4), September, pp. 806-828.
- Goodwin, M.R. (1993) "A Marx-Keynes-Schumpeter model of economic growth and fluctuation" in Day, H. R. and Chen, P. (editors), **Nonlinear Dynamics and Evolutionary Economics**, Oxford University Press, New York.
- Helpman, E. and Trajtenberg, M. (1994), "A time to sow and a time to reap: growth based on general purpose technologies", Centre for Economic Research Policy, Working Paper #1080.
- Keifitz, N. (1983), "The evolution of Malthus's thought: Malthus as a demographer" in Dupaquier, J., **Malthus Past and Present**, Academic Press, London.
- Kuznets, S. (1966), **Modern economic growth**, Yale University Press, New Haven.
- Le Bras, H. (1983), "Malthus and the two mortalities" in Dupaquier, J., **Malthus Past and Present**, Academic Press, London.
- Lewis, W. A. (1954), "Economic development with unlimited supplies of labor" **Manchester School**, 22 pp139-191.
- Lucas, Jr., R.E. (1988), "On the Mechanics of Economic Development," **Journal of Monetary Economics**, 22, pp.3-42.
- _____(1993), "Making a Miracle", **Econometrica**, vol 61(2), March, pp. 251-272.
- Malthus, T. R. (1977), **Ensayo sobre el Principio de Población**, FCE, México.
- Mincer, J. (1962) "Market prices, opportunity costs and income effects" in Christ, C. et.al., eds., **Measurement in economics: Studies in mathematical economics and econometrics in memory of Yehuda Grenfeld**, Stanford University Press, Stanford.
- Pasinetti, L. L. (1978), **Crecimiento Económico y Distribución de la Renta**, Alianza Universidad, Madrid.
- Prigogine, I. (1993), "Bounded rationality: from dynamical systems to socio-economic models" in Day, H. R. and Chen, P. (editors), **Nonlinear Dynamics and Evolutionary Economics**, Oxford University Press, New York.
- Ricardo, D. (1974), "Ensayo sobre la influencia del bajo precio del trigo sobre los beneficios del capital" en Napoleón, C. **Fisiocracia, Smith, Ricardo y Marx**, Oikos-Tau, Barcelona.
- _____(1977), **Principios de Economía Política y Tributación**, FCE, México.
- Romer, P. M. (1986), "Increasing returns and long-run growth", **Journal of Political Economy**, 98, 5 (October) part II, S71-S102.
- Samuelson, P. (1961), **Foundations of Economic Analysis**, Harvard University Press, Cambridge, Mass.
- Srinivasan, T. N. (1998), "Introduction to Part 3" in Chenery, H. and Srinivasan, T.N., **Handbook of Development Economics**, Vol 1, Elsevier, Amsterdam.
- Winch, D. (1997), "Malthus" in Donald, R., Winch, D. and Skidelsky, **Three Great Economists**, Oxford University Press, New York.